

# МАТЕМАТИЧКИ ИНСТИТУТ САНУ, ОДЕЉЕЊЕ ЗА МЕХАНИКУ

<http://www.mi.sanu.ac.rs/colloquiums/mechcoll.htm>

<http://www.mi.sanu.ac.rs/colloquiums/collsems.htm>

## ПРОГРАМ СЕМИНАРА МЕХАНИКЕ ЗА ДЕЦЕМБАР 2011.

*Предавања ће се одржавати средом са почетком у 18.00 часова, у сали 301 F на трећем спрату зграде Математичког института САНУ, Кнез Михаилова 36/III, (зграда преко пута главне зграде САНУ).*

**Среда, 7 децембар 2011 у 18 сати (18h)**

**Предавање Но. 1173**

Проф. др Александар Обрадовић, Катедра за механуку, Машински факултет Универзитета у Београду  
**Брахистохроно кретање са ограниченим реакцијама веза**

Разматра се брахистохроно кретање материјалне тачке дуж криве линије  $y = y(x)$  у произвољном пољу сила у вертикалној равни  $xOy$  Декартовог правоуглог координатног система. Крива се третира као билатерална или унилатерална веза која може да буде глатка или храпава. На пројекцију реакције везе на нормалу криве наметнута су ограничења типа неједнакости. Као управљачка променљива  $u$  је узет други извод функције  $y(x)$  у односу на хоризонталну координату  $x$  материјалне тачке, тј.  $u = d^2y/dx^2$ . Применом Потрјагиновог принципа максимума и теорије сингуларних оптималних управљања проблем се своди на нумеричко решавање одговарајућег двотачкастог граничног проблема. За нумеричко решење граничног проблема користи се поступак који се базира на методи шутинга. Решена су два примера са отпорним силама типа вискозног и Кулоновог трења. Разматра се примена овог поступка на брахистохроно кретање крутог тела са Чапљигиновим сечивом ограничене реакције везе.

**Среда, 14 децембар 2011 у 18 сати (18h)**

**Предавање Но. 1174**

Проф. др Сретен Б. Стојановић, Универзитет у Нишу, Технолошки факултет у Лесковцу, Лесковац, Србија

**АНАЛИЗА СТАБИЛНОСТИ И РОБУСТИ СТАБИЛНОСТИ ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМА СА ВРЕМЕНСКИ ПРОМЕНЉИВИМ КАШЊЕЊЕМ КОЈА УЗИМА У ОБЗИР ИЗНОС ВРЕМЕНСКОГ КАШЊЕЊА**

Постојећи услови стабилности система са кашњењем могу се поделити у две групе: они који су независни од временског кашњења и они који од њега зависе. Прва група услова стабилности не узима у обзир информацију о износу временског кашњења, док друга група користи ову информацију. Добро је познато да су услови стабилности зависни од кашњења мање конзервативни од услова стабилности који су независни од кашњења, нарочито када је износ временског кашњења мали. У последње време, велика пажња посвећена је проблему стабилности зависној од кашњења линеарних дискретних система са временски променљивим кашњењем. Кључна ствар за извођење критеријума стабилности који зависе од временског кашњења лежи у избору одговарајућег Љапунов-Красовски (L-K) функционала. Познато је да општи облик овог функционала води ка компликованом систему једначина, који даје високо-димензионе линеарне матричне неједначине (LMI). Због тога многи аутори радије разматрају специјалне форме L-K функционала које дају једноставније, али конзервативније довољне услове који су исказани у облику одговарајућег скупа LMI.

Овај рад презентује нове критеријуме стабилности зависне од кашњења за линеарне дискретне системе са временски променљивим кашњењем користећи специјалну форму L-K функционала и нове технике за добијање зависности од временског кашњења. Услови стабилности су исказани у облику LMI. Поделом интервала кашњења на два нееквидистантна подинтервала помоћу подешљивог параметра  $\alpha$  и избором одговарајућих подешљивих матрица на овим поинтервалима L-K функционала, као и проценом горње границе неких унакрсних чланова L-K функционала, добијени су нови критеријуми стабилности и робустности стабилности који су зависни од кашњења. Нумерички примери су показали да добијени резултати поседују мању конзервативност у односу на постојеће резултате. Такође, користећи одговарајућу трансформацију модела оригиналног система са кашњењем, изведени

су нови довољни услови стабилности који су зависни од кашњења. Изведени критеријуми зависе од минималне и максималне вредности временског кашњења. Показано је да ови критеријуми стабилности поседују приближно исту конзервативност као и постојећи, али су у математичком смислу једноставнији.

**Среда, 21 децембар 2011 у 18 сати (18h)**

**Предавање Но. 1175**

Проф. др Драган Милосављевић, Машински факултет Универзитета у Крагујевцу

**Динамичко понашање композитних плоча и ламината**

Композитни материјали се састоје од два основна конституента: влакна и матрице који чине слојеве који су међусобно повезани и тако чине вишеслојни композит познат као ламинат. Влакна су основни носиви елемент композита и дају му чврстоћу, док матрица држи влакна заједно, има важну функцију у преносу оптерећења на влакно и даје спољашњи облик композиту.

Уколико је материјал ојачан једном фамилијом влакана, тада композитни материјал има један привилегован правац, па је материјал локално трансверзално изотропан у односу на тај правац. Правац влакна може се дефинисати помоћу поља јединичног вектора  $\mathbf{a}$  који може да се мења од тачке до тачке. Трајекторије вектора  $\mathbf{a}$  су тада влакна и материјал може да се сматра локално трансверзално изотропним у односу на локални правац влакна. Обзиром да правац влакна зависи од положаја, овде ће бити усвојена формулација конститутивних једначина независних од координатног система. За дату деформацију, функција енергије деформације  $W$ , зависи од тензора деформације  $\boldsymbol{\varepsilon}$  и правца влакна  $\mathbf{a}$ . Овде ће бити дата листа матричних производа чији трагови чине базу за својствену ортогоналну групу, што доводи до скупа инваријаната, на основу кога се формира најопштија квадратна функција енергије деформације. Даље ће бити формирана веза напона и деформације, која ће послужити за добијање компонената тензора еластичности у случају ојачања једном фамилијом влакана.

Овде ће такође бити, следећи Spencer-а, развијена релација напон – релативна деформација и за материјал који има линеаран еластични одговор, а ојачан је двема фамилијама влакана, при чему су правци влакана описани јединичним векторима рецимо  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ . Слично, као и у случају ојачања једном фамилијом влакана, функција енергије деформације зависи од  $\boldsymbol{\varepsilon}$ ,  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ . Дефинисаће се листа матричних производа чији трагови формирају базу за својствену ортогоналну групу. Биће формирана функција енергије релативне деформације као најопштија квадратна функција по  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , на основу које ће се добити конститутивна једначина. Показаће се да тензор еластичности, у том случају, има тринаест независних константи што у анизотропној теорији и одговара материјалу који има једну раван симетрије, која је локално тангентна раван на површ у којој две фамилије влакана леже.

Плоче и ламинати формиран од горе описаног материјала показују интересантне динамичке особине при пропагацији еластичних таласа, који су дисперзивни. Биће приказани неки резултати динамичког понашања добијени када материјал има јаку анизотропију.

**Предавање асистента др мед. Андјелке Хедрих се помера за наредни период.**

Асистент др мед. Андјелка Хедрих, Државни универзитет у Новом Пазару

**Моделовање осцилација зоне пелуциде пре и после оплодње - ЕНОЦ Јанг Сциентист Призе 2011–ЕуроМеџ Социету**

*Зона пелуцида (ZP)*, ацелуларни омотач јајне ћелије, током сазревања јајне ћелије и у току процеса фертилизације мења дебљину и еластична својства. Да би описали промену механичких својстава ZP пре и после оплодње Yp је замишљена као осцилаторни систем који осцилује слободним (пре оплодње) и принудним осцилацијама (у току оплодње). Користећи метод дискретног континуума ZP смо моделовали као дискретну сверичну мрежу са нелинеарним еластичним и виско-еластичним везама. Елементи дискретне сверичне мреже одговарају гликопротеинима ZP-е и повезани су на специфичан начин. Осцилаторни модел ZP пре и после оплодње се разликује у начину повезивања елемената: пре оплодње везе између елемената су идеално еластичне, а након оплодње везе између елемената се могу описати стандардним лаким елементима са наследним својствима те су везе виско-еластичне, што је у складу са експерименталним подацима о промени еластичности ZP пре и после оплодње. Пре оплодње осцилаторни модел сферичне мреже ZP осцилује слободним осцилацијама са 3n слободе и са 3n сета сопствених кружних фреквенција. Приликом дејства сперматозоида на сверичну осцилаторну мрежу ZP, нарушава се њено претходно равнотежно стање и она почиње да осцилује. Можемо да сматрамо да

сперматозооиди предају део своје кинетичке енергије сверичној мрежи Зп и да се део те енергије косристи за промену њеног почетног стања. Дисторзија која настаје у систему приликом дејства сперматозооида доводи до тога да да свака материјална тачка система осцилаторног модела сверичне мреже ЗР, у општем случају, осцилује Зн фреквентним преинудним осцилацијама. За моделовање слободних и принудних осцилација ЗР направили смо три независна система спрегнутих диференцијалних нелинеарних једначина од којих је први сет Georg Duffing-овог типа. За решавање три независна подсистема нелинеарних диференцијалних једначина користили смо две методе: Lagranges-ову методу варијационих константи и асимптотски метод Krilov Bogolyubov-Mitropolyskiy-ог за израчунавање прве апроксимације одговарајућих амплитуда и фаза. Елементи мреже се крећу у три орогнална правца и кретање у сваком од правца представља мултифреквентни асинхрони систем, атрајекторије резултујућег кретања су у форми генерализованих Lissajus-ових фигура.

Модел може да објасни промену дијаметра и конзистенције ЗР пре и после оплодње и да да математичка објашњења за повољна и неповољна стања осцилаторне сферичне ЗР мреже за успешну пенетрацију сперматозооида кроз мрежу. Резултати показују да се кретања материјалних тачака система ЗР сверичне осцилаторне мреже мењају пре и после оплодње од периодичних кретања до кретања која су налик хаотичном кретању. Може се претпоставити да хаотична кретања представљају неповољно стање за успешну пенетрацију других сперматозооида. У складу са нашим моделом овај вид кретања се јавља након оплодње и претпостављамо да претставља заштитини механизам који штити јајну ћелију од полиспермије.

### Literatura:

- [1] Papi M, Sylla L, Parasassi T, Brunelli R, Monaci M, Maulucci G, Missori M, Arcovito G, Ursini F, and De Spirito M. (2009) Evidence of elastic to plastic transition in the zona pellucida of oocytes using atomic force spectroscopy. *App Phy Lett* 94: 153902.
- [2] Khalilian M, Navidbakhsh M, Valojerdi MR, Chizari M, Yazdi PE. (2010) Estimating Young's modulus of zona pellucida by micropipette aspiration in combination with theoretical models of ovum. *J.R. Soc. Interface.* 7(45):687-94.
- [3] Papi M, Brunelli R, Sylla L, Parasassi T, Monaci M, Maulucci G, Missori M, Arcovito G, Ursini F, De Spirito M. (2010) Mechanical properties of zona pellucida hardening. *Eur Biophys J* 39:987-992.
- [4] Familiari G, Relucanti M, Heyn R, Micara G, and Correr S. (2006) Three-Dimensional Structure of the Zona Pellucida at Ovulation. *Microscopy research and technique* 69:415-426.
- [5] Sun Y, Nelson BJ, Greminger MA. (2005) Investigating Protein Structure Change in the Zona Pellucida with a Microrobotic System. *The International Journal of Robotics Research* 24 ( 2-3): 211-218.
- [6] Hedrih (Stevanović) K., (2006), Modes of the Homogeneous Chain Dynamics, Signal Processing, Elsevier, 86(2006), 2678-2702.. ISSN: 0165-1684 [www.sciencedirect.com/science/journal/01651684](http://www.sciencedirect.com/science/journal/01651684)
- [7] Hedrih (Stevanović) K., (2008), Dynamics of coupled systems, Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, Volume 2, Issue 2, June 2008, Pages 310-334.

**Среда, 28 децембар 2011 у 18 сати (18h)**

**Предавање Но. 1176**

Милош Живановић, докторант, Машински факултет, Универзитет у Београду,

**Од принципа декомпозиције до практичне стабилности кретања механичког система**

Принцип декомпозиције, којег је увео Јевгеније Серафимович Пјатницки (1936-2003), јесте један моћан двохијерархијски алгоритам управљања механичким системима. Он је робустан на спољње поремећаје, промену геометријских и инерцијалних карактеристика механичких система, као и промену управљачког задатка за механички систем, што га чини једним универзалним алгоритмом управљања. Чињеница да се за формирање управљања не користи математички модел механичког система већ само задате и мерене кинематичке величине знатно повећава применљивост оваквог алгоритма управљања. Принцип декомпозиције подразумева довођење механичког система у режим декомпозиције, који је у суштини један клизни режим, у којем су интеракције елемената система и деловања спољњих поремећаја у потпуности компензовани и не утичу на кретање механичког система у режиму декомпозиције. Предност режима декомпозиције огледа се и у томе што се у њему кретања механичког система могу задавати. Успостављање режима декомпозиције остварује се дејством прекидне управљачке силе што је једина мана овог управљачког алгоритма с аспекта практичне примене.

Циљ управљања механичким системом јесте да механички систем изврши постављени задатак. Да би то урадио он мора да оствари кретања којима се задатак извршава. Скуп свих таквих кретања представља скуп жељених кретања, па се циљ управљања своди на остваривање жељеног кретања механичког система. Непознавање прецизног математичког модела система или уопште непознавање било каквих прараметара математичког модела не даје могућност да се скуп свих жељених кретања одреди. Ипак, да би могло да се покаже да механички систем може да изврши постављени задатак неопходно је на неки начин одредити неки скуп жељених кретања. У таквом скупу се бира једно жељено кретање за које се сматра да ће механички систем извршити постављени задатак на најбољи начин. Такво кретање назива се номинално кретање. У пракси, механички систем не може остварити номинално кретање, али га може остварити с одговарајућом тачношћу. Дефинисањем тачности остваривања номиналног кретања дефинише се скуп блиских кретања, односно, скуп кретања блиских номиналном кретању.

Јасно је да тачност треба дефинисати тако да је скуп блиских кретања подскуп скупа жељених кретања. Уколико постоји скуп почетних стања механичког система и непрекидна ограничена управљачка сила који обезбеђују да механички систем из сваког почетног стања из скупа под дејством управљачке и непрекидне ограничене поремећајне силе остварује блиско кретање каже се да је номинално кретање механичког система практично стабилно.

У овом предавању излаже се како се идеја принципа декомпозиције може искористити за доказ практичне стабилности номиналног кретања механичког система.

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*

Предавања ће се одржавати средом са почетком у 18.00 часова, у сали 301 F на трећем спрату зграде Математичког института САНУ, Кнез Михаилова 36/III, (зграда преко пута главне зграде САНУ).

Позив научницима и истраживачима да пријаве своја предавања

Пријава потенцијалног предавача треба да садржи апстракт предавања до једне странице на српском језику ћирилицом и превод на енглески језик, као и CV обима до две странице. Пријаву послати на адресу управника Одељења за механику у виду Word DOC на адресу: [khedrih@eunet.rs](mailto:khedrih@eunet.rs)



Катица Р. (Стевановић) Хедрих  
Управник Одељења за механику