

## МАТЕМАТИЧКИ ИНСТИТУТ САНУ, ОДЕЉЕЊЕ ЗА МЕХАНИКУ

<http://www.mi.sanu.ac.rs/colloquiums/mechcoll.htm>

<http://www.mi.sanu.ac.rs/colloquiums/collsems.htm>

### ПРОГРАМ СЕМИНАРА МЕХАНИКЕ ЗА МАРТ 2011.

*Предавања ће се одржавати средом са почетком у 18.00 часова, у сали 301 F на трећем спрату зграде Математичког института САНУ, Кнез Михаилова 36/III, (зграда преко пута главне зграде САНУ).*

**Среда, 2 март 2011 у 18 сати**

**1144 предавање**

Др Бранко Сарих, Висока школи техничких струковних студија у Чачку.

#### **Једно решење проблема сингуларитета и перихелиа**

Њутнов гравитациони концепт, који описује са доводном тачношћу, упркос неким актуелно нерешеним питањима унутар њега, Сунчев планетарни систем, преко Кеплерових закона планетарних кретања, је фундаментални закон класичне механике. Прво нерешено питање, засновано на чистој теоретској основи, је такозвани проблем сингуларитета. Наиме, на основу математичког модела кретања две материјалне тачке истих маса у пољу дејства Њутнове централне гравитационе силе, када се правац кретања материјалних тачака поклапа са правцем дејства силе, лако се да видети да апсолутне вредности свих релевантних физичких величина, као што су брзина, сила, кинетичка и потенцијална енергија, у граничном случају када узајамно растојање материјалних тачака тежи нули, теже бесконачности. Друго нерешено питање, које је чисто емпиријске природе, је проблем перихелиа. Наиме, експериментално је потврђено да перихел Меркурове орбите се помера у равни њеног планетарног кретања око Сунца. Другим речима, сва планетарна кретања, у Сунчевом планетарном систему, одступају од Њутновог математичког модела гравитације. Сходно томе, да би се симултано решила ова два актуелно нерешена проблема унутар Њутновог гравитационог концепта, циљ рада је модификација самог Њутновог гравитационог модела.

#### **Референце:**

Andjelić, P. T., Tenzorski račun, Naučna knjiga, 1980, Beograd.

Bizzeti G. P., Bizzeti-Sona M. A., Fazzini T. and Tacceti N., Search for a composition-dependent fifth force, Phys. Rev. Lett., vol. 62, 2901-2904, 1989.

Landau D. L. and Lifsic M. E., The fields theory (in Russian), Science, Moscow, 1988.

Lukačević S. I., Osnovi teorije relativnosti, Naučna knjiga, Beograd, 1980.

Mihailovic D., On some relations between vector elements, Publication of school of electrical engineering of Belgrade University, Series: Math. and Phys., vol. 73, 302- 31, 1970.

Pauli V., The relativity theory (in Russian), Science, Moscow, 1983.

Saric B. V., A functional expression for the curvature of hyper-dimensional Riemannian spaces, Lobach. J. Math. Vol. 7, 31-42, B. V. 2000.

Tauber E. G., Einsteinova opca teorija relativnosti, Globus, Zagreb, 1984.

**Среда, 9 март 2011 у 18 сати**

**1145 предавање**

Проф. др Владимир Д. Стевановић, Универзитет у Београду, Машински факултет

#### **РАЗВОЈ И ПРИМЕНА НУМЕРИЧКЕ МЕХАНИКЕ ВИШЕФЛУИДНИХ СТРУЈАЊА**

Нумеричка механика вишефлуидних струјања (Цомпутационал Мулти-Флуид Дунамицс - ЦМФД) за вишедимензионална струјања течности и гаса је област која се интензивно развија. С обзиром на комплексност и различитост двофазних струјања течности и гаса, даљи развој моделирања двофазних струјања, закона размене између фаза и нумеричких метода је потребан у циљу добијања ефикасних ЦМФД метода опште намене, које би биле примењиве за широки опсег техничких и технолошких услова.

Приказан је оригинални приступ различитим аспектима ЦМФД моделирања. Заснован је на приступу вишефлуидног моделирања, развоју потребних модела за размену масе, количине кретања и енергије између фаза и развоју одговарајућих нумеричких метода за ефикасно решавање билансних једначина модела. Билансне једначине масе, количине кретања и енергије се постављају за више флуидних струја, зависно од проблема који се решава. Велике разлике густина и других термо-физичких параметара фаза у двофазном струјању постављају строге услове стабилности и тачности примењеним нумеричким методама решавања. Нумеричке методе треба да су примењиве како за дисперзна вишефазна струјања, тако и за раздвојена струјања са кретањем разделне површине. Поља брзина и притиска се решавају СИМПЛЕ методом корекције притиска која је прилагођена условима вишефазних струјања. За решавање транспортних једначина скаларних параметара приказане су имплицитна и експлицитна метода. Имплицитна метода је погодна за стационарне и споре прелазне режиме, без пропагације оштрих фронтова. Експлицитна метода, заснована на праћењу кретања флуидних делића је нумеричка шема трећег реда тачности. Развијена је у циљу предвиђања пропагације фронтова скаларних параметара, као и за проблеме са праћењем пропагације разделних површина фаза.

Могућности развијеног метода се показане на примерима решавања стандардних проблема, као и реалних инжењерских проблема. Решавање стандардних проблема обухвата предвиђање кретања границе кључања, пропагације поплавног таласа при лому бране, сепарације у почетку хомогене двофазне мешавине у посуди, струјања капи, паре и течног филма око преграде у струјном каналу, као и кризе размене топлоте при кључању у великој запремини. Решења инжењерских проблема обухватају стационарна и прелазна двофазна струјања у генераторима паре и испаривачима, колекторима размењивача топлоте за испаравање расхладних флуида, као и кондензације паре у затвореним цевима уз присуство некондензујућих гасова. Добијени резултати су верификовани поређењем са измереним вредностима и расположивим аналитичким решењима. Изложени нумерички резултати показују да је развијени ЦМФД метод за вишефазна струјања користан и робустан алат за симулације и анализе струјања флуида у компонентама различитих геометрија и при различитим термо-хидрауличким процесима. Добијени резултати су подршка пројектовању опреме, дијагностици радних услова и сигурносним анализама у енергетској, хемијској и процесној индустрији.

**Среда, 16 март 2011 у 18 сати**

**1146 предавање**

Prof. dr Zivorad Tomovski, St.Cyril and Methodius University of Skopje , Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Institute of Mathematics, Macedonia

## **Fractional and Operational Calculus with generalized Mittag Leffler functions and Applications**

**Abstract.** The subject of fractional calculus has gained importance and popularity during the past three decades or so, due mainly to its demonstrated applicability in numerous seemingly diverse fields, namely in the areas of electromagnetism, control engineering, fractional viscoelastic models, diffusion theory, continuum mechanics, signal processing, etc. Indeed, it provides several useful tools for solving differential, integral, and integro-differential equations and various other problems involving special functions of mathematical physics as well as their extensions and generalizations in one and more variables. The objective of this talk is to consider some fractional differential equations of modern physical interest.

There are several definitions that lead to different results, making difficult the establishment of a theory of fractional calculus in agreement with current practice. Those of Riemann-Liouville (R-L), Caputo, Grünwald-Letnikov, Weyl, Hadamard, Osler, Marchaud are some of the known definitions. We'll consider a certain family of generalized (R-L) fractional derivative operators of order  $\mu$  and type  $\nu$  which were introduced by R. Hilfer (2000) and investigated by R. Gorenflo/F. Mainardi (2007); H.M.Srivastava/Z. Tomovski (2009); R. Hilfer/Yu. Luchko/Z. Tomovski (2009), Tomovski/Hilfer/Srivastava (2010), e.t.c. in several earlier works. Many solutions of the fractional differential equations can be expressed via Mittag-Leffler (M-L) functions, Wright functions, Fox H-function, e.t.c. (M-L) functions are natural extensions of the exponential and trigonometric functions. As mentioned in the survey (Gorenflo and Mainardi), even the classical (M-L) functions, for a long time, have been almost totally ignored in the common handbooks on special functions and tables of transforms, although a description of their properties has appeared already in the third volume of the Bateman Project (Erdelyi, et.al.) in a chapter devoted to "miscellaneous functions".

The basic processes of relaxation, diffusion, oscillations, and wave propagation have been generalized by several authors by introducing fractional derivatives in the governing (ordinary or partial) differential equations. This leads to superslow or intermediate processes that, in mathematical physics, we may refer to as fractional phenomena. We will derive various compositional properties, which are associated with (M-L) functions and Hardy-type inequalities for the generalized (R-L) fractional derivative operators. Furthermore, by using the Laplace transformation methods and operational method of Mikusinski, we will provide solutions of many different classes of fractional differential equations with constant and variable coefficients and some general Volterra-type differintegral equations in the space of Lebesgue integrable functions and certain spaces of generalized functions. Particular cases of these general solutions and a brief discussion about some recently investigated fractional kinetic equations by Saxena-Kalla will be also considered. The proposed fractional models are solved by analytical methods, such as the Laplace, Melline, and Fourier transform methods, method of separation of variables, Sturm-Liouville problem, Operational method of Mikusinski, Tauberian Theorems and some numerical methods.

## REFERENCES

- [1] H. M. Srivastava, Ž. Tomovski, Appl. Math. Comput. 211 (2009), 198.
- [2] R. Hilfer, Y. Luchko, Ž. Tomovski, Operational method for the solution of fractional differential equations with generalized Riemann-Liouville fractional derivatives, Fract. Calc. Appl. Anal. 12 (3) (2009), 299.
- [3] R. Hilfer, Fractional Time Evolution, Applications of Fractional Calculus in Physics, World Scientific, Singapore (2000), 87.
- [4] F. Mainardi, R. Gorenflo, Fract. Calc. Appl. Anal. 10 (2007), 269.
- [5] Ž. Tomovski, R. Hilfer, H. M. Srivastava, Integral Transform. Spec. Funct. 21 (11) (2010), 797.
- [6] T. Sandev, Ž. Tomovski, J. Phys. A: Math. Theor. 43 (2010), (12pp.).

Среда, 23 март 2011 у 18 сати

1147 предавање

Проф. др Михаило П. Лазаревић, Катедра за механику, Машински факултет, Универзитет у Београду,

### Примена рачуна нецелобројног реда у мехатроници и теорији управљања: нови резултати

У последњих неколико година, постоје значајне истраживачке активности у вези са применама рачуна нецелобројног реда (РНР) у мехатроници и у теорији управљања. У овој презентацији сасвим нова процедура теста стабилности се предлаже за пертурбоване (не) линеарне (не)хомогене системе нецелобројног реда са/без временског кашњења. Резултати из области стабилности на коначном временском интервалу и практичне стабилности проширени су на (не)линеарне, непрекидне системе нецелобројног реда (са временским кашњењем) који су дати у простору стања. Довољни услови стабилности на коначном временском интервалу и практичне стабилности за дату класу система су добијени применом генерализованих Гронвалових неједнакости. Посебно, претходни резултати могу се применити за стабилизацију мехатроничког система, где се појављује кашњење у систему управљања  $PD^\alpha$  типа. Осим тога,  $PD^\alpha$  тип управљања путем итеративног учења са повратном спрегом (ИЛФЦ) је предложен за класу линеарног система нецелобројног реда. Када структура система није позната или када се многи параметри не могу утврдити, ИЛЦ се може применити. Шема управљања путем учења обухвата две врсте закона управљања:  $PD^\alpha$  управљање у повратној спрези и  $PD^\alpha$  закон управљања у директној грани. Довољан услов за конвергенцију предложеног ИЛЦ је дат одговарајућом теоремом која је доказана. Коришћењем повратне спреге, контролер обезбеђује бољу стабилност система и одржава грешку стања унутар датих граница. Даље, овде ће бити представљени и нови алгоритми ПИД управљања који су засновани на примени (РНР) датим мехатроничким системом за производњу техничких гасова, тј. производњи криогених гасова. Циљ је да се нађе оптимално подешавање за фракциони  $PI^\alpha D^\beta$  контролер како би се испунили дати пројектни захтеви за затворени систем управљања, узимајући при томе у обзир предности нецелобројног реда као и особина течног техничког гаса. Даље, показује се да активно управљање нелинеарних вибрација композитне *smart* греде се може добити коришћењем одговарајућих  $PI^\alpha D^\beta$  контролера где се читавање података и управљање добија коришћењем пиезоелектричних сензора и актуатора.

Најзад, разматраће се и генерализовани сплајнови (Б-сплајн нецелобројног реда) и друге конструкције таласића нецелобројног реда, где се може изградити база таласића параметризацијом континуирано променљивог параметра  $\alpha$ . На тај начин, технике таласића нецелобројног реда постају веома корисне алатке за спровођење анализа сигнала посебно у

стварном животу за недеструктивна тестирања, које побољшавају већ постојећу опрему за тестирање са напредном обрада сигнала – отклањање шума, појачање и груписање оригиналног сигнала.

**Среда, 30 март 2011 у 18 сати**

**1148 предавање**

Проф. дрр Стеван МАКСИМОВИЋ, дипл. инж., Војнотехнички институт, Сектор за ваздухопловство

## **НЕКИ АСПЕКТИ АНАЛИЗЕ ЧВРСТОЋЕ АВИОНСКИХ КОНСТРУКЦИЈА СА АСПЕКТА ЗАМОРА И МЕХАНИКЕ ЛОМА**

Апстракт: Заморни век конструкција се у општем случају може поделити у две фазе и то: (1) до појаве иницијалних оштећења и (2) за време ширења прскотине. Код конструкција где су доминантне пластичне деформације што у основи подразумева кратак заморни век ширење прскотине чини доминантни део заморног века. Код конструкција са дугим заморним веком доминирају еластичне деформације број циклуса до појаве иницијалног оштећења представља основни део замора. Чак и у случајевима код елемената конструкција где су номинални напони еластични по правилу се јављају пластичне деформације у зонама концентрације напона. Стога се у општем случају анализа заморног века може проучавати као два независна процеса и то: први, до појаве иницијалног оштећења и други, за време ширења прскотине. Математички модели за проучавање ова два процеса су потпуно различита. За фазу процене века до појаве иницијалних оштећења се по правилу користе добро познате  $e-N$  и цикличне  $S-N$  криве док се за анализе ширења прскотине користе, по правилу, конвенционални закони ширења исказани преко градијента ширења прскотине у зависности од фактора интензитета напона.

Пажња у овом разматрању је усмерена на развој прорачунских метода за анализу чврстоће конструкција са иницијалним оштећењима са аспекта механике лома и замора. Разматране прорачунске методе су засноване на коришћењу конвенционалних сингуларних коначних елемената за одређивање фактора интензитета напона са одговарајућим законима ширења прскотине у којима су укључени и различити ефекти у оквиру спектра оптерећења. За анализу ширења прскотине коришћена су два приступа: (1) конвенционални и (2) на бази Густине Енергије Деформације (ГЕД).

Када се ради о процени века елемената конструкција до појаве иницијалних оштећења у домену малоцикласног замора користе се релације за које је потребно познавање малоцикласних карактеристика понашања материјала које се одређују експериментално. За анализу ширења прскотине односно за процену преосталог века конструкција могу се користити два приступа. Први се заснива на конвенционалним законима ширења прскотине попут Парисовог закона ширења прскотине где су неопходне експериментално одређене динамичке карактеристике материјала. Други приступ за анализу ширења прскотине се базира на коришћењу методе густине енергије деформације. Код овог приступа се за анализу ширења прскотине користе малоцикласне карактеристике материјала, односно користе се исте карактеристике материјала као и за процену века до појаве иницијалних оштећења. Значи код овог приступа нису потребне нове експериментално одређене динамичке карактеристике материјала попут Парисових константи.

Да би се сагледала и упоредила ова два приступа укључени су и одговарајући нумерички примери. Примарна пажња се односила на проблеме пројектовања везе крило-труп авиона. Прорачунске процедуре за анализу ширења прскотина и процене преосталог века, користећи оба поменута приступа, су примењене како код везе крило-труп тако и код других елемената конструкције авиона. Резултати прорачунских процена века су упоређени са одговарајућим експерименталним резултатима.



## Референце

1. Chand, S., Garg, S.B.L., Crack propagation under constant amplitude loading, Eng. Fract. Mech., Vol. 21(1), pp. 1-30, 1985.
2. Oh, Y.J., Nam, S.W, Low-cycle fatigue crack advance and life prediction. J. Mater. Sci. Vol. 27, pp. 2019-2025, 1992.
3. Maksimović, S., Fatigue Life Analysis of Aircraft Structural Components, Scientific Technical Review, 2005.
4. Maksimović, S., Boljanović, S., Fatigue Life Prediction of Structural Components Based on Local Strain and an Energy Crack Growth Models, WSEAS TRANSACTIONS on APPLIED and THEORETICAL MECHANICS, Issue 2, Volume 1, 2006, pp 196-205.
5. Maksimović K., Nikolić-Stanojević V., Maksimović S., MODELING OF THE SURFACE CRACKS AND FATIGUE LIFE ESTIMATION, ECF 16, 16<sup>th</sup> European Conference of Fracture, ECF 16, Alexandroupolis, Grčka, 2006.
6. Boljanović, S., Maksimović, S., Djurić, M., Analysis of Crack Propagation Using the Strain Energy Density Method, *Scientific Technical Review*, Vol. LIX, No.2, 2009, pp. 12-17.
7. Boljanović, S., Maksimović. S., Fatigue Crack Analysis under Mixed Mode Loading, Proceedings of the 9<sup>th</sup> International Conference on Multiaxial Fatigue & Fracture (ICMFF9), Parma, Italy, June 7-9, 2010, pp. 541-549.

**Предавања ће се одржавати средом са почетком у 18.00 часова, у сали 301 F на трећем спрату зграде Математичког института САНУ, Кнез Михаилова 36/III, (зграда преко пута главне зграде САНУ).**

**Позив научницима и истраживачима да пријаве своја предавања**

**Пријава потенцијалног предавача треба да садржи апстракт предавања до једне странице на српско језику ћирилицом и превод на енглески језик, као и CV обима до две странице. Пријаву послати на адресу управника Одељења за механику у виду Word DOC на адресу: [khedrih@eunet.rs](mailto:khedrih@eunet.rs)**

*Катица (Стевановић) Хедрих*

Катица Р. (Стевановић) Хедрих  
Управник Одељења за механику