

Predlog za izbor Gradimira V. Milovanovića za dopisnog člana SANU

Biografski podaci. Gradimir V. Milovanović je rođen u Zorunovcu, Srbija, 02.01.1948. Po nacionalnosti je Srbin. Na Elektronskom fakultetu u Nišu diplomirao je 1971. Studije je nastavio na Univerzitetu u Nišu, iz oblasti Matematike, gde je magistrirao 1974. i doktorirao 1976. (mentor mu je bio Prof. D.S. Mitrinović) i prošao sva zvanja od asistenta 1971. godine do redovnog profesora Matematike 1986., na kojoj dužnosti se i danas nalazi. Držao je razne kurseve Matematike na redovnim i poslediplomskim studijama, uključujući Numeričku Analizu, Teoriju Aproksimacija, Realnu Analizu, Linearnu Algebru, Specijalne Funkcije, Matematičko Programiranje, itd., što približno i ocrta njegov svestran matematički interes. Takođe je trenutno i rektor Univerziteta u Nišu i predsednik Nacionalnog Saveta Srbije za naučni i tehnološki razvoj. Bio je takođe i na raznim drugim značajnim funkcijama: prorektor Univerziteta u Nišu (1989-1991), član Upravnog Odbora Društva Matematicara Srbije od 2003, predsednik Veća Matematičkog Instituta u Beogradu od 1997, potpredsednik Naučnog Društva Srbije od 2002, kao i dekan Elektronskog fakulteta u Nišu (2002-2004). Takođe je član nekoliko značajnih međunarodnih organizacija, među ostalima AMS (American Mathematical Society) i GAMM (Gesellschaft fuer Angewandte Mathematik und Mechanik). Bio je gostujući profesor na Purdue University (SAD), Universite de Pau (Francuska) i Universita di Basilicata, Potenza (Italija), čak devet puta. Urednik je u većem broju matematičkih časopisa. Rukovodio je izradom 10 doktorskih disertacija, 17 magistarskih teza i više naučno-istraživačkih projekata, uključujući i međunarodni projekat kod švajcarske nacionalne naučne fondacije.

Analiza naučne aktivnosti. Gradimir V. Milovanović je jedan od naših najplodnijih matematicara. Napisao je do sada ukupno 230 naučnih radova (70 u međunarodnim časopisima sa SCI liste, 70 u ostalim časopisima sa recenzijom, 20 poglavlja u monografijama i 70 u zbornicima sa međunarodnih i domaćih konferencija), 3 monografije, 15 udžbenika, kao i više stručnih radova. Njegova *Numerička analiza* u tri toma u izdanju Naučne knjige (prvo izdanje 1985.) bio je prvi kompletni udžbenik iz ove oblasti na srpskom jeziku po kome su učile mnogobrojne generacije studenata širom bivše Jugoslavije. Među žurnalima u kojima je Milovanović objavljivao naučne radove nalaze se i tako renomirani strani časopisi kao što su: *SIAM Journal on Scientific Computing*, *Mathematics of Computation*, *Numerische Mathematik*, *Constructive Approximation*, *BIT*, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, *Journal Computational and Applied Mathematics*, *Proceedings of the American Mathematical Society*, itd. Spisak tih časopisa daje najjače časopise iz odgovarajućih oblasti. Na 15 međunarodnih skupova učestvovao je kao predavač po pozivu (npr. Banach Center (1992), Purdue University (1993), Oberwolfach, Nemačka (1995, 1998), Acquafredda di Maratea, Italija (2000, 2004), Copenhagen (2003), University of Stellenbosch, Južna Afrika (2005)). Bavi se veoma uspešno sa više oblasti Numeričke Analize i Teorije Aproksimacija, uključujući 1. Ortogonalne polinome i sisteme, 2. Aproksimacije pomoću polinoma i splajnova, 3. Kvadraturene procese, 4. Polinome (ekstremalni problemi, nejednakosti i nule). Sve ove oblasti su veoma moderne, sa mnogo primena kako u samoj Matematici, tako i u drugim disciplinama, i veoma su aktivne što se tiče naučnih istraživanja koja se vrše u njima. Kao kandidat za izbor u SANU nameće se velikim brojem kvalitetnih radova, kojima je znatno unapredio oblasti kojima se bavi. Njegovo dosadašnje tridesetogodišnje stvaralaštvo ima tri faze koje se mogu okarakterisati na sledeći način:

(1) U prvoj fazi Milovanović se bavi teorijom iterativnih procesa u Banachovom prostoru, posebno simultanim procesima za određivanje nula algebarskih polinoma, strogim ocenama ostataka u kvadraturnim formulama u raznim klasama funkcija, kao i nizom interesantnih (integralnih i diskretnih) nejednakosti u matematičkoj analizi. Interesantno je da su svi ovi radovi koje je Milovanović publikovao u ranoj mladosti i danas aktuelni i većina od njih je citirana po desetak puta u radovima drugih autora. Na primer, rad [d2] (objavljen u Springerovom časopisu *Computing*), u kome se po prvi put uvodi rigorozna analiza za precizno određivanje R -reda konvergencije iterativnih procesa (u smislu Ortege i Rheinboldta), citiran je preko 20 puta, uključujući i neke poznate monografije, na primer, *Handbook of Numerical Analysis*, Vol. III (Ciarlet, P.G., Lions, J.L., eds.), North-Holland, Amsterdam, 1994.

Interes za ekstremalne probleme Milovanović ispoljava već u ovoj fazi. U radu [d1] objavljenom u renomiranom američkom časopisu *J. Math. Anal. Appl.* uvode se po prvi put ortogonalni polinomi i

odgovarajuće tročlane rekurentne relacije za rešavanje diskretnih ekstremalnih problema Wirtingerovog tipa. U ovom radu je data generalizacija poznate diskretne nejednakosti K. Fana, O. Taussky i J. Todda (Monatsh. Math. **59** (1955), 73-90), koja se sreće u problemima optimizacije. Rad je citiran 12 puta od strane drugih autora (na primer, L. Losonczy, Sui-Sun Cheng, H. Alzer, W. Chen, R.P. Agarwal, X.R. Yin, G. Lunter), a kao metod se detaljno opisuje u knjizi: R.P. Agarwal: *Diference Equations and Inequalities - Theory, Methods, and Applications*, Marcel Dekker, New York - Basel - Hong Kong, 1992.

(2) U drugoj fazi istraživanja ističe se intenzivna saradnja Milovanovića sa jednim od najpoznatijih naučnika iz oblasti numeričke analize Walterom Gautschi-jem (Purdue Univerzitet, SAD), dugogodišnjim glavnim urednikom uglednog američkog časopisa *Mathematics of Computation*. Iz njihove višegodišnje saradnje proizašlo je desetak zajedničkih radova objavljenih u najpoznatijim časopisima za numeričku analizu i teoriju aproksimacija. Svaki od tih radova citiran je po nekoliko desetina puta u radovima drugih autora. U članku «*Reflections and Recollections*» (videti: *Approximation and Computation: A Festschrift in Honor of Walter Gautschi* (R.V.M. Zahar, ed.), pp. xvii–xlvi, ISNM Vol. 119, Birkhäuser Verlag, Basel – Boston – Berlin, 1994), Walter Gautschi piše, između ostalog, i o svojoj saradnji sa drugim kolegama, stavljajući na prvo mesto saradnju sa Milovanovićem: « ... *I am fortunate to have received many stimulations from colleagues and friends, either on their visits to Purdue or on other occasions, which greatly enriched my work. I would like to particularly single out: Gradimir Milovanović, who introduced me to quadrature problems involving Einstein and Fermi functions and their relevance to the summation of slowly convergent series, and also contributed significantly to our work on moment-preserving spline approximation and orthogonal polynomials on the semicircle ...* ». Tri glavne teme su dominirale u ovoj saradnji: kvadrature formule Gaussovog tipa i sumacioni procesi, ortogonalnost na polukrugu u kompleksnoj ravni u odnosu na nehermitski skalarni proizvod, i splajn aproksimacije koje očuvavaju maksimalni broj momenata i veze sa kvadraturama.

Njihov prvi rad [c1] objavljen u najboljem časopisu za numeričku matematiku (*Mathematics of Computation*) citiran je više od 30 puta u raznim inostranim publikacijama. Po prvi put u literaturi, u ovom radu se pojavljuje sistematska analiza algoritma za konstrukciju kvadrature formula visoke preciznosti za numeričko izračunavanje integrala na $[0, +\infty)$, koji uključuju Bose-Einsteinovu i Fermi-Diracovu distribuciju. Dobijene kvadrature formule mogu se primeniti u aproksimaciji nezavisnih čestica termodinamičkih promenljivih u problemima fizike čvrstog stanja, kako za bozone tako i za fermione. Druga važna primena je u sumiranju sporokonvergentnih redova čiji se opšti član može izraziti u terminima Laplaceove transformacije. U svojoj knjizi: *Spirals – From Theodorus to Chaos*, A & K Peters, Wellesley, MA, 1993, Philip J. Davis koristi ovaj metod za izračunavanje tzv. Theodorusove konstante definisane izuzetno sporokonvergentnim redom (milion prvih članova reda daje samo tri tačne cifre u sumi). Metodom Gautschi-Milovanovića red se transformiše na integral sa Einsteinovom težinom, a zatim se primenjuje njihova kvadratura sa brzom konvergencijom.

U periodu posle objavljivanja pomenutog rada [c1], Milovanovića sve više zaokupljaju sumaciono-integracioni procesi tako da na eminentnom skupu održanom na Purdue Univerzitetu (SAD) krajem 1993. godine, posvećenom 65-godišnjici rođenja Waltera Gautschi-ja, on izlaže novi pristup u ovoj oblasti koji je publikovan 1994. (rad [c2]). Nastavak ovog istraživanja ubrzo je štampan u radu [c3]. U poređenju sa prethodnim metodom, novi metod redukuje sumiranje na integraciju koja uključuje hiperboličke težinske funkcije, jednostavniji je od prethodnog, ima širu mogućnost primene i, najzad, dobijene kvadrature formule imaju veću brzinu konvergencije (na primer, prethodno pomenuta Theodorusova konstanta se dobija sa trideset tačnih cifara sa samo 25 članova u kvadraturenoj sumi, tj. 25 integracionih članova).

U radovima [a1] i [a2] uvedena je i proučavana nova klasa ortogonalnih polinoma na polukrugu u odnosu na (kompleksni) kvazi-definitni moment funkcional, sa značajnim primenama u konstrukciji kvadrature formula na polukrugu, numeričkom diferenciranju i izračunavanju Cauchyjeve glavne vrednosti nesvojstvenih integrala. Citiranost ovih radova je nekoliko desetina.

Inspirisani radovima iz fizike (Laframboise & Stauffer, AIAA J. **7** (1969), 520–523; Calder & Laframboise, J. Comput. Phys. **65** (1986), 18–45), u kojima je tretirana aproksimacija Maxwellove distribucije pomoću linearne kombinacije Dirac-ovih δ -funkcija ili Heavisideovih funkcija, korišćenjem klasičnih slaboslovljenih metoda (Prony-ev metod i sl.) veoma osetljivih na greške zaokrugljivanja, Gautschi i Milovanović uvode novi stabilni metod aproksimacije poznat kao “*moment-preserving spline approximation*” kojim se data

funkcija na intervalu $[0, +\infty)$ ili na kompaktnom intervalu aproksimira splajn funkcijom proizvoljnog stepena uz uslov očuvanja maksimalnog broja momenata. Metod se zasniva na redukciji aproksimacionog problema na kvadraturene procese Gaussovog tipa. Izborom Maxwellove distribucije u svojstvu funkcije koja se aproksimira, u najjednostavnijem slučaju (najniži stepen splajna) dobijaju se stabilna rešenja iz prethodno pomenutih radova. Dalji progres je učinjen uvođenjem splajnova sa tzv. "defektom" i svođenjem problema na kvadrature maksimalnog stepena tačnosti sa višestrukim čvorovima. Radovi su objavljivani u najeminentnijim časopisima (*Numer. Math.* [b1] i [b2], *J. Comput. Appl. Math.* [a4] i [c4]) i svaki od njih je citiran nekoliko desetina puta od strane drugih autora.

Paralelno sa pomenutim, Milovanović se intenzivno bavi ekstremalnim problemima Markov-Bernsteinovog i Turánovog tipa sa algebarskim polinomima (posebno videti radove u časopisima: *Proc. Amer. Math. Soc.* [d3], [d5], [d6]; *Facta Univ. Ser. Math. Inform.* [d4]; *J. Math. Anal. Appl.* [d7]; *Rocky Mountain J. Math.* **24** (1994), 1431–1438, kao i poglavlja u monografijama: *Topics in Polynomials of One and Several Variables and Their Applications: A Mathematical Legacy of P.L. Chebyshev (1821–1894)* (Th.M. Rassias, H.M. Srivastava, A. Yanushauskas, eds.), pp. 403–433, World Scientific, Singapore, 1993 i *Approximation Theory: In Memory of A.K. Varma* (N.K. Govil, R.N. Mohapatra, Z. Nashed, A. Sharma, J. Szabados, eds.), Monogr. Textbooks Pure Appl. Math., Vol. 212, pp. 405–447, Marcel Dekker, New York, 1998).

Milovanović je kompletno rešio L^2 -ekstremalni problem tipa Markova za nenegativne polinome sa generalisanom Laguerreovom merom $d\lambda(x) = x^\alpha \exp(-x)dx$, $\alpha > -1$, kome je američki matematičar indijskog porekla A.K. Varma posvetio čitavu seriju radova u *Proc. Amer. Math. Soc.*, obezbeđujući pritom rešenje za $\alpha \in (0, 1/2)$ i $\alpha \in ((\sqrt{5}-1)/2, +\infty)$. Bilo je više pokušaja da se nađe rešenje u «rupi» $\alpha \in (1/2, (\sqrt{5}-1)/2)$. Originalnim pristupom Milovanović [d3] je na elegantan način rešio problema za svako $\alpha > -1$, uključujući, dakle, i netrivialni domen $(1/2, (\sqrt{5}-1)/2)$. Analogni ekstremalni problem za Lorentzove klase nenegativnih polinoma sa Jacobijevom merom na $[-1, 1]$ rešen je u radu [d5] i na taj način su uopšteni prethodni rezultati Varme [*Proc. Amer. Math. Soc.* **75** (1979), 243–250] i Erdősa i Varme [*Acta Math. Hungar.* **47** (1986), 137–243]. Prethodno pomenuti radovi Milovanovića citirani su i u značajnim monografijama drugih autora (videti, na primer, monografiju: **N.P. Korneichuk, A.A. Ligon, V.F. Babenko**, *Extremal Properties of Polynomials and Splines*, "Nova Science Publishers, Inc.", Commack, NY, 1996, iv+433 pp.; MR1412575 [rusko izdanje: "Naukova Dumka", Kiev, 1992], kao i nedavno objavljenu monografiju: **Q.I. Rahman, G. Schmeisser**, *Analytic Theory of Polynomials*, London Mathematical Society Monographs, New Series, 26, The Clarendon Press, Oxford University Press, Oxford, 2002, xiv+742 pp.; MR1954841 (2004b:30015)).

Najznačajnije delo Milovanovića iz ovog perioda je svakako monografija [d8] objavljena na 836 stranica u izdanju World Scientific, Singapore, 1994, koju danas mnogi u svetu zovu "Bible of Polynomials". Pored fundamentalnih rezultata, koji su tretirani sa dokazima, knjiga sadrži pregled rezultata vezanih za ekstremalne osobine polinoma i njihovih izvoda u različitim metrikama, uključujući jednu suptilnu analizu nejednakosti za trigonometrijske sume i algebarske polinome, kao i analizu i distribuciju nula polinoma.

(3) Treća faza Milovanovićevih istraživanja prvenstveno je vezana za nepolinomijalne ortogonalne sisteme (Müntzovi, Malmquistovi, itd.) i odgovarajuće kvadraturene procese, kvadrature sa višestrukim čvorovima, nestandardne tipove ortogonalnosti i nestandardne kvadrature (intervalne, operatorske, itd.), kao niz interpolacionih i kvadrature procesa sa oscilatornim i singularnim jezgrima. Pored već oformljene ozbiljne škole numeričke analize i teorije aproksimacija (Niš–Kragujevac), za ovu fazu karakteristična je i saradnja i rad na zajedničkim projektima sa poznatim evropskim matematičarima (G. Mastroianni (Potenza, Italija), akademik B. Bojanov (Sofija, Bugarska), W. Gander (ETH Zürich, Švajcarska)).

Posle objavljene monografije o polinomima (1994), Milovanović počinje intenzivno da se bavi i nepolinomijalnim sistemima, uvidevši mogućnost primene takvih sistema, posebno ortogonalnih, u teoriji aproksimacija. Kao glavni predavač na **Djrbashian Memorial Conference-98**, posvećenoj 80-to godišnjici rođenja akademika M. M. Djrbashiana (Yerevan, Septembar 10–13, 1998), on učestvuje sa plenarnim predavanjem pod naslovom "Generalized polynomial systems and some applications in approximation theory", a iste godine u Matematičkom institutu u Oberwolfachu (Nemačka), drži interesantno predavanje

“Müntz orthogonal polynomials and their numerical evaluation” (rad [a6]), što je bila osnova za konstrukciju odgovarajućih kvadraturnih formula Gaussovog tipa [c10]. Ova istraživanja su bila inspirisana prvim radom iz ove oblasti koji je objavljen u prestižnom časopisu *SIAM J. Numer. Anal.* **33** (1996), 971–996 (autori: J. Ma, V. Rokhlin, S. Wandzura), ali je predloženi algoritam bio numerički slabo uslovljen. Zahvaljujući ortogonalnosti, metod izložen u [c10] je numerički stabilan, znatno efikasniji od prethodnog i primenljiv je na široku klasu funkcija sa singularitetima.

Interesovanje Milovanovića za kvadrature sa višestrukim čvorovima počinje sredinom osamdesetih godina kada se pojavljuje i članak G. Vincenti-ja u *SIAM J. Numer. Anal.* (1986), u kome se prezentira jedan numerički (nestabilni) metod za izračunavanje koeficijenata s -ortogonalnih polinoma. Na “*Third Conference on Numerical Methods and Approximation Theory*” (Niš, 1987), Milovanović, koji i organizuje ovu međunarodnu konferenciju sa preko 100 istaknutih naučnika iz inostranstva, prezentuje sasvim novi stabilni numerički metod sa kvadratnom konvergencijom za konstrukciju s -ortogonalnih polinoma čije nule su čvorovi aktuelnih kvadratura. Metod je zasnovan na interpretaciji s -ortogonalnosti preko implicitno definisane standardne ortogonalnosti. I pored toga što je rad [a3] objavljen u *Proceedings*-u sa ove konferencije, on je citiran desetak puta od strane drugih autora. Dalji progres u ovom pravcu učinili su Gautschi i Milovanović u radu [a4].

Krajem 1998. godine poznati Elsevierov časopis *Journal Computational and Applied Mathematics* odlučio je da publikuje šest tomova časopisa o «*State of the Art of Numerical Analysis*» (projekat poznat kao «*Numerical Analysis of the 20th Century*»). Kao jedan od vodećih naučnika u oblasti kvadraturnih procesa i ortogonalnosti, Milovanović je od urednika pozvan da napiše rad [c4]. Nakon ovog rada u kome je, između ostalog, pokazana povezanost kvadratura, s - ili opštije σ -ortogonalnosti i splajn aproksimacija sa defektom koje očuvavaju maksimalni broj momenata, interes za ovu oblast naglo raste (Gautschi, Yang, Shi, Yang & Wang, Gout & Guessab, Shi & Xu, itd.). Dosad najefikasniji metod konstrukcije kvadratura sa višestrukim čvorovima pripada Milovanovićevoj školi [c6]. Nastavljajući intenzivno istraživanja u ovoj oblasti, Milovanović i Spalević su dali rigoroznu analizu i ocenu ostatka u takvim kvadraturama za razne klase funkcija, kao i formule za integrale sa strogim singularitetima, objavljujući te rezultate u najboljim međunarodnim časopisima (na primer, *Math. Comp.* [c5]; *BIT* [c9]; kao i više radova u *J. Comput. Appl. Math.* **140** (2002), 619–637; **164/165** (2004), 569–586; **178** (2005), 333–346).

Poseban interes Milovanovića je i u oblasti nestandardnih tipova ortogonalnosti (npr. radovi [a5], [a7], [a8]) i nestandardnih kvadraturnih formula (npr. [c7], [c8], [c11]). Milovanović uvodi i izučava opštu ortogonalnost na radijalnim zracima u kompleksnoj ravni ([a5], [a7]). Specijalnim izborom težina na M simetrično raspoređenim zracima, on dobija tzv. M -generalisane Gegenbauerove i M -generalisane Hermiteove polinome, uključujući i odgovarajuće direrencijalne jednačine koje takvi polinomi zadovoljavaju, što omogućava dve interesantne primene, tj. interpretacije u fizici. Prva se odnosi na tzv. “*similarity solutions*” jedne nelinearne difuzione jednačine (videti: R. Smith, *IMA J. Appl. Math.* **28** (1982), 149–160), koja uključuju jednu specijalnu klasu pomenutih polinoma ($M = 4$), a druga na elektrostatičku interpretaciju nula polinoma ortogonalnih na zracima. Naime, pretpostavljajući logaritamski potencijal u elektrostatičkom sistemu sa M fiksnih pozitivnih naelektrisanja postavljenih u krajnjim tačkama na zracima, sa naelektrisanjem u tački $z = 0$ i sa N slobodnih jediničnih opterećenja postavljenih u N tačaka kompleksne ravni, tačke elektrostatičke ravnoteže su upravo nule Milovanovićevih ortogonalnih polinoma stepena N . Ovaj rezultat predstavlja važnu netrivialnu generalizaciju Stieltjesove elektrostatičke interpretacije nula Jacobijevih polinoma iz 1885. godine, gde je tretiran problem na realnoj pravoj. Kao i u prethodnom periodu, Milovanović razmatra i ortogonalnost u odnosu na kompleksni kvazi-definitni moment funkcional, uključujući sada oscilatorne težinske funkcije, i tako dobija efikasne kvadrature Gaussovog tipa za integraciju brzo oscilatornih funkcija [a8]. Najzad, pomenimo radove [c8], [c10], [c11] u kojima je, pored dokaza egzistencije i jedinstvenosti, dat algoritam za numeričku konstrukciju intervalnih kvadraturnih formula Gaussovog tipa, koje kao informaciju koriste vrednost operatora Steklova (srednja vrednost), umesto vrednosti funkcije u integracionim čvorovima, što otvara novi pravac teorijskih istraživanja, a posebno nove primene.

Ono što je karakteristično za ovu fazu Milovanovićevih istraživanja je stalni uspon kvaliteta njegovih radova i njihovo objavljivanje u najboljim svetskim časopisima za numerčku analizu. Samo u poslednje tri godine objavio je tri rada u Springerovim časopisima *Numerische Mathematik* ([c7] i [c11]), *BIT* ([c9]), u časopisu *AMS Mathematics of Computation* ([c5]), rad u prestižnom časopisu sa izuzetno visokim impakt faktorom

SIAM Journal on Scientific Computing ([c10]), kao i veći broj radova u Elsevierovim časopisima (npr. [a8], [c6], [c8]).

Odabrane publikacije. Publikacije koje slede su, svaka na svoj način, reprezentativne za naučni opus G.V. Milovanovića i one ujedno obuhvataju, kako što je već rečeno, četiri veće oblasti kojima se on bavio.

a) Ortogonalni polinomi i sistemi

1. W. Gautschi, **G.V. Milovanović**: *Polynomials orthogonal on the semicircle*, *J. Approx. Theory* **46** (1986), 230–250; MR 87g:33005.
2. W. Gautschi, H. Landau, **G.V. Milovanović**: *Polynomials orthogonal on the semicircle II*, *Constr. Approx.* **3** (1987), 389–404; MR 88j:30007.
3. **G.V. Milovanović**: *Construction of s -orthogonal polynomials and Turán quadrature formulae*, *Numerical methods and approximation theory III* (Niš, 1987), pp. 311–328, Univ. Niš, Niš, 1988; MR 89g:65023.
4. W. Gautschi, **G.V. Milovanović**: *S -orthogonality and construction of Gauss-Turán type quadrature formulae*, *J. Comput. Appl. Math.* **86** (1997), 205–218; MR 99a:65030.
5. **G.V. Milovanović**: *A class of orthogonal polynomials on the radial rays in the complex plane*, *J. Math. Anal. Appl.* **206** (1997), 121–139; MR 99d:33012.
6. **G. V. Milovanović**: *Müntz orthogonal polynomials and their numerical evaluation*, In: *Applications and Computation of Orthogonal Polynomials* (W. Gautschi, G.H. Golub, and G. Opfer, eds.), pp. 179–202, ISNM, Vol. 131, Birkhäuser, Basel, 1999; MR1722724 (2000i:42017).
7. **G.V. Milovanović**: *Orthogonal polynomials on the radial rays in the complex plane and applications*, *Rend. Circ. Mat. Palermo, Serie II, Suppl.* **68** (2002), 65–94; MR1975498 (2004f:33022).
8. **G.V. Milovanović**, A.S. Cvetković: *Orthogonal polynomials and Gaussian quadrature rules related to oscillatory weight functions*, *J. Comput. Appl. Math.* **179** (2005), 263–287; MR2134371 (2005m:42040).

b) Aproksimacije pomoću polinoma i splajnova

1. W. Gautschi, **G.V. Milovanović**: *Spline approximations to spherically symmetric distributions*, *Numer. Math.* **49** (1986), 111–121; MR 87j:41033.
2. M. Frontini, W. Gautschi, **G.V. Milovanović**: *Moment-preserving spline approximation of finite intervals*, *Numer. Math.* **50** (1987), 503–518; MR 88g: 41019.

c) Kvadrturni procesi

1. W. Gautschi, **G.V. Milovanović**: *Gaussian quadrature involving Einstein and Fermi functions with an application to summation of series*, *Math. Comp.* **44** (1985), 177–190; MR 86j:65022.
2. **G.V. Milovanović**: *Summation of series and Gaussian quadratures*, In: *Approximation and Computation* (R.V.M. Zahar, ed.), 459–475, ISNM Vol. 119, Birkhäuser Verlag, Basel – Boston – Berlin, 1994; MR 96c:65041.
3. **G.V. Milovanović**: *Summation of series and Gaussian quadratures, II*, *Numer. Algorithms* **10** (1995), 127–136; MR 96f:65031.
4. **G.V. Milovanović**: *Quadrature with multiple nodes, power orthogonality, and moment-preserving spline approximation*, *Numerical analysis 2000*, Vol. V, *Quadrature and orthogonal polynomials* (W. Gautschi, F. Marcellan, and L. Reichel, eds.), *J. Comput. Appl. Math.* **127** (2001), 267–286; MR1808578 (2002e:65039).
5. **G.V. Milovanović**, M.M. Spalević: *Error bounds for Gauss-Turán quadrature formulae of analytic functions*, *Math. Comp.* **72** (2003), 1855–1872; MR1986808 (2004c:41068).
6. **G.V. Milovanović**, M.M. Spalević, A.S. Cvetković: *Calculation of Gaussian type quadratures with multiple nodes*, *Math. Comput. Modelling* **39** (2004), 325–347; MR2037399 (2005g:65041).

7. **G.V. Milovanović**, A.S. Cvetković: *Uniqueness and computation of Gaussian interval quadrature formula for Jacobi weight function*, Numer. Math. **99** (2004), 141–162. MR2101788 (2005i:65031).
8. **G.V. Milovanović**, A.S. Cvetković: *Gauss-Laguerre interval quadrature rule*, J. Comput. Appl. Math. **182** (2005), 433–446; MR2147878 (2006b:65034).
9. **G.V. Milovanović**, M.M. Spalević: *An error expansion for some Gauss-Turán quadratures and L_1 -estimates of the remainder term*, BIT **45** (2005), 117–136; MR2164228 (2006e:41058).
10. **G.V. Milovanović**, A.S. Cvetković: *Gaussian type quadrature rules for Müntz systems*, SIAM J. Sci. Comput. **27** (2005), 893–913.
11. **G.V. Milovanović**, A.S. Cvetković: *Gauss-Radau and Gauss-Lobatto interval quadrature rules for Jacobi weight function*, Numer. Math. **102** (2006), 523–542.

d) Polinomi (ekstremalni problemi, nejednakosti, nule)

1. **G.V. Milovanović**, I.Ž. Milovanović: *On discrete inequalities of Wirtinger's type*, J. Math. Anal. Appl. **88** (1982), 378–387; MR 82j:26021.
2. **G.V. Milovanović**, M.S. Petković: *On the convergence order of a modified method for simultaneous finding polynomial zeros*, Computing **30** (1983), 171–178; MR 84g:65061.
3. **G.V. Milovanović**: *An extremal problem for polynomials with nonnegative coefficients*, Proc. Amer. Math. Soc. **94** (1985), 423–426; MR 86g: 26020.
4. **G.V. Milovanović**: *Various extremal problems of Markov's type for algebraic polynomials*, Facta Univ. Ser. Math. Inform. **2** (1987), 7–28; MR 90c:41010.
5. **G.V. Milovanović**, M.S. Petković: *Extremal problems for Lorentz classes of nonnegative polynomials in L_2 metric with Jacobi weight*, Proc. Amer. Math. Soc. **102** (1988), 283–289; MR 88k:26016.
6. **G.V. Milovanović**, A. Guessab: *An estimate for coefficients of polynomials in L_2 norm*, Proc. Amer. Math. Soc. **120** (1994), 165–171; MR 94b:41010.
7. A. Guessab, **G.V. Milovanović**: *Weighted L_2 -analogues of Bernstein's inequality and classical orthogonal polynomials*, J. Math. Anal. Appl. **82** (1994), 244–249; MR 94m:42053.
8. **G.V. Milovanović**, D.S. Mitrinović, Th.M. Rassias: *Topics in Polynomials: Extremal Problems, Inequalities, Zeros*, World Scientific Publ. Co., Singapore – New Jersey – London – Hong Kong, 1994, XIV+822 pp.; MR 95m:30009.
9. **G.V. Milovanović**: *Extremal problems for restricted polynomial classes in L_p norm*, In: Approximation Theory: In Memory of A.K. Varma (N.K. Govil, R.N. Mohapatra, Z. Nashed, A. Sharma, J. Szabados, eds.), Monogr. Textbooks Pure Appl. Math., Vol. 212, pp. 405–432, Marcel Dekker, New York, 1998; MR1625241 (99d:41026).

Odjek naučnih rezultata kandidata. U prethodnoj analizi naučnog rada G. Milovanovića pomenut je broj citata njegovih pojedinih radova i knjiga. Ukupan broj citata njegovih radova iznosi preko 250. Veliki broj radova objavljen mu je u elitnim svetskim publikacijama, kao npr. *SIAM Journal on Scientific Computing*, *Mathematics of Computation*, *Numerische Mathematik*, *Constructive Approximation*, *Journal of Approximation Theory*, *BIT*, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, *Proceedings of the American Mathematical Society*, *Applied Mathematics and Computation*, itd. Novi pristupi koji se pojavljuju u njegovim radovima, poput uvođenja nestandardnih ortogonalnosti ili nestandardnih kvadrature procesa, otvaraju nova polja i puteve za istraživanja inspirišući pritom istaknute matematičare u svetu da učestvuju u tome. Tako recimo u obimnom radu iz tri dela [*BIT* **37** (1997), 256–295, 804–832; **39** (1999), 51–78], G. Dahlquist citira Milovanovićeve radove [c1], [c2], [c3], ukazujući na činjenicu da je u značajnoj meri bio oslonjen i inspirisan njegovim radovima. U odeljku **Acknowledgements**, on piše: “*The writer also wants to express his gratitude to Professor G. Milovanović for a very informative letter containing, e.g., some of his very accurate recursion coefficients, and references to Carlitz and Askey-Wilson.*” Inače, Germund Dahlquist je osnivač i dugogodišnji urednik prestižnog Nordijskog časopisa iz oblasti Numeričke Matematike *BIT* (“Nordisk Tidskrift for InformationsBehandling”), utemeljivač moderne teorije numeričke stabilnosti diferencijalnih jednačina i koncepta numeričke stabilnosti uopšte (njegov rad u *BIT*-u iz 1963 o tzv. A-stabilnosti je najcitiraniji rad u oblasti numeričke analize).

Veliki odjek imale su i njegove monografije, posebno monografija [d8] objavljena na 836 stranica u izdanju World Scientific, Singapore, 1994, koju danas mnogi u svetu zovu ``*Bible of Polynomials*``. Sedam veoma afirmativnih prikaza ove monografije se pojavilo, na primer, u *Mathematical Reviews* (95m:30009) (N. K. Govil, Auburn University, AL, USA), *Zentralblatt für Mathematik* (Zbl 0848.26001) (H. M. Srivastava, Victoria, Canada), *Journal of Approximation Theory* **82** (1995), 471–472 (T. Erdelyi, Ohio State University, Columbus, USA), *Mathematics of Computation* **65** (1996), 438–439 (E. W. Cheney, University of Texas, Austin, USA), *SIAM Review* **41** (1999), 405–407 (V. Totik, Bolyai Institute, Hungary). Monografija je dosad citirana stotinak puta od strane drugih autora. Posebno treba naglasiti citiranost Milovanovićevih radova u petnaestak značajnih monografija i knjiga izdatih u svetu u poslednjih desetak godina (npr. **S.R. Finch**, *Mathematical Constants*, Cambridge University Press, Cambridge, 2003, MR2003519 (2004i:00001); **Q.I. Rahman**, **G. Schmeisser**: *Analytic Theory of Polynomials*, Oxford University Press, Oxford, 2002, MR1954841 (2004b:30015); **Y.G. Shi**: *Theory of Birkhoff Interpolation*, Nova Science Publishers, Inc., NY, 2003, MR2019430 (2005h:41001); **W. Gautschi**: *Numerical Analysis. An Introduction*, Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 1997, MR1454125 (98d:65001); **P. Borwein**, **T. Erdélyi**: *Polynomials and Polynomial Inequalities*, Springer-Verlag, New York, 1995, MR1367960 (97e:41001); **A.R. Krommer**, **Ch. Ueberhuber**: *Computational Integration*, SIAM, Philadelphia, PA, 1998, MR1625683 (99g:65027), itd., a u monografiji **W. Gautschi**: *Orthogonal Polynomials: Computation and Approximation*, Oxford University Press, New York, 2004; MR2061539 (2005e:42001) citirano je čak 18 njegovih radova). Brojnim pozivima na međunarodne konferencije i simpozijume, gde je saopštavao svoje naučne rezultate, G. V. Milovanović je stekao veliku međunarodnu reputaciju.

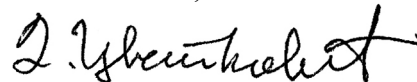
Zaključak. Na osnovu gornje analize naučnog rada kandidata jasno je da je G. Milovanović izuzetno plodan i uspešan matematičar, sa velikim brojem kvalitetnih publikacija iz nekoliko grana numeričke analize i teorije aproksimacija, matematičkih oblasti koje su tokom poslednjih decenija u punom procvatu. Burnim razvitkom informatike, metodi numeričke analize su izuzetno značajni kako za teorijska istraživanja, tako i za raznorazne primene. U svojim radovima, koje je pisao ili sam ili u saradnji sa uticajnim domaćim i stranim istraživačima, G. Milovanović je dobio brojne značajne rezultate. Naziv «Metoda Gautschi – Milovanovića» se recimo već uveliko odomaćio i pokazuje, uz razna druga priznanja, veliki uticaj koji je kandidat vršio, a i dalje vrši, na oblast numeričke analize i teoriju aproksimacija. Njegovi udžbenici i monografije afirmisali su ga i kao autora koji ostavlja trajan trag u svetskoj literaturi iz numeričke analize i srodnih disciplina. Imajući sve ovo u vidu, Komisija sa velikim zadovoljstvom predlaže da se **Gradimir V. Milovanović** izabere za dopisnog člana SANU u Beogradu.

U Beogradu, 26. maja 2006.

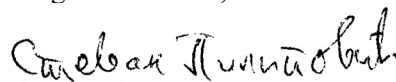
Komisija:



Aleksandar Ivić, akademik



Dragoš Cvetković, akademik



Stevan Pilipović, dopisni član