

СРПСКИ МАТЕМАТИЧАРИ

Зборник предавања одржаних на скупу
Српски математичари у оквиру манифестације
Мај месец математике 2012.

Уређивачки одбор

проф. др Неда Бокан,
академик проф. др Драгош Цветковић,
академик проф. др Градимир В. Миловановић,
проф. др Зоран Марковић, директор Математичког института САНУ,
проф. др Зоран Огњановић, заменик директора Математичког института САНУ,
проф. др Србољуб Протић,
др Милољуб Албијанић

Одговорни уредник

проф. др Урош Шуваковић

Главни уредник

Драгољуб Којчић

За издаваче

Будимир Д. Лончар, управник САНУ,
академик Владимир Бумбаширевић, ректор Универзитета у Београду,
Драгољуб Којчић, директор Завода за уџбенике,

© СРПСКА АКАДЕМИЈА НАУКА И УМЕТНОСТИ (2015)

© ЗАВОД ЗА УЏБЕНИКЕ (2015)

Ово дело не сме се умножавати, фотокопирати и на било који други начин репродуковати, ни у целини ни у деловима, без писменог одобрења издавача.

СРПСКИ МАТЕМАТИЧАРИ

Зборник предавања одржаних на скупу
Српски математичари у оквиру манифестације
Мај месец математике 2012.



СРПСКА АКАДЕМИЈА НАУКА И УМЕТНОСТИ



УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ



ЗАВОД ЗА УЏБЕНИКЕ
БЕОГРАД

САДРЖАЈ

Предговор	7
Говор председника САНУ, академика Николе Хајдина	9
Поздравна реч проф. Др Бранка Ковачевића, ректора Универзитета у Београду	13
Љубомир Протић: Живот, дело и научни рад Михаила Петровића Аласа	17
Катица Р. (Стевановић) Хедрих: Беседа о Михаилу Петровићу и фасцинантној нелинеарној динамици	29
Александар Николић: Михаило Петровић Алас и његово доба	65
Богољуб Станковић: Два сусрета са академиком Милутином Миланковићем	85
Милева Првановић: Сећања са предавања Милутина Миланковића	89
Милан С. Димитријевић : Милутин Миланковић и тајна ледених доба	95
Бојан Новаковић: Милутин Миланковић и небеска механика	115
Славица Гароња Радованац: Књижевно дело Милутина Миланковића	131
Владо Милићевић: Михаило Петровић и Милутин Миланковић – једно вишедеценијско пријатељство	147
Додатак: Фотографије са скупа	161

ПРЕДГОВОР

Српска академија наука и уметности и Универзитет у Београду организовали су 28. маја 2012. године једнодневни скуп под називом *Српски мајемајичари*, у оквиру манифестације *Мај месец мајемајике 2012*. Циљ скупа био је да се представе живот и дело Михаила Петровића и Милутина Миланковића. Показало се и овога пута да ове две значајне научне установе имају неограничене могућности да покажу сваки пут на нови начин дела и мисли својих представника и могућности стварања великих резултата и у нашој средини. Зато је већи број присутних на овом скупу иницирао идеју да се предавања, одржана на овом скупу, припреме и објаве у посебној публикацији САНУ и Универзитета у Београду.

Са задовољством истичемо да су на посебан начин садржај скупа обогатили и учинили посебно занимљивим студенти Милутина Миланковића, сада чланови САНУ, Милева Првановић и Богољуб Станковић, представљајући личне утиске и сећања на године студија, предавања Милутина Миланковића, његове специфичности и као професора, и као педагога и као већ тада препознатљивог научника, различитог од свих осталих.

Да су Михаило Петровић и Милутин Миланковић, као професори Универзитета у Београду, не само то, него у најбољем смислу речи и српски математичари, потврдили су и предавачи на скупу. Они су нам дочарали и колико су „далеко видели”, између осталог, и неопходан спој и прожимање развоја теорије и праксе – фундаменталних истраживања, иновација и технолошког развоја.

Следећи утиске и жеље слушаца, присутних у свечаној сали ректората Универзитета у Београду, да се припреми публикација са свим излагањима, као трајан запис ове манифестације, верујемо да ће и читаоци ове публикације препознати особености стила у излагањима и откривању нових детаља о животу и раду Михаила Петровића и Милутина Миланковића. У таквом очекивању изражавамо посебну захвалност предавачи-

ма – ауторима свих рукописа, као и рецензентима који су допринели да завршна форма рукописа достигне квалитет, који заслужују и установе које су организовале овај скуп, и великани чији је рад промовисан. На крају, напомињемо да је Уређивачки одбор поштовао индивидуалне стилове у припреми радова свих аутора, осим у неким детаљима за које смо проценили да ће допринети квалитету публикације у целини.

Београд, јуни 2013.

Уређивачки одбор

ГОВОР ПРЕДСЕДНИКА САНУ, АКАДЕМИКА НИКОЛЕ ХАЈДИНА

Поштоване даме и господо, драги гости,

Дозволите ми да са неколико речи отворим ову Конференцију „Српски математичари“ која је ове године посвећена представљању живота и рада двојице угледних чланова Српске академије наука и уметности и професора Универзитета у Београду – Михаилу Петровићу и Милутину Миланковићу.

Прво, желим истаћи да је Српска академија наука и уметности основала значајну награду за математику. По нашем схватању, ово је највећа награда у земљи за ову област, поред других наука за које се ове године расписује награда, а то су техничке науке и медицина. Више пута сам говорио о математици и о томе шта она значи. Времена се мењају и мислим да нараста број људи са свешћу да без математике не вреди улазити у живот, јер у већини стручних и научних области, данас готово да се и не може, без извесног, макар и минималног знања, математике. Та свест је на неки начин овде превладала, барем је то мој утисак. Више нема толико родитеља који се хвале да је дете талентовано, генијално, а ето, само му се не допада математика. Ако му се не допада математика онда значи да му се не допада три четвртине свих струка. Једна четвртина света је резервисана само за оне који могу и без тога, а таквих је јако мало и они који мисле да ће упасти у ту групу, обично се варају.

Ви знате да је математика данас ушла у све области. Али оно што хоћу посебно да нагласим јесте да је математика саставни део егзактних наука и да је она управо једно од средстава којима се те науке обично служе. Она је ушла у готово све науке па између осталог и у хуманистичке. Данас се не може замислити неко из тих наука који баш ништа не зна из математике. Економија није више оно са чим сам ја одрастао, математика је велика и дебела у економији и зато се број правих економиста смањило.

У неким наукама су врло јаке узајамне везе између математике и тих наука. Оне се преплићу и на тај начин што се врло често дешава да се многе ствари пре открију у тим наукама него у математици, а значајне су за људску цивилизацију. После математичари то узму, виде да је то за њих одличан материјал и да могу боље да га направе него што то могу инжењери или неки физичари. Не бих сада набрајао али бих напоменуо, рецимо сектор тзв. коначних елемената, који су настали у инжењерској пракси, а касније су их преузели математичари. Данас инжењери без тога не могу, али се све више ослањају на математички приступ. И математичари којима је овај скуп посвећен, Михаило Петровић и Милутин Миланковић у својим радовима су веома добро показали значај математике у истраживањима у другим дисциплинама и њиховим применама. Не бих желео сада о томе да говорим, јер ће о њиховом доприносу развоју математике у нас, као и развоју САНУ и Универзитета у Београду у својим излагањима говорити и предавачи на овом скупу, о чему нам сведочи и већ утврђени програм скупа.

Математика постаје у извесном смислу и начин размишљања. Овај век је и век науке, где математика заузима посебно место. Неке земље, а и Академија наука, једноставно проглашавају овај век као век науке. И то није само фраза какву бисмо ми волели да чујемо, већ је то један озбиљан приступ који мења суштину од забавишта па све до крајњег образовања, доктората и тако даље. То је битна ствар и ми у том правцу напредујемо, али чини ми се доста споро, што је велика грешка. Зато с правом очекујем да ће и један од резултата овог скупа бити путоказ како треба развијати математику, не заборављајући фундаментална истраживања водити рачуна о могућностима повезивања истраживача у интердисциплинарне тимове, где би своје место нашли и математичари. Корист или добит би била огромна, ако бисмо на томе више радили јер бисмо изменили на изврстан начин наше размишљање. Не би тада наше размишљање било претежно фолклорног карактера. Зато морамо напоменути да морамо имати у виду не само правац научно-истраживачког развоја, него и фазе које претходе томе. Све мора да почне од основне школе, а можда и активности у оквиру манифестације „Мај месец математике“ могу томе да допринесу. У земљама, као што је нпр. Француска, деца почињу много раније да се упознају са науком, а највећа је добит од тога што се рано сроде са математиком и касније гледају на те процесе на други начин. Многи људи не могу да пружи свој максимум, из разлога што немају неке елементарне основе из математике, па самим тим ни у својим наукама нису могли много да напредују. И још нешто, резултати ова наша два великана научне мисли Михаила Петровића и Милутина

Миланковића могу да нам помогну и у развоју свести о могућностима постизања великих резултата и у нашој „малој“ средини.

На крају хтео бих да истакнем да су Академија наука и Универзитет у Београду своју сарадњу регулисали и одговарајућим уговором о сарадњи, а један од резултата те сарадње је и организација ове Конференције. Са очекивањем да сарадњу убудуће још више интензивирамо и обогатимо све вас поздрављам и желим пуно успеха. Хвала вам.

ПОЗДРАВНА РЕЧ ПРОФ. ДР БРАНКА КОВАЧЕВИЋА, РЕКТОРА УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Промоција математике као научне дисциплине веома је велики изазов из више разлога, зато што може да обухвати следећа размишљања: представљање могућности како децу кроз игру заинтересовати за математику у најранијем узрасту; откривање тајни лепоте решавања разних математичких проблема ученицима различитог узраста; откривање могућности примене математике у разним сферама живота. Наведене чињенице чине ову, једну од најстаријих наука, увек атрактивном и све актуелнијом. У свему томе, нису мање занимљива ни представљања и сазнања о животу научника посвећених овој науци, за многе врло апстрактној и тешко схватљивој.

Оваква активност има посебан значај, ако се има у виду чињеница да је интересовање ученика за студије природно-техничких наука из године у годину све мање. Овај тренд уочен је не само у нашој земљи и земљама у транзицији, већ и у технолошки развијеним земљама. Са друге стране, модерно друштво је засновано на информационим технологијама и економији знања, тако да недостатак стручних кадрова из области природно-математичких и техничко-технолошких наука може довести до технолошког заостајања и економског сиромаштва. Математика представља основу природних и техничко-технолошких наука, стога увођење ученика у свет математике у најранијем узрасту, почевши од предшколског периода и основне школе, може да заустави овај негативан прекид и значајно допринесе повећању броја студената на природно-математичким и техничким високообразованим установама, као и подизању квалитета наставе на овим усмерењима. То би врло брзо допринело развоју информационог друштва и економском просперитету земље. Истраживања показују да постоји директна зависност између процента високообразованог становништва и степена економског развоја неке земље.

У жељи да дају свој допринос промоцији математике у време трајања активности под заједничким називом *Мај месец маџемаџике*, Српска академија наука и уметности и Универзитет у Београду определили су се да током једнодневнoг скупа, названог *Српски маџемаџичари*, серијом популарних предавања и „казивањем” студената Милутина Миланковића широј публици представе најзначајније резултате два великана епохе двадесетог века: Михаила Петровића и Милутина Миланковића, најинтересантније детаље из њиховог живота, као и то како су се њихови животи испреплетали и утицали на развој и рад Универзитета и Академије, али и нашег друштва у целини. Неће бити заборављене ни анегдоте о овим знаменитим научницима, што их чини још занимљивијим. Оне нам казују да су и великани научне мисли ипак само обични људи, који умеју да уживају у свим дражима живота.

Проучавањем живота и дела Михаила Петровића и Милутина Миланковића бавили су се научни радници из свих универзитетских центара Републике Србије. То нам говори да су ова два великана у правом смислу били српски математичари. То потврђује и избор предавача на овом скупу.

Због тога смо и на Михаила и на Милутина посебно поносни. Надамо се да ће неки млади истраживачи и научници, можда, кренути њиховим стопама.

Михаило Петровић је и утемељивач инжењерске математике на нашим просторима, чији су развој успешно наставили његови ученици, а пре свега професори универзитета, Радивоје Кашанин, Драгослав Митриновић и Тадија Пејовић.

Милутин Миланковић је несумњиво један од највећих научника на светском нивоу, а у Србији XX века недвосмислено највећи. Михаило Петровић је сигурно један од најзаслужнијих што је Милутин Миланковић своја највећа дела створио у нашој земљи током вишедеценијског рада на Универзитету у Београду.

Приметимо, на крају, да је математика највише допринела развоју технике и технологије, као и развоју наше цивилизације кроз историју. Развој нових математичких дисциплина, почевши од Еуклидове математике и идући тако све до данашњих дана, омогућио је технолошки напредак и индустријске револуције. Последња, рачунарска и информатичка револуција, која још увек траје, започела је средином XX века проналаском диода и транзистора као дискретних елемената, и довела је до развоја интегрисаних кола, микро-електронске и нанотехнологије. Овај технолошки прогрес омогућио је теоријски развој физике, који је заснован на нелинеарној математици, чији је утемељивач Фридрих Гаус. Без развоја нових дисциплина математике не би била могућа ни Ајнштајнова теорија

релативности, ни теорија климатских промена Милутина Миланковића, као ни развој астрофизике, свемирских истраживања или, у новије доба, теорије струна. Математичко моделирање информационо-комуникационе технологије данас су неизбежан алат у свим областима, рачунајући и медицинске и друштвено-хуманистичке дисциплине и занимања.

ЖИВОТ, ДЕЛО И НАУЧНИ РАД МИХАИЛА ПЕТРОВИЋА АЛАСА

Љубомир Протић

Ајсџракић: Користећи разноврсну литературу као и сећања наших старијих математичара приказане су околности у којима је Михаило Петровић одрастао, стицао образовање, а затим и његов утицај на развој математике и њених примена у нас, као и бројна интересовања и међународна признања. Представљен је и анализиран један типичан рад Михаила Петровића из области диференцијалних једначина и њених примена у хемији.

Поштовани господине Хајдин председниче САНУ, цењени господине Ковачевићу ректоре Београдског универзитета, поштована и драга колегинице Бокан, проректорко Београдског универзитета, уважене колеге поштоваоци дела и рада Михаила Петровића.

Најпре бих желео да вам признам узбуђење што говорим о нашем великом математичару пред овако цењеним скупом људи и у овој Згради.

Када кажем у овој Згради онда мислим на следеће. Године 1878. десетогодишњи Михаило завршава Основну школу и уписује се у Прву београдску гимназију која је тада била у дворишту Капетан Мишиног здања, односно овде. У овој згради је он потом провео шездесет година. Прво као ђак гимназије, касније Велике школе, изашавши из ње 1938. године као пензионисани редовни професор Универзитета. Дакле цео свој „радни век”. Имао је, истина, паузу од пет година, док је боравио у Паризу за време студија и при изради и одбрани докторске дисертације.

Микина кућа се налазила, а налази се и сада, на пет-десет минута одавде, непосредно иза зграде Патријаршије са погледом на Саву и Дунав, две реке на којима је провео добар део живота.

Да би симболика била потпуна указао бих вам и на следеће. Данашњи Математички факултет излази целом својом дужином на Симинову улицу. Ретко ко зна по коме Сими је та улица добила име, па бих био слободан да кажем неколико речи о томе. Ради се о следећем. Бака Михаила Петровића, Марија (рођена Нешић), жена легендарног проте Саборне цркве Новице Лазаревића имала је брата Симу. Симо Нешић

се као дете имућних родитеља школовао у Београду а потом и у Бечу. По повратку из Беча у Србију радио је у полицији као преводилац јер је одлично говорио немачки, француски, турски, грчки, јеврејски, цинцарски и арнаутски језик.

Јуна 1862. године, у познатим догађајима код Чукур чесме погинуо је као српски тумач. Он је био прва жртва тих догађаја, приложивши тако свој живот на Олтар ослобођења Отаџбине.

Михаило Петровић је рођен 23. априла 1868. године у оновременој угледној београдској породици. Његов деда, као што смо већ рекли, Новица Лазаревић (1821–1902) био је угледни и учени прота Саборне цркве. Стицајем породичних околности водио је бригу о свом унуку јер је Микин отац Никодим (1843–1875), нажалост, рано умро, када је Мико имао свега седам година. Када кажем нажалост мислим пре свега на младог Мику, али и на српски народ јер је Никодим био (као и отац му) веома образован човек. Завршио је Теологију у Новгороду и Кијеву где је и докторирао. Немам података јер то нисам специјално истраживао али је, свакако, један од првих доктора теолошких наука код нас.

Млади Никодим је по повратку у Београд радио као професор на Богословском факултету а у црквеним круговима је остао познат као оснивач и први уредник часописа „Православље” који (са нормалним паузама у ненормалним временима) излази и данас као гласило српске Патријаршије.

Три Микина брата: Радивоје (1869–1898), Милош и Новица, умрли су врло млади; и они су били интелектуалци. Радивоје је наставио породичну традицију. И он је завршио Теологију у Новгороду. Једино је сестра Марија живела дуже и са њом је Мика имао изванредне односе целог живота. Рођена је 1875. године, а удала се за познатог правника Живојина Перића 1895-те године. Интересантно је поменути да је на свадбу, из Париза допутовао и Михаилов професор, чувени Емил Пикар (Emile Picard), што само по себи говори колико је наш млади математичар већ тада био цењен у највишим светским научним круговима.

Млади љубопитљиви Мика проводи детињство и рану младост уз мајку Милицу и уз брижног деду Новицу. Микину мајку сви савременици описују као дивну, тиху жену и сви се слажу да Михаило Петровић личи на своју мајку. Исто онолико колико је она бринула за сина у младости, толико је касније професор Петровић, као пажљив син бринуо о мајци, све до краја њеног живота. Милица Петровић умрла је, на Микиним рукама, у Швајцарској 1918. године, од рака желуца.

Завршивши Велику школу у Београду, млади Михаило Петровић одлази у Париз, где најпре полаже тежак испит за упис у *Ecole Normal*

Superieure а потом је ученик и докторанд на тој, тада најбољој светској математичкој школи. Професори који му предају најпознатији су математичари тог доба: Анри Поенкаре, Пол Пенлеве, Пикар, Ермит, Апел итд., али и физичари као што је нпр. добитник Нобелове награде 1908. год. Габриел Липман и други. Липман је нпр. толико ценио младога Михаила да га је водио као асистента – демонстратора приликом својих предавања у Енглеској.

Круна Микиног школовања у Француској била је одбрана његове докторске дисертације „*Sur les zéros et les infinis des intégrales des équations différentielles algébriques*” (О нулама и бесконачностима интеграла алгебарских диференцијалних једначина) на Сорбони пред комисијом у којој су били Ермит, Пикар и Пенлеве. Пред препуном салом дисертација је била оцењена као изванредна, што је и приличило једном од најбољих студената *Ecole Normal Supérieure*. У дисертацији Михаило Петровић разматра неколика питања која се односе на директно изучавање нула, бесконачности, максимума, минимума... интеграла (решења) алгебарских диференцијалних једначина и нађене резултате примењује у изучавању интеграла са становишта опште теорије функција.

Интересантно је, али и битно напоменути, да је нешто мало пре одбране докторске дисертације млади Михаило публикувао свој први научни рад „*Sur les intégral uniformes des équations différentielles du premier ordre et du genre zéro*” (О униформним интегралима диференцијалних једначина првог реда нултог рода) који његов професор Пикар уноси у свој уџбеник „*Traité d'Analyse*” који се тада сматрао „библијом оновременског математичког знања”.

Дакле, први научни рад одмах је уврштен у уџбеник за студенте што јасно говори и о квалитету али и о фундаменталности резултата које је постигао млади научник.

Те исте 1894. године, у Београду, одлази у пензију Димитрије Нешић (1836– 1904) професор математике на Великој школи. На упражњено место конкуришу млади Михаило Петровић и Петар Вукићевић који је (скоро у исто време када и Мика) докторирао у Берлину. На гласању, Михаило Петровић добија 11 гласова, само један глас више од Вукичевића, и тако постаје професор Велике школе. Сећајући се касније тих догађаја Мика је знао да каже: „Да нисам добио тај глас више никада се науком не бих бавио. Живео бих не у рибарском чамцу, већ у чуну.”

Незаобилазно је за Михаила Петровића рећи да је он још 1888. године положио, код аласа Арсе Илића, калфенски испит за риболов, а 1895. године добија и професионалну дозволу и мајсторско писмо, те тако постаје професионални алас. Бавећи се успешно тим занатом ускоро

добила у београдској средини и ново име – Мика алас – које је чешће у употреби него „професор Петровић”. Није тема овог предавања његова рибарска делатност, али не могу да одолим да не информишем овај цењени скуп да је Мика био изванредан алас. Познато је да је нпр. 1912. године уловио сома тешког 120 килограма, а 1913. године код Винче кечигу од 200 килограма.

После овог малог излета у риболов вратимо се основној теми. У њој видимо да млади али већ доста афирмисани научник постаје професор Велике школе у Београду у коме је после Берлинског конгреса видљив напредак у скоро свим гранама науке и уметности. Уз Јована Цвијића, Симу Лозанића, Стојана Новаковића, Стевана Мокрањца, Живојина Мишића, Јована Скерлића, Павла и Богдана Поповића, Бранислава Нушића, Стевана Сремца итд. почиње Мика један, за оно време грандиозан рад на развоју математичке науке у Србији. За првих десет година публиковао је преко 50 научних радова. Због тога је веома млад, већ у тридесет првој години, постао редован члан Академије наука.

Ширина интересовања Михаила Петровића је импресивна, стога ја данас, не претендујући на потпуност, могу истаћи да се он виšekратно бавио следећим областима науке:

- 1) диференцијалним једначинама,
- 2) теоријом функција (анализа),
- 3) алгебром,
- 4) математичким спектрима,
- 5) историјом математике,
- 6) геометријом,
- 7) математичком феноменологијом,
- 8) рачунарским машинама,
- 9) теоријом релативности,
- 10) применом математике у механици,
- 11) применом математике у физици,
- 12) применом математике у астрономији,
- 13) океанографијом,
- 14) криптографијом,
- 15) разним патентима,
- 16) етнологијом,
- 17) историјом,
- 18) путописима,
- 19) рибарством и
- 20) музиком.

Данас, као и у оно време, скоро да је незамислива ширина опуса Михаила Петровића. Био бих слободан да вам цитирам *званичан сѝав Париске академије наука* при приказивању једне Микине књиге. У приказу Академије каже се да је она (књига): „веома занимљива веома богата, можда чак и пребогата идејама, што унеколико отежава њено савлађивање” и мало даље: „*Заиста међу савременим евројским научницима ѝешко је наћи још некој ко би био ѝако свесѝран као Пеѝровић*” (1922. год. № 12).

Краљ Петар I Карађорђевић је указом од 27.2.1905. године поставио осам редовних професора Универзитета. Међу њима је и Михаило Петровић. Они после тога формирају Универзитет, бирајући следеће професоре. Тако је млада Србија добила могућност за институционални развој знања и науке.

Паралелно са развојем научне мисли код нас Михаило Петровић велику пажњу поклања и стварању услова и атмосфере за развој младих научника у области математике.

Тако под његовим руководством почињу да се раде докторске дисертације у Београду. Младен Берић докторира 1913. године, а Сима Марковић 1914. После паузе за време Првог светског рата, 1923. године докторат брани Тадија Пејовић, а после њега још девет, тада младих, математичара (Радивоје Кашанин, Јован Карамата, Милош Радојчић, Драгослав Митриновић, Данило Михљевић, Константин Орлов, Петар Музен, Драгољуб Марковић и Војислав Авакумовић). Природно, код ових научника докторирају други, млађи, па је тако формирана позната „београдска математичка школа”.

Модел развоја математике под будним оком Михаила Петровића бива уочен у свету, те он 1926. године бива изабран за председника секције за математику француске заједнице за унапређење наука (Association française pour l' avancement des sciences). То је, свакако, за некога ко није француски држављанин велико признање јер треба имати у виду да је у то време француска математика била једна од најпризнатијих у свету.

У оквиру овог предавања сигурно не бих могао да анализирам укупан рад овог нашег научног полихистора. Покушао бих да укажем само на неке резултате до којих је Михаило Петровић дошао у диференцијалним једначинама. Прецизније речено желео бих да још сузим област посматрања на квалитативну анализу решења диференцијалних једначина поменувши само да се Мика Алас бавио и Аналитичком теоријом диференцијалних једначина; Интеграцијом диференцијалних једначина помоћу квадратура; нумеричким (аналитичким) методама решавања диференцијалних једначина итд.

У редовима који се односе на квалитативну анализу решења диференцијалних једначина Михаило Петровић најчешће полази од неких својстава диференцијалних једначина (или неких функција које улазе у саму диференцијалну једначину) а затим врло вешто користећи често и једноставни математички апарат долази до низа интересантних резултата везаних за решење (или решења) полазне диференцијалне једначине. Описани поступак је и суштинска и општа карактеристика рада у квалитативној анализи диференцијалних једначина. У њој се не тражи решење диференцијалне једначине које се некада и не може наћи, а некада пак може али је веома компликовано, те је као такво неупотребљиво, већ се покушава дати што је могуће више информација о том, непознатом, решењу на бази карактеристика саме једначине. Напред изречено бих илустровао једним примером, чини ми се, изванредно интересантног рада Михаила Петровића. Реч је о следећем:

ИЛУСТРАЦИЈА ЈЕДНОГ ТИПИЧНОГ РАДА МИХАИЛА ПЕТРОВИЋА

У раду „Sur l'équation différentielle de Riccati et ses applications chimiques” (О Рикатијевој диференцијалној једначини и њеним применама у Хемији) публикованом 1896. године у *Věstnik Král České společnosti nauk*, Praha [1], Михаило Петровић наговештава, а у раду „Sur une manière d'étendre le théorème de la moyenne aux équations différentielles du premier ordre” (О једном начину проширења теореме о средњим вредностима на диференцијалне једначине првог реда) *Math. Annalen*, Leipzig 1899. [2], потпуно уобличава интересантан резултат који се данашњим (математичким) језиком може интерпретирати на следећи начин:

Нека је дата област Ω и нека су функције $F_1(x,y)$, $F(x,y)$ и $F_2(x,y)$ непрекидне на том скупу, при чему је

$$F_1(x,y) < F(x,y) < F_2(x,y) \quad (x,y) \in \Omega. \quad (1)$$

Нека су, даље, $y_1(x)$ и $y_2(x)$ редом решења диференцијалних једначина

$$y'_1 = F_1(x,y), \quad y' = F(x,y) \quad \text{и} \quad y' = F_2(x,y), \quad (2)$$

која задовољавају заједнички почетни услов

$$y_1(x_0) = y(x_0) = y_2(x_0) = (y_0) \quad (x_0, y_0) \in \Omega. \quad (3)$$

Тада је за $x > x_0$ у области Ω .

$$y_1(x) < y(x) < y_2(x). \quad (4)$$

Доказ.

Докажимо једну од двоструке неједнакости. Нека је, на Ω , $F(x, y) < F_2(x, y)$ и нека су $y(x)$ и $y_2(x)$ решења једначина

$$\frac{dy}{dx} = F(x, y) \quad \text{и} \quad \frac{dy_2}{dx} = F_2(x, y_2)$$

$$y(x_0) = y_2(x_0) = y_0 \quad (x_0, y_0) \in \Omega.$$

Тада је за $x = x_0$

$$\left(\frac{dy_2}{dx} - \frac{dy}{dx} \right)_{x=x_0} = F_2(x_0, y_2(x_0)) - F(x_0, y(x_0)) = F_2(x_0, y_0) - F(x_0, y_0) > 0.$$

Ако се уочи функција

$$\alpha(x) = y_2(x) - y(x),$$

лако се констатује да она задовољава услове

$$\text{а) } \alpha(x_0) = 0,$$

$$\text{б) } \alpha'(x_0) > 0,$$

па је $\alpha(x)$ растућа у малој околини x_0 , односно

$$\alpha(x) > 0 \Leftrightarrow y_2(x) - y(x) > 0 \Leftrightarrow y_2(x) > y(x)$$

за $x > x_0$.

(Обратно, за $x < x_0$ је $y_2(x) < y(x)$). Дакле, неједнакост (4) важи у околини $x = x_0$ ($x > x_0$).

Да би се доказало да неједнакост (4) важи у свој области Ω , може се претпоставити супротно. Нека је тачка (x_1, y_1) ($x_1 > x_0$) прва тачка у којој је нарушена неједнакост (4), односно таква да је $y_2(x_1) = y(x_1)$.

Тада је

$$\left(\frac{dy_2}{dx} - \frac{dy}{dx} \right)_{x=x_1} = F_2(x_1, y_2(x_1)) - F(x_1, y(x_1)) = F_2(x_1, y(x_1)) - F(x_1, y(x_1)) > 0.$$

Имајући у виду да је за $x = x_1$

$$y_2(x) - y(x) = 0 \quad \text{и} \quad \frac{d}{dx}(y_2(x) - y(x)) > 0$$

слеђује, на основу претходно доказаног, да је за $x < x_1$ (блиско x_1) $y_2(x) - y(x) < 0 \Leftrightarrow y_2(x) < y(x)$, што је супротно претпоставци да је (x_1, y_1) прва тачка „десно“ од x_0 у којој је нарушена неједнакост (4). Дакле, таква тачка не постоји и у области Ω је за $x > x_0$ $y(x) < y_2(x)$.

Напомена. – Друга страна двоструке неједнакости може се доказати на аналоган начин.

Неједнакост типа (1)–(4) јавља се у раду [1] Михаила Петровића, публикованом три године раније, 1896. године, у Прагу, али не у општем облику као у раду [2]. У том раду се доказује следећа теорема.

Нека су дате три диференцијалне једначине.

$$\frac{dY_1}{dx} = \varphi(x)(Y_1 - F_1(x))(Y_2 - F_2(x)), \quad (5)$$

$$\frac{dy}{dx} = \varphi(x)(y - f_1(x))(y - f_2(x)). \quad (6)$$

$$\frac{dY_2}{dx} = \Phi(x)(Y_2 - \Phi_1(x))(Y_2 - \Phi_2(x)), \quad (7)$$

за које у интервалу $(0, \alpha)$ важи

$$F_1(x) \leq f_1(x) \leq \Phi_1(x) \quad \text{и} \quad F_2(x) \leq f_2(x) \leq \Phi_2(x),$$

где су $F_1(x)$, $F_2(x)$, $\Phi_1(x)$ и $\Phi_2(x)$ позитивне, неоппадајуће, функције у интервалу $(0, \alpha)$. Нека су, даље, $Y_1(x)$, $y(x)$ и $Y_2(x)$ редом решења диференцијалних једначина (5), (6) и (7), таква да је

$$Y_1(0) = y(0) = Y_2(0) = 0. \quad (8)$$

Тада је за $0 < x < \alpha$

$$Y_1(x) < y(x) < Y_2(x).$$

Овај резултат је специјалан случај неједнакости из рада [2], што се јасно види ако се упореде десне стране диференцијалних једначина (5), (6) и (7) и притом имају у виду услови (8).

Неједнакостима истог типа посвећен је и рад [3] из 1897. године. У њему се доказује неколико тврђења, при чему је, вероватно, најинтересантније следеће.

Претпоставимо сада да се у једначини

$$y'' + P(x)y' + Q(x)y = 0, \quad (\alpha)$$

P и Q замењује другим функцијама $P_1(x)$ и $Q_1(x)$, затим са $P_2(x)$ и $Q_2(x)$, за које се једначина може интегралити, а које су такве да корени $\varphi_1(x)$ и $\varphi_2(x)$ (са $\varphi_1 < \varphi_2$) карактеристичне једначине нове једначине

$$u'' + P_1(x)u' + Q_1(x)u = 0 \quad (\beta)$$

и корени $\psi(x)$ и $\psi_2(x)$ ($\psi_1 < \psi_2$) једначине

$$v'' + P_2(x)v' + Q_2(x)v = 0 \quad (\gamma)$$

испуњавају услове

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_1 \leq f_1 \leq \psi_1 \\ \varphi_1 \leq f_2 \leq \psi_2 \end{array} \right\} \quad (\delta)$$

(f_1 и f_2 су корени карактеристичне једначине за једначину (α) тј. решења једначине $r_2 + P(x)r + Q(x) = 0$ и да су већи корени φ_2 и ψ_2 нерастуће функције у интервалу (a, b)).

Тада је у интервалу (a, b) стално

$$\begin{array}{ll} u < y < v & \text{ако је } A > 0 \\ v < y < u & \text{ако је } A < 0 \end{array}$$

где је $y(a) = u(a) = v(a) = A$.

Напомена. – Имајући у виду познату везу Рикатијеве једначине и линеарне хомогене диференцијалне једначине другог реда (α), резултати до којих је дошао Михаило Петровић у радовима [1] и [3] су, логично, повезани.

Дакле, радови [1] и [3] се могу схватити као најава изванредног резултата до кога је дошао Михаило Петровић у раду [2].

У математичкој литератури, посебно совјетске, односно руске провенијенције, одомаћило се да се неједнакости облика (1)–(4) везују за руског математичара С. А. Чаплигина.

Реч је о томе да је Чаплигин 1919. године публикувао рад: *Основания новоїа сїособа їприближеноїа инїїїрирования дифференциальных уравнений* у коме, између осталог, доказује следеће тврђење:

„Нека смо нашли функцију $t = t(x)$ са следећим својствима:

1) $t_0 = y_0$ за $x = x_0$;

2) на интервалу (x_0, X) за $x > x_0$ резултат замене t уместо y у једначини

$$\frac{dy}{dx} - f(x, y) = 0 \quad (9)$$

већи је од нуле, тј.

$$\frac{dt}{dx} - f(x, t) > 0. \quad (10)$$

Претпоставимо даље да на интервалу (x_0, X) тражено решење y и функција t немају сингуларних тачака. Тада за свако x веће од x_0 , а мање од X важиће неједнакост

$$t > y. \quad (11)$$

Очигледно је да је ова неједнакост суштински блиска неједнакости (1)–(4) Михаила Петровића. Ову сличност је приметио наш математичар Милорад Бертолино, па је у раду „Неке функционалне неједнакости добијене применом Чаплигинове методе и упоређивање са резултатима М. Петровића”, Весник Друштва мат. и физ. НРС, IX, Београд, 1957, 87–94, навео Петровићеву теорему, без доказа, и написао: „У Петровићевој књизи 'Рачунање са бројним размацама', Београд 1932, наведена је, између осталих, следећа теорема, општија од претходне, а чију је садржај исцїи као код Чаїлиїинове їтеореме циїїиране на їочейїку овоїа рада.”

Десет година касније, Милорад Бертолино се враћа овим неједнакостима у раду „Priorité de Michel Petrovitch relative an théoremè de

Tchaplyguine sur les inégalités différentielles du premier ordre”, Математички весник 4 (19), Београд 1967, стр. 165–168. У том раду се утврђује приоритет резултата Михаила Петровића у односу на до тада названу „Чаплигинову неједнакост”. У њему М. Бертолино објашњава да питање приоритета није разрешио у раду публикованом десет година раније зато што му тада није био познат рад Михаила Петровића „Sur une manière d’étendre le théorème de la moyenne aux équations différentielles du premier ordre”, Math Annalen, 54 Band, 3 Heft, pp. 417–436, 1899. год., већ (показала се идентична) теорема унета у књигу „Рачунање са бројним размацима” из 1932. године. Бертолино у овом тексту пише: „Интересантно да смо приказали ову Петровићеву теорему у нашем раду ‘Неке функционалне неједнакости добијене применом Чаплигинове методе и упоређивање са резултатима М. Петровића’, без да смо се одважили да говоримо о приоритету, јер смо 1957. године имали у виду књигу Михаила Петровића ‘Рачунање са бројним размацима’ у којој он не даје библиографију (својих радова) следећи своје (утврђене)навике.”

На тему приоритета неједнакости типа (1)–(4) и (9), (10) и (11) Милорад Бертолино и Драган Трифуновић написали су чланак *Sur le Théorème fondamental de S. A. Čapligin sur l’inégalité différentielle du premier ordre*, Mathematica balkanica, Београд, 1971. год., стр. 11–18. У њему је, уз доказ да резултат Михаила Петровића из 1899. године има приоритет у односу на Чаплигинов резултат из 1919. године, доказано и да приоритет на неједнакости (9), (10) и (11) припада Пеану (1858–1932), односно да је он до тих неједнакости дошао 1886. године и публиковао их у раду „Sull’ integrabilità delle equazioni differenziali di primo ordine”, Torino 1886.

Неопходно је нагласити да утврђени приоритети Михаила Петровића и Пеана не умањују битно велику улогу Чаплигина, који је дошао до фундаменталног резултата везаног за диференцијалну неједнакост код нелинеарних диференцијалних једначина n -тог реда ($\bar{u} - N, \bar{u} > 1$). Чаплигин је и творац познате „Чаплигинове методе” за налажење приближних решења диференцијалних једначина која се суштински базира на поменутих неједнакостима а која се, због изванредне брзине конвергенције, и сада користи без обзира на одређене тешкоће које се јављају у њеној примени. О неким проблемима при реализовању Чаплигинове методе и предностима методе Ричардсона у односу на њу може се детаљније видети нпр. у чланку Душана Тошића и Љубомира Протића „Global Error Estimation in Ordinary Initial Value Problems Based on Two-Sided Approximation”, ZAMM Z, Math. Mech. 66 (1986) 5, pp. 332–334.

Многи наши математичари су у својим истраживањима користили неједнакост Михаила Петровића (1)–(4). Најпре, у извесном смислу, Сима

Марковић у својој докторској дисертацији 1913. године (шест година пре Чаплигина), али не цитирајући у литератури М. Петровића.

Милорад Бертолино, који је, свакако, од београдских математичара највише проучавао и најбоље познавао радове из диференцијалних једначина Михаила Петровића, у двадесетак својих радова користио је на различите начине неједнакост (1)–(4). Најчешће је на бази компаративних једначина долазио до низа својстава решења полазне диференцијалне једначине. Осим тога, повезујући методу ретракта Тадеуша Важевског (Tadeusz Wazewski) са неједнакостима облика (1)–(4) дошао је до специфичне синтезе тих метода, корисне за проучавање решења диференцијалних једначина. У његовим су проучавањима, најчешће, рубови цеви (који се појављују у методи ретракта) одређени компаративним једначинама добијеним на бази неједнакости (1)–(4). Низ следбеника Милорада Бертолина у својим радовима користи такође Петровићеву неједнакост. Не претендујући на потпуност наведимо да су, више или мање, радове тог типа публиковали Радивоје Милошевић, Звездана Радашин, Божо Врдољак, Љубомир Протић, Раде Лазовић, Љиљана Стефановска и Стеван Бојовић.

Приликом писања овог текста коришћена је разноврсна литература (као и сећања наших старијих математичара), а највише „Сабрана дела Михаила Петровића” које је уредио др Драган Трифуновић, а издао Завод за уџбенике и наставна средства 1999. године.

Универзитет у Београду
Математички факултет
Београд

БЕСЕДА О МИХАИЛУ ПЕТРОВИЋУ И ФАСЦИНАНТНОЈ НЕЛИНЕАРНОЈ ДИНАМИЦИ

Катица Р. (Стевановић) Хедрих

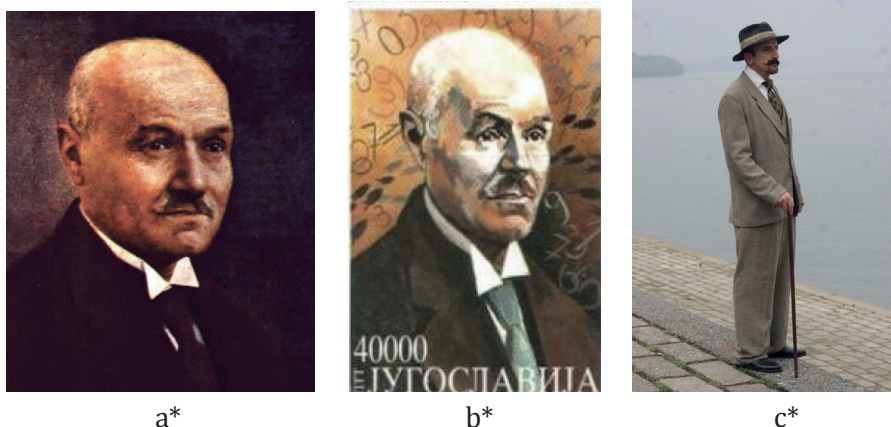
Ајсџракић: У овом раду се представља садржај беседе о Михаилу Петровићу и нелинеарној динамици, одржане на Универзитету у Београду у оквиру *Мајских дана математике*, под називом „Српски математичари“ а у организацији Универзитета у Београду и Српске академије наука и уметности. Кључна идеја предавања је да се прикажу идеје Михаила Петровића у савременој науци, усмеравајући пажњу на његово, по оцени Милутина Миланковића, најзначајније дело „*Математичка феноменологија*“, као и њен значај и видљивост кроз савремене научне токове, садржане у резултатима открића фасцинантних феномена нелинеарне динамике. Такође, у беседи је представљена и материјализација његових идеја и математички знања кроз патенте које нам је оставио у наслеђе. Славили су га математичари, те су, стога, били промовисани само његови резултати из математике, док су његови резултати примене и мултидисциплинарности били неправедно запостављени. У овој беседи, начињен је још један покушај да се савременицима и младим генерацијама приближи лик и дело Михаила Петровића, физичара и инжењера, иноватора и практичара, а пре свега – визионара интеграције научних сазнања из различитих научних области, редукцијом броја модела динамике. Идеје о феноменолошком пресликавању, свакако су најзначајније, и данас су присутне (заступљене) у савременим научним истраживањима, а по мишљењу предавача имају значај за даљи развој и интеграцију различитих научних знања, који се може поредити са значајем коју има теорија стабилности Љапунова.

Кључне речи: Математичка феноменологија, феноменолошко пресликавање, електромеханичке аналогije, нелинеарна динамика, апстракција, пресликавање локалне динамике, модели нелинеарне динамике, тригер спрегнутих сингуларитета, хомокливицке орбите, патенти, хидроинтегратор.

I. Увод

Када беседимо о једном научнику онда је то, пре свега, надахнуто његовом научном баштином, коју је оставио да служи генерацијама стасалим после њега. По мојим сазнањима, веома надахнуте беседе о српским научницима, из природно-математичких области, дао је историчар науке др Драган Трифуновић, који је умео и да воли и да критикује особена својства научника о којима је и писао и многа предавања држао. Студиозније разматрање живота и дела Михаила Петровића (слика 1) и посебно актуелност његових научних резултата [50–57] у савременој науци, били су инспирисани предавањима и професора Данила Рашковића [59–61] о електромеханичким аналогијама, као и беседама академика Татомира Анђелића. Идеје Михаила Петровића, његова трагања за математичким аналогијама, могу се наћи у серији радова – о аналогијама векторских модела стања напона, стања деформација, стања момената маса [6–11,68] и стања стохастичких момената случајних вибрација. Затим, позивом Универзитетске библиотеке „Светозар Марковић“ из Београда, на предлог др Д. Трифуновића [64–67], да се у 2005. години, у оквиру циклуса предавања *Легенде Београдског универзитета*, одржи и једно предавање о **резултатима Михаила Петровића у савременој науци**, довело нас је до неких нових сазнања. Садржај тог предавања, под називом **„Беседа о Михаилу Петровићу“** [5], касније је објављен у истоименој едицији, а одржана су и друга предавања на ту тему.

За почетак истакнимо резултат који Михаила Петровића истиче као визионара редукације модела динамика и интеграције сазнања у области природно-математичких наука, затим иноватора-инжењера и конструктора инжењерских иновација и претечу идеје о конструкцији аналогних рачунара. Наиме, на Светској изложби у Паризу 1900. године, Михаило Петровић је научној јавности приказао хидроинтегратор, односно, први аналогни хидраулични рачунар у свету, и за тај изум, у међународној конкуренцији, награђен је златном медаљом [64–67].



Слика 1. (а*) и (б*) Михаило Петровић (Мика Алас) (1868–1943), математичар, научник, професор, претеча кибернетике, оснивач београдске математичке школе, академик, али и морепловац, путописац, књижевник, алас и виолиниста. Припада оној групи српских великана, која чини светску научну елиту. На слици (с*) Зоран Шћекић у улози Мике Аласа.

О Михаилу Петровићу највише се говори као о математичару, јер његова дела из области математике највише познају и користе математичари, међутим, он је био научник који је посматрао свет око себе много шире и далекосежније, а што му је омогућавало да сагледа широки спектар природно-математичких и техничких наука. Био је истовремено и истраживач и експероментатор визионар у области техничких наука. Петровић је својим широким зањем и талентом дао велики допринос математици, њеном оживљавању, отварајући, својим идејама анализе елемената математичке феноменологије и аналогije, пут ка применама у разним областима природно-математичких наука и стваралаштва. И показао је да само „оживљена математика”, у функцији описа динамика и динамичких феномена у инжењерским системима и природним процесима, може дати праве ефекте доприноса науке цивилизацијским токовима, који се могу појавити поново као инспирација новим генерацијала истраживача.

Намера да говорим и пишем о раду Михаила Петровића усмерена је на повезивање савремених сазнања и феномена, као и метода нелинеарне динамике. Циљ је да у њима потражимо одјеке идеја и резултата Михаила Петровића, изнетих у његовим научним делима, која нису само уско математичка. Посебно, указујем на његово, по мом мишљењу и сазнању, најзначајније научно дело, које је публиковао 1911. године под називом: „Елементи математичке феноменологије” [51]. Поменуто

дело садржи мноштво научних идеја и инспиративно је за истраживаче у многим научним областима линеарне и нелинеарне динамике диспаратних система. Сазнања из тог дела као и представљена комплексна теорија, све више дају основа за интеграцију модела динамика и знања у природно-математичким, техничко-технолошким, као и друштвено-економским наукама. Међутим, умножавање сазнања, до којих долазе истраживачи и истраживачки тимови уско специјализованих знања и усмерења, довела су до тога да се учила потреба да се на светском нивоу покрену истраживања о идентификацији модела и динамика с одговарајућим ретким и партикуларним феноменима, тј. да се идентификују интеграцијом резултата у различитим областима природно-математичких, техничко-технолошких, као и друштвено-економских наука. Идеје, програм и метод за та истраживања садржани су и публиковани у Петровићевом делу универзалног карактера „Елементи математичке феноменологије” [51].

У време појаве комерцијалних софтвера за научно рачунање и лако графичко представљање резултата нумеричких експеримената, такво дело отвара могућности за обједињавање научних знања и сазнања. Путем идентификације и пресликавања модела линеарне и нелинеарне динамике из једне научне области у одговарајуће моделе и њихове динамичке феномене друге области долази се до обједињавања сазнања уз интеракцију и оплемењивање сазнања о својствима динамика, добијеним у одвојеним и независним истраживањима. Постојање електронских експертских база научних знања и софтверских модула, доступних преко интернета или електронских научних публикација и часописа, уз примену Петровићеве теорије о елементима математичке феноменологије отварају се могућности за обједињавање научних знања и сазнања, као и њихов пренос из једне научне области у другу.

Анализирајући научни и професионални опус Михаила Петровића, као и његов животни стил, намеће се закључак да је он био природно талентован и математичар и физичар и музичар, (и музика је област нелинеарне еласто-виско-динамике система), али и иноватор-инжењер и практичар, са изузетним образовањем и талентом математичара. Када се споје таленти и вишеструке способности, а притом знање преносе врхунски француски научници широких научних сазнања, културе и вишеструких талената, резултат свега набројеног на крају буде такав бриљантни стваралац дела као што су: „Феноменолошко пресликавање” [50] и „Елементи математичке феноменологије” [51].

Такво дело могло је бити продукт, не само блиставог ума, већ и познавања многих линеарних и нелинеарних динамика система, од оних које

опажамо око нас, преко инжењерских и видљивих динамика у механичким системима, као и оних невидљивих, људском оку, у електричним системима или физичко-хемијским и термо-динамичким системима, до опажања одговарајућих динамика у друштвеним системима. Томе треба додати и динамике у био-динамичким системима, као и у економским системима. Да би створио једно такво дело, морао је имати и способности да у диспаратним системима уочи ретке феномене, дејства, законе еволуције, силе, узроке и последице. Наравно, и да их види кроз оживљене математичке описе обичним, обичним диференцијалним једначинама и парцијалним диференцијалним једначинама. Морао је да има и веома широка сазнања, поред талента за њихово обједињавање кроз идентичке или аналогне параметре феномена, моделе динамика и математичке описе.

Такође, имао је и способност и да у различитим системима идентификује аналогне феномене и процесе и да створи такво фундаментално дело, које је Милутим Миланковић оценио да је по својој научној вредности и значају *превазишло све његове остале математичке резултате*.

Термин „математичка феноменологија”, као и сама реч феноменологија, има више значења. У најчешћем, позитивистичком контексту, математичка феноменологија означава презентацију феномена математичким аналогијама, што је веома слично математичком моделирању. У другом контексту, означава истраживање начина на који математичке идеје структуришу и групишу феномене и тада се односи на филозофију математичког моделирања. Михаило Петровић Алас је основао **нову грану филозофије природе**, која се састоји из генералних метода за предвиђање појава на основу природе улога оних фактора који су узрок наведене појаве. Ту област свога истраживања је у једном периоду звао *математичка феноменологија*, али је касније, с правом, одустао од тог назива, зато што презентација *феномена математичким аналогијама* представља само једну компоненту његове филозофије. Петровићев оригинални допринос феноменологији је у *развијању практично употребљивих метода феноменолошке редукције и инверзној феноменолошкој пресликавања*, који своју примену могу да нађу и у савременој вештачкој интелигенцији. Ово мишљење, са којим се и ауторка ових редова слаже, изнео је у својој интернет референци [48] Моргана Н., указујући на непобитну чињеницу – да се Петровићево дело, може посматрати и као филозофски допринос општој науци.

Напомена: Имајући у виду да је један од циљева овог скупа и популаризација науке, ово излагање, сагласно захтевима рецензената, прилагођено је и ширем кругу слушалаца и читалаца различитих нивоа образовања, знања, као и звања.

II. ЕЛЕМЕНТИ МАТЕМАТИЧКЕ ФЕНОМЕНОЛОГИЈЕ И ФЕНОМЕНОЛОШКО ПРЕСЛИКАВАЊЕ

Обично „гугловање” по термину „mathematical phenomenology” даје веома мало резултата, а међу њима су углавном преводи радова српских аутора, док савремене енциклопедије углавном не садрже одредницу са том темом. Реч феноменологија потиче од грчке речи *phainómenon* (оно што се појављује) и *lógos* (студирање, истраживање), односно, феноменологија је „проучавање појава”. Уколико у овој сложеници реч *lógos* другачије преведемо, добићемо алтернативна значења феноменологије – појављивање (приказивање) изворног принципа, свеопштег закона или духа [48]. У референци [40] налазимо и следеће: „Уколико феноменологију схватимо као процес редуковања појава на њихове ‘есенције’, а математичку феноменологију као ону врсту феноменологије, која те есенције проналази у бројевима и њиховим односима, можемо рећи да је Питагора претеча математичке феноменологије.” Он је сматрао да је свет на свом најдубљем нивоу, по природи, математички. Проучавајући музику, уочио је везу између дужине жице на лири, тада најпопуларнијем музичком инструменту, и фреквенције тона који жица производи када осцилује. Посматрајући астрономске појаве, путање планета, дужине дана и ноћи, свуда је налазио бројевне односе. Све је број, гласи „основна питагорејска догма”.

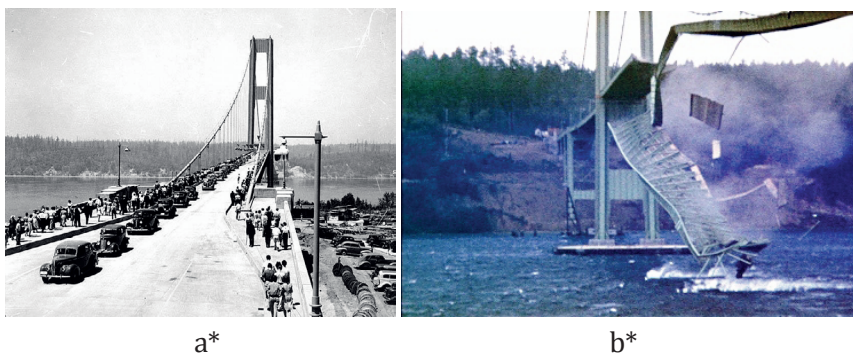
Шта је то математичка аналогија у области природних и техничких наука? Који су елементи математичке аналогије, и у чему се састоји то феноменолошко пресликавање? Једноставно је формално математички написати и објаснити да се процес А пресликава у процес В. Али то треба и објаснити како, и наћи физичке параметре, примере процеса А који се пресликава математичком аналогијом у процес В. Такође, отвара се и питање димензија параметара у пресликавањима.

Да бисмо приближили овај појам кренућемо од неколико најпростијих примера, доступних свима онима који су стекли елементарна знања из физике и математике, и који уједно поседују способност да уоче појаве и промене параметара појава и процеса око себе.

Кренимо прво од најједноставнијих, линеарних система и динамика, које су аналогне и у којима можемо наћи елементе математичке аналогије и феноменолошког пресликавања.

Феномен резонанције јавља се и у обичним линеарним системима са једним степеном слободе кретања, на које дејствује принудна сила одређене фреквенције и који су описани једном обичном линеарном диференцијалном једначином.

1* Ако посматрамо један лаки, мањи мост (слика 2), на чијој средини стоји једна велика група људи која „у истом такту скаче”, уочићемо да када број тих скокова достигне одређену учесталост, мост ће осциловати и уједно ће почети да повећава своје угибе, што значи да је наступила *резонанција*. То је један феномен, који се јавља у линеарним системима, када фреквенција скакања људи буде једнака једној од фреквенција сопствених осциловања моста.



Слика 2. Tacoma Narrows Bridge (1940) – Такома мост (a*) пре и (b*) после рушења осцилацијама увећањем амплитуда бочних угиба флатера услед дејства ветра
http://en.wikipedia.org/wiki/Tacoma_Narrows_Bridge

2* Ако на пијачном кантарчету са опругом виси један тег, а ми руком којом држимо горњи део кантара исти померамо горе-доле, при одређеном броју (учесталости) тих померања, можемо постићи да тег који виси на доњем крају почне да увећава амплитуде свог кретања у вертикалном правцу, односно можемо уочити да долази до појаве *резонанције*.

3* Када се ауто креће по неравном путу, при одређеној брзини кретања и одређеном броју учестаности неравнине пута, доћи ће до поскакивања аутомобила, које ће увећавати амплитуде његовог подрхтавања. И у том случају долази до *резонанције*, која наступа када при одређеном броју окретања вратила мотора, односно точкова аутомобила, односно постигнутој брзини кретања аутомобила буде у одговарајућем односу са фреквенцијом (бројем) учестаности неравнина пута.

4* Када у једноставном и простом електричном колу које садржи један кондензатор одређене капацитивности и један калем одређене индуктивности, мењамо фреквенцију наизменичног напона, при некој фреквенцији (броју промена) напона такође ће наступити *резонанција*, која се огледа у повећању амплитуде струје са временом трајања тог односа.

Сви ови набројани примери линеарне динамике, могу се описати једним јединим типом обичне диференцијалне једначине облика:

1* $m\ddot{x} + cx = F_0 \cos \Omega t$, за динамику моста, у којој је x угиб моста, m маса моста, c крутост моста, $F_0 \cos \Omega t$ је спољашња периодична сила, која се достиже дејством скакача групе људи (или корачања вода војске у такту корака) на мосту, F_0 амплитуда силе, Ω одговарајућа фреквенција;

2* $m\ddot{x} + cx = f_0 \cos \Omega t$ за динамику тега на кантару са осцилујућом тачком вешања (покретање руком), у којој је x вертикално померање тега, m маса тега, c крутост опруге, $f_0 \cos \Omega t$ законитост вертикалног осциловања тачке вешања кантарчета, f_0 амплитуда вертикалног померања тачке вешања кантара, Ω одговарајућа фреквенција принудног померања тачке вешања;

3* $m\ddot{x} + cx = cf_0 \cos \Omega t$ за динамику аутомобила на неравном путу, где је x поскакивање аутомобила у вертикалном правцу, m маса каросерије аутомобила, c крутост опруге вешања каросерије о тачкове, $f_0 \cos \Omega t$ законитост неравнине пута у вертикалном правцу, f_0 амплитуда неравнине пута, Ω одговарајућа фреквенција појава неравнина пута;

4* $L\ddot{x} + \frac{1}{C}x = U_0 \cos \Omega t$ за електрично коло, где је x количина електрицитета на кондензатору, а x јачина струје која протиче кроз коло, L самоиндуктивност калема, C капацитивност кондензатора, $U_0 \cos \Omega t$ наизменични напон амплитуде U_0 и фреквенције Ω .

Видимо да смо само једним типом обичне линеарне диференцијалне једначине описали различите појаве и динамику различитих система, и дефинисањем физичког значења сваког од коефицијената у наведеним диференцијалним једначинама указали на аналогije истих, као и на појаву истог облика партикуларне динамичке појаве – **резонанције**. На тај начин смо идентификовали једну појаву – феномен који се може пресликавати из једног у сва три остала система и на исти начин математички описати.

Анализирајући, можемо да напишемо следеће математичке аналогije између параметара ова четири претходно дефинисана система и математички описаних њихових динамика система:

	Диференцијална једначина	генералисана координата система				Резонантна фреквенција
1*	$m\ddot{x} + cx = F_0 \cos \Omega t$	x угиб моста	m маса	c	$F_0 \cos \Omega t$	$\Omega_{rez} = \omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$
2*	$m\ddot{x} + cx = cf_0 \cos \Omega t$	x померање тега	m маса	c	$cf_0 \cos \Omega t$	$\Omega_{rez} = \omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$
3*	$m\ddot{x} + cx = cf_0 \cos \Omega t$	x поскакивање аутомобила	m маса	c	$cf_0 \cos \Omega t$	$\Omega_{rez} = \omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$
4*	$L\ddot{x} + \frac{1}{C}x = U_0 \cos \Omega t$	x количина електрицитета на кондензатору	L самоиндуктивност калема	$\frac{1}{C}$	$U_0 \cos \Omega t$	$\Omega_{rez} = \omega = \sqrt{\frac{1}{CL}}$

Из претходно наведеног можемо закључити да је довољно решити једну од ових диференцијалних једначина и помоћу идентификоване математичке аналогije међу параметрима и генералисаним независним координатама, које одговарају броју степени слободe кретања, *анализирајши динамику и феномен резонанције* за све остале примере, водећи рачуна о значењу коефицијената и координата и извода координата у сваком појединачном примеру.

Зато можемо да напишемо опште решење прве диференцијалне једначине за задате почетне услове координатом $x_0 = x(0)$ и њеним изводом $\dot{x}_0 = \dot{x}(0)$ у почетном тренутку времена и за следеће случајеве (за детаље видети [59–61]):

$$\text{а* нерезонантни случај } \Omega \neq \omega = \sqrt{\frac{c}{m}}, h_0 = \frac{F_0}{c} = f_0$$

у облику:

$$x(t) = x_0 \cos \omega t + \frac{\dot{x}_0}{\omega} \sin \omega t - \frac{h_0}{(\omega^2 - \Omega^2)} \left[\cos \omega t \cos \theta_0 + \frac{\Omega}{\omega} \sin \omega t \sin \theta_0 \right] + \frac{h_0}{(\omega^2 - \Omega^2)} \cos \Omega t$$

$$\text{б* резонантни случај } \Omega_{rez} = \omega = \sqrt{\frac{c}{m}}, h_0 = \frac{F_0}{c} = f_0 \text{ у облику:}$$

$$x(t) = x_0 \cos \omega t + \frac{\dot{x}_0}{\omega} \sin \omega t + \frac{h_0}{2\omega^2} [\omega t \cos(\omega t - \theta_0) + \sin \omega t \sin \theta_0].$$

Даље је потребно, за овде набројане примере система, препознати (пресликати) физички смисао општих бројева, у овим решењима диференцијалних једначина, и протумачити њихово значење.

Посматрајмо сада један пример електро-механичке математичке аналогije и укажимо на феноменолошко пресликавање.

а* Први систем је механички систем са једним степеном слободе кретања, који се састоји од једне материјалне тачке, једне пригушнице и са отпорном силом, која линеарно зависи од брзине кретања материјалне тачке, коефицијента пригушне силе b . Диференцијална једначина кретања таквог механичког система, познатог у литератури као принудни осцилатор са отпорном силом гласи:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = F_0 \cos \Omega t.$$

б* Други систем је електрично коло које се састоји од једног калема, индуктивности L , кондензатора, капацитивности C , и отпорника, отпорности R . Диференцијална једначина динамике тог електричног кола гласи:

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C}q = U_0 \cos \Omega t.$$

Анализом координата, коефицијената и чланова у овим двама диференцијалним једначинама утврђујемо следеће аналогije:

Брзини $v = \dot{x}$ кретања материјалне тачке масе m , одговара јачина струје $i = \dot{q}$, која протиче кроз електрично коло, померању x одговара количина наелектрисања q на кондензатору, сили инерције $(-m\ddot{x})$ материјалне тачке под дејством убрзања $\ddot{x}$ одговара електрични напон $(-L\ddot{q})$ на крајевима калема самоиндуктивности L , отпорној сили која се формира у пригушници $(-b\dot{x})$ у механичком систему одговара напон на крајевима отпорника $(-R\dot{q})$, док сили еластичности $(-cx)$ опруге крутости c одговара напон $\frac{1}{C}q$ на крајевима кондензатора капацитивности C , а спољашњој сили $F_0 \cos \Omega t$, која дејствује на механички систем одговара прикључен електрични напон на крајевима електричног кола $U_0 \cos \Omega t$. Овом анализом смо успоставили математичку аналогiju између кинетичких параметара механичког и електричног кола и створили услове за феноменолошко пресликавање динамике једног система у други, односно сазнања о динамикама и партикуларним феноменима једног система које користимо у анализи динамика и својстава феномена динамике другог система.

Ово су били системи са једним степеном слободе.

Један од интересантних примера механичког система са више степени слободе кретања јесте хомогени механички ланчани систем, који се састоји од низа материјалних тачака, једнаких маса m , које су међусобно везане опругама једнаких крутости m . У референци [52] приказана је тригонометријска метода, којом су одређене сопствене кружне фреквенције сопствених осцилација оваквог обострано везаног ланца

са N материјалних тачака, у облику:

$$\omega_s = 2\sqrt{\frac{c}{m}} \sin \frac{s\pi}{2(N+1)}, s = 1, 2, 3, \dots, N$$

као и закон кретања материјалних тачака у ланцу:

$$x_k = \sum_{s=1}^{s=N} \xi_s(t) \sin \frac{ks\pi}{(N+1)}, k = 1, 2, 3, \dots, N$$

где су

$$\xi_s(t) = D_s \cos(\omega_s t + \gamma_s), s = 1, 2, 3, \dots, N$$

сопствени главни модови осцилаторног система одређене фреквенције.

Овакви ланчани системи имају аналогна електрична ланчана кола, која се састоје од кондензатора и калема самоиндуктивности, чије се сопствене кружне фреквенције, сопствени главни модови сигнала и сами електрични сигнали (јачине струја у компонентним колима), могу одредити по истим напред наведеним формулама, заменом одговарајућим параметрима капацитивности и индуктивности, крутости опруга и масе материјалних тачака. Такви ланци електричних кола могу се користити као филтери, који пропуштају пренос сигнала одређених фреквенција. И ту идентификујемо тачно одређене сигнале одређених фреквенција.

Спрегнути нехомогени ланци могу се користити и за моделе ДНК хеликоидних ланаца и за објашњавање преноса биосигнала њима и биодинамичким системима.

С обзиром на то да је садржај ове беседе, мог предавања усмерен на **резултатне Михаила Петровића у савременој науци, а посебно и комплексној и разноврсној НЕЛИНЕАРНОЈ ДИНАМИЦИ**, на овим једноставним примерима динамике линеарних система, показали смо како објаснити и разумети основу идеја о математичкој аналогiji динамике система диспаратне физичке природе, како препознати математичку феноменологију и идентификовати феноменолошко пресликавање. Наведени примери омогућавају сагледавање могућности утврђивања математичке аналогije параметара сложенијих нелинеарних динамике са много сингуларних (стационарних) стања, као и коришћењем апроксимација и феноменолошког пресликавања локалних динамике око њих, како бисмо лакше могли да изучимо својства нелинеарних динамичких система. Такође, путем аналогiji и математичке феноменологије могућ је и пренос метода из једне области природно-математичких или техничких наука у друге и захваљујући њима омогућено је досезање нових сазнања.

Елементи математичке феноменологије [51], издање из 1911, на 789 страна и **Феноменолошко прсликавање**, издање из 1933, на 33 стране, садрже фундаменталне идеје, које се спорадично јављају у савременим делима истраживача и аутора научних дела из области **нелинеарне динамике**, када имају за циљ интеграцију сазнања из различитих области: на пример нелинеарне динамике механичких система [12–28], физичко-хемијских [33–36] и биодинамичких [29–32] система. На српским симпозијумима нелинеарне динамике презентују се такви радови, као и радови истих аутора штампани у иностранству. Мишљења сам да долази време када ће ова Петровићева теорија и његова дела бити више у оптицају као модели и идејна водиља многих истраживаља.

Велики **Милутин Миланковић** [38] о научном стваралаштву Михаила Петровића писао је:

„Нема ни године дана како сам ја дошао у Београд, а Мика је, устајући сваког јутра у три сата, довршио своју **’Математичку феноменологију’**. Дело је одштампано као засебно издање Српске краљевске штампарије на 774 стране. То је највеће Микино дело. Права је несрећа што је објављено на српском језику, па је остало непознато страним научницима. Та се грешка не може поправити, јер је за ову трећину века од публикације, наука далеко одмакла од стадијума у коме се тада налазила. Зато Микино дело није, као што би иначе могло, утицало на њен развитак.”

Миланковић је записао и следеће:

„Када је Микина Феноменологија изишла из штампе, имала је онда само два озбиљна читаоца, мог претходника на Катедри примењене математике Косту Стојановића и мене. Зато сам стално наваљивао на Мiku да своје дело изда и на француском језику, којим је одлично владао. Но у то избише Балкански ратови, а убрзо затим и Први светски рат. Тек после њега, док је још боравио у Паризу, одлучи се Мика да своје резултате свог главног дела саопшти на француском језику.”

Затим Миланковић [38] оцењује:

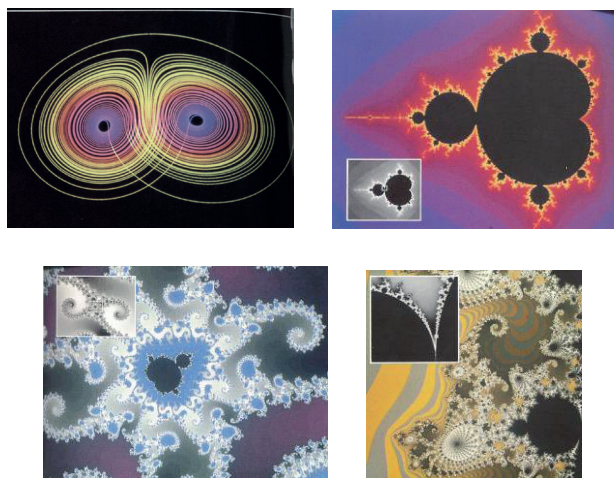
„Нису ми познати разлози, који су га руководили да их изложи у омањој књизи, популарној форми, без примене математичког апарата. И то је била грешка, јер је за оне читаоце, који нису упућени у математику, та књига остала тешко разумљива, а за праве математичаре неугледна и неинтересантна; они из те књиге не могу видети колики је математички дух и виртуоз био наш Мика.”

Излагања на мом предавању, била су више у слици (види слике у прилогу), а мање у речима, са указивањем на спознају *Елемената математичке феноменологије* [51], и *Математичку анализу* [50], и оних достигнућа једне научне области, која могу да се примене у другој, по-

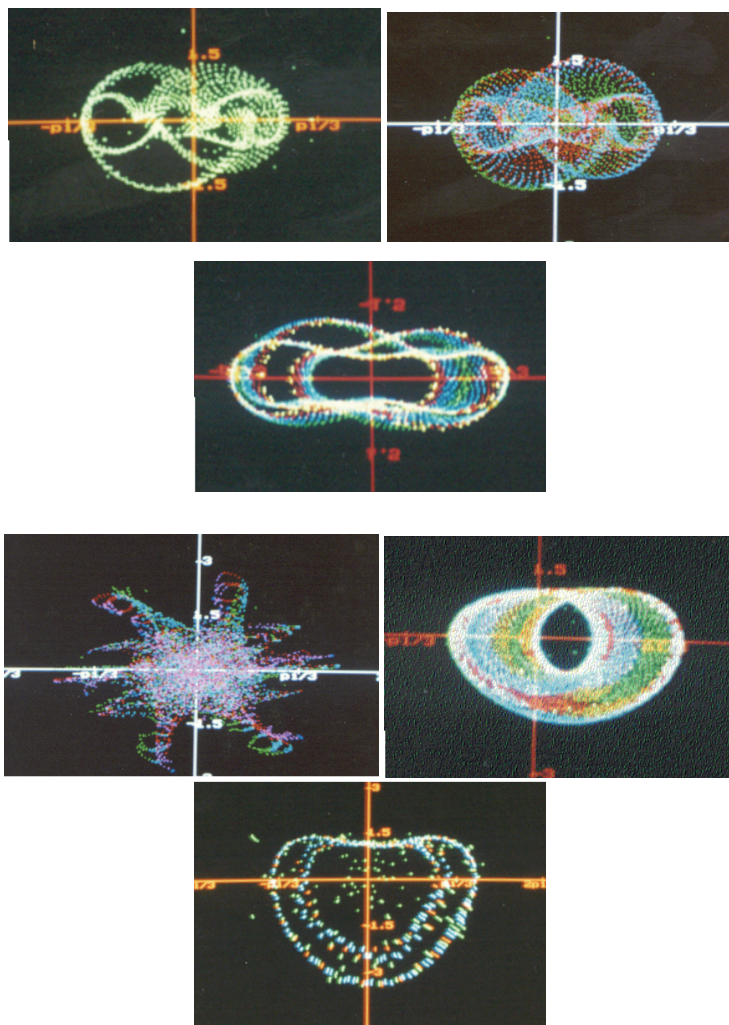
себно у савременим трендовима истраживања *нелинеарних динамичких система*. И идентификација аналогних нелинеарних феномена или истих математичких описа параметара апстрахованих реалних система до модела, био је део излагања. У наредном ћемо поглављу приказити неке карактеристичне моделе нелинеарне динамике и феноменолошког пресликавања локалне динамике.

Говорећи о утицају идеја Петровића у савременој науци, не треба заборавити и утицај француске школе на Петровићево образовање и формирање научне мисли. У томе су незаобилазни великани механике – и тадашњег и садашњег времена: **Поенкаре (Jules Henri Poincaré (1854 – 1912))**, **Апел (Paul Appell (1855 – 1930))**, **Ермити (Charles Hermite (1822 – 1901))**, **Пикар (Charles Émile Picard (1856 – 1941))**, **Пенлеве (Paul Painlevé (1863 – 1933))**, **Бусинеск (Joseph Valentin Boussinesq (1842 – 1929))** ...

Од великог је значаја што је Петровићу било омогућено да развија свој интелект уз генијалне научнике и њихове мисли и идеје. Михајло Петровић је имао срећу да учи од таквих великана и да сам постане научни великан. А Милутин Миланковић, такође великан српске науке, пише да је Михаило Петровић на Париском универзитету „Сорбона” стекао лисенс математичких и лисенс физичких наука. Данас његова мисао и идеје, и нама у наслеђе остављена научна баштина, оплемењују генерације талената, не само из математике него и из разних других области наука.



Слика 3. Лоренцов атрактор и леи фрактални скупови [3]

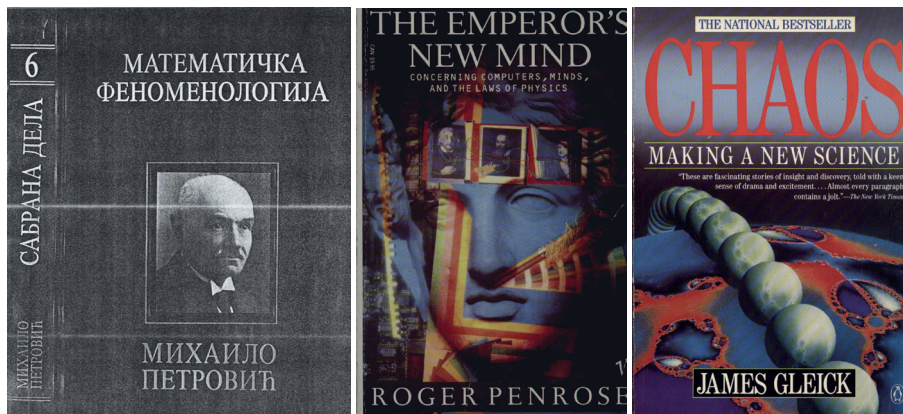


Слика 4. Poincaré-ови пресеци за Mthieu-Hill-ову диференцијалну једначину која описује нелинеарну динамику тешке материјалне тачке [28], која се креће по кругу са принудно осцилујућим центром – једнофреквентна параметарска и двофреквентна спољашња побуца.

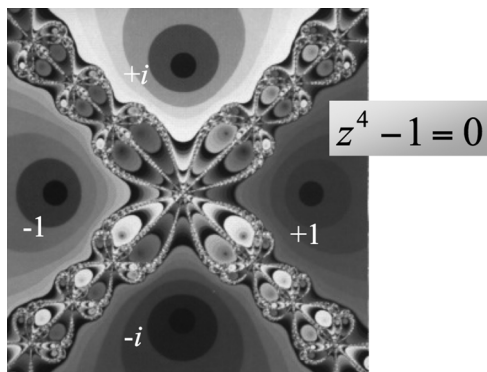
У време када је стварао Михаило Петровић није било рачунских машина – постојале су само његове идеје, али – у књизи [49], *Роџера Пенроуза* (слике 3 и 5), у којој аутор износи своје мишљење и о компјутерским симулацијама и о могућностима рачунара да нумеричким и другим рачунарским методама идентификује нелинеарне феномене,

који се јављају у системима диспаратне природе и феномене, који су аналогни, практично се *препознају идеје Михаила Петровића* Аласа из [51]. Ово су праве чињенице, које говоре у прилог Миланковићевих оцена о најзначајнијем делу Михаила Петровића [50–51], које је пола века раније публикувано, али није имало одјека у међународној научној јавности, којој припада, због тога што није било публикувано на неком од западноевропских језика, већ само на српском, због чега је, неправедно, остало мање познато.

Постоји још једна књига, која је пре двадесетак и више година била бестселер (слике 3, 5), под називом *Хаос* [3], аутора *Џемса Глика*, који је био истраживач у НАСА центру, а бавио се и научном публицистиком. У тој књизи можемо да препознамо и велики број идеја Михајла Петровића, у савременом, али и популарном издању и да нађемо илустрацију онога што је било присутно и у радовима Михаила Петровића још 1911. и 1923. године, али је у овој књизи приказано, кроз процес компјутерске симулације, када је реч, рецимо, о раду срца, динамици хаоса и сл. На пример, у тој књизи налазимо и слику 6, која представља графичку илустрацију итеративног процеса приближног нумеричког решавања биквадратне једначине, која има четири корена, четири тачна решења: два реална корена једнака плус/минус један и два имагинарна корена плус/минус имагинарна јединица. Боје на приказу зависе од почетне вредности нумеричке итерације и броја итерација при којима приближно решење конвергира или дивергира ка или од тачне вредности корена.



Слика 5. Корице публикација: [3] и [49] у којима су садржане и идеје Михаила Петровића из његове „Математичке феноменологије” [50–51], о феноменолошком пресликавању, а које се препознају у „*компјутеризованом издању*”.



Слика 6. Графичка илустрација [3], итеративног процеса приближног нумеричког решавања биквадратне једначине, која има два реална корена једнака плус/минус један и два имагинарна корена плус/минус имагинарна јединица, у функцији од почетне вредности итерације и броја итерација, при којима приближно решење конвергира или дивергира од тачне вредности корена.

У овом одељку наведимо укратко приказ садржаја дела „**Елементи математичке феноменологије**” [51], наводећи притом само кључне елементе, да би се стекао општи утисак о организацији дела и употребљеним терминима.

Уводни део носи назив: *Неки елементи из полидимензионалне теорије*, затим у првом одељку прелази на *Елементе за дескрипцију појава и њихове механизме*, делећи их на елементе за шематску и аналитичку дескрипцију.

Други одељак је насловљен: *Спона између механизма и манифестације појава* у којој приказује основне диференцијалне једначине за описивање простих и комплексних појава. У наредним главама описује генералну трансформацију диференцијалних једначина. Трећа глава је посвећена трансформацијама једначина за појаве са холономним системима, а четврта са појеноцијалним појавама. У овом одељку посвећена је пажња Appel-овим и Lagrange-овим једначинама.

Трећи одељак је назван: *Нејосредне последице феноменолошких диференцијалних једначина*, у оквиру кога су представљене стационарне фазе појава. У наредној глави овог поглавља изнета је теорија живих сила и њихове феноменолошке последице. Ова глава је значајна јер указује на одвајање ауторових приступа од чисте геометрије и улазак у динамику система. Наредна глава описује акцију дисконтинуалних узрока.

У четвртном одељку изучава се манифестација појава као резултат састава њених механизма, а кроз главе са насловима: *Квантитативна и квалитативна слика појаве*.

У петом одељку, названом: *Сасијав и шеме феноменолошких механизма*, изучавају се комбинације и дисиприбуција улоја у механизмима ђојава, као и активације активишеиша у механизмима ђојава.

Шести одељак је насловљен: *Феноменолошке аналојије*, и садржи две главе, насловљене: *Маишемаиичке аналојије* и *Квалиишайивне аналојије*.

На основу предоченог приказа садржаја овог фундаменталног дела Михаила Петровића лако је закључити колико је ту наведено савремених идеја, које су конкретно изнете и такође, колико је научник својим делом и дан данас неисцрпна инспирација за савремена истраживања, само ако истраживач има довољно талената и знања да настави истраживања користећи ове идеје као водиле у разним областима наука, природних, техничких, биомедицинских или пак друштвено-економских наука. Значај овог дела је истовремено и у комплетној теорији за приступ изучавању описа и својстава и идентификације, и глобалних и локалних нелинеарних динамика.

III. ПАТЕНТИ И РЕАЛИЗОВАНИ МОДЕЛИ И УРЕЂАЈИ МИХАИЛА ПЕТРОВИЋА

Неки од релевантних научних расправа и материјализованих идеја до реалних модела и патената Петровића јесу: Рад о *маишемаиичком моделирању и аналојним рачунским машинама, хидраулични инишеирайтор – хидроинишеирайтор, даљинар* за потребе Војно-техничког завода у Крагујевцу и слично.

Овде је реч о томе да *идеје моју да се и маишеријализују*. Михаило Петровић је волео активности које су резултирале у „материјализацији диференцијалних једначина” кроз уређај за интеграљење истих.

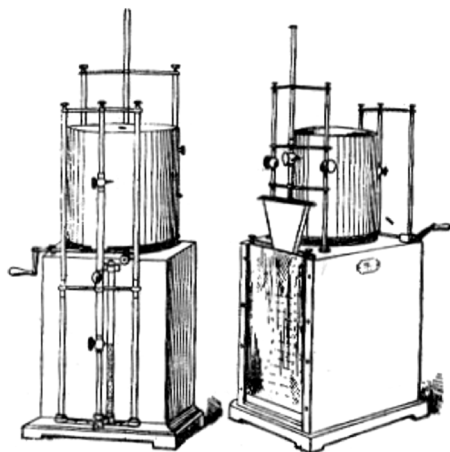
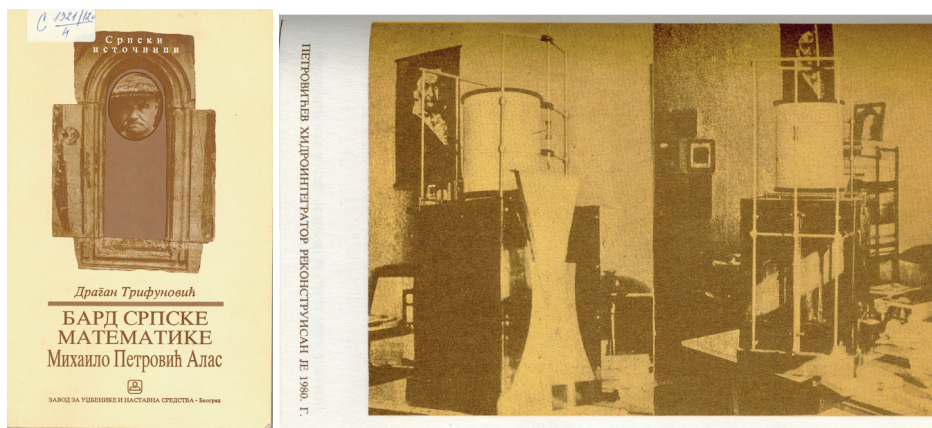
Навешћемо и неке од релевантних радова научника Петровића [64]. То су: Рад о *маишемаиичком моделирању и аналојним рачунским машинама* [52] публикован 1896, док је следеће године у Паризу објављена белешка о такозваном *хидрауличном инишеирайтору – хидроинишеирайтору* [57] (1898), који је нешто касније објављен и на српском језику, са много више детаља [53], а публикован је и превод рада на француски језик [54]. Следећи рад, објављен 1899. године, односи се на *графичку инишеирацију* [55].

Хидроинишеирайтор је аналојна рачунска машина ђомоћу које се решавају одређене класе диференцијалних једначина. Технологије нису тада могле да прате те идеје, а да су којим случајем то могле, вероватно бисмо данас имали податак да је Михаило Петровић један од твораца рачунара. На исти проблем наишао је и Љубомир Клерих [65] – он [27] је морао да

иде у Немачку, где је радио мајстор, који је могао да направи прототип његовог механизма за одређивање броја π .

На светској изложби у Паризу 1900. године, у павиљону Србије био је изложен *хидроинтеграџор* Михаила Петровића, који је награђен бронзаном медаљом Светске изложбе (слика 7). Касније, 1907. године, Петровић је за проналазак хидроинтегратора награђен дипломом Друштва математичара у Лондону.

На основу наведених радова, као и на основу Каталога светске изложбе у Паризу, Драган Трифуновић [66], је 1980. године извршио **реконструкцију** Петровићевог хидроинтегратора. Данас се тај реконструисани хидроинтегратор налази у Кабинету за математику Шумарског факултета Универзитета у Београду.



Петровићев хидроинтегратор
са Светске изложбе у Паризу, 1900.
године

заборавити ни патенте у Патентном заводу у Француској. Међу њима су: 3. **Вечити календар** реализован у више хиљада примерака (Paris – 1916; No. 480788.), и патент **дубиномера**, модела мерења дубине тела потопљеног у воду (на пример подморнице), а био је инспирисан, нажалост, ратом. Енглески адмиралитет је похвално оценио овај 4. **Петровићев дубиномер** (Paris – 1918; No. 96371). Овим патентима треба додати и 5. модел **ефикасној избејавања минској њоља** (Mémoire No. 120, 1920).



Слика 8. Михаило Петровић – Илустрација.

IV. МОДЕЛИ НЕЛИНЕАРНЕ ДИНАМИКЕ: АПСТРАКЦИЈЕ РЕАЛНИХ СИСТЕМА И ФЕНОМЕНОЛОШКО ПРЕСЛИКАВАЊЕ ЛОКАЛНИХ ДИНАМИКА ОКО СТАЦИОНАРНИХ СТАЊА

Даље је било представљено и неколико модела апстракције нелинеарне динамике реалних механичких система, који истовремено представљају моделе кретања тешке материјалне тачке по кругу, који ротира константном угаоном брзином око вертикалне или косе осе [12–14], [17–18] и [20–21], али су, у смислу математиче аналогije, и модели апстракције реалних система крутих тела, који изводе динамику спрегнутим ротацијама око двеју мимоилазних оса. У условима обртања око косе, у односу на вертикалу осе, јавља се још један члан који експлицитно зависи и од генералисане координате и од времена. Одређене су линеаризације и линеарне и нелинеарне апроксимације нелинеарне диференцијалне једначине око стационарних тачака и анализирана је стабилност и нестабилност динамике система око стационарних тача-

ка-положаја релативног мировања материјалне тачке на ротирајућем кругу. Указано је и на појаву тригера спрегнутих сингуларитета [13–14], као и на то да су извори динамике хаоса у оваквим системима. Указано је како се испитује карактер локалних својстава линеарне и нелинеарне динамике око стационарних сингуларних тачака.

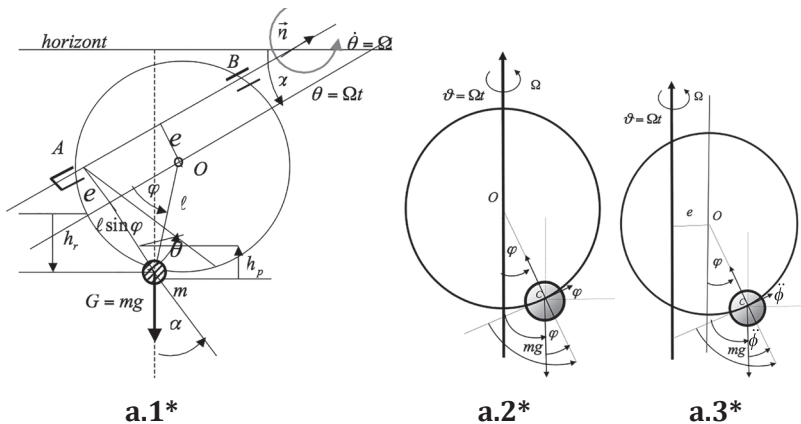
На слици 9. приказана су три модела конструктивно истог система, са једном осом око које се круг окреће константном угаоном брзином и по коме се креће тешка материјална тачка. Разлика између та три модела је у различитој позицији фиксираних осе, око које се обрће кружна линија, у односу на хоризонт, као и позицији осе у односу на центар кружне линије. Зависно од тога нелинеарну динамику релативног кретања материјалне тачке по кружној, идеално глаткој линији, описујемо следећим нелинеарним диференцијалним једначинама [1]:

$$\ddot{\phi} + \Omega^2 (\lambda - \cos \phi) \sin \phi = \Omega^2 \lambda \operatorname{ctg} \alpha \cos \phi \cos \Omega t \quad (\text{Модел на слици 9.a*}, \text{ за } \varepsilon = 0) \quad (1)$$

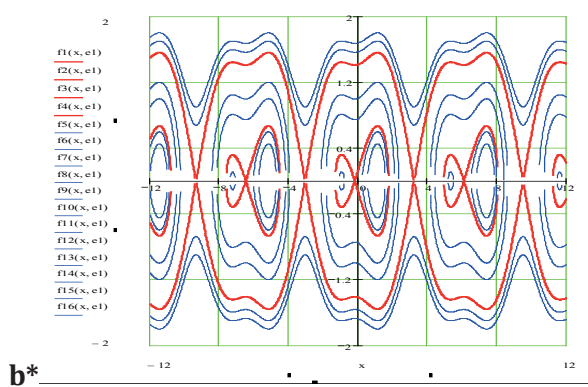
$$\ddot{\phi} + \Omega^2 (\lambda - \cos \phi) \sin \phi = 0 \quad (\text{Модел на слици 9.b*}, \text{ за } \varepsilon = 0) \quad (2)$$

$$\ddot{\phi}_2 + \Omega^2 \langle \lambda - \cos \phi_2 \rangle \sin \phi_2 - \Omega^2 \varepsilon \cos \phi_2 = 0 \quad (\text{Модел на слици 9.c*}, \text{ за } \varepsilon \neq 0) \quad (3)$$

Ове диференцијалне једначине (1), у терминологији Петровића, биле би феноменолошке диференцијалне једначине.

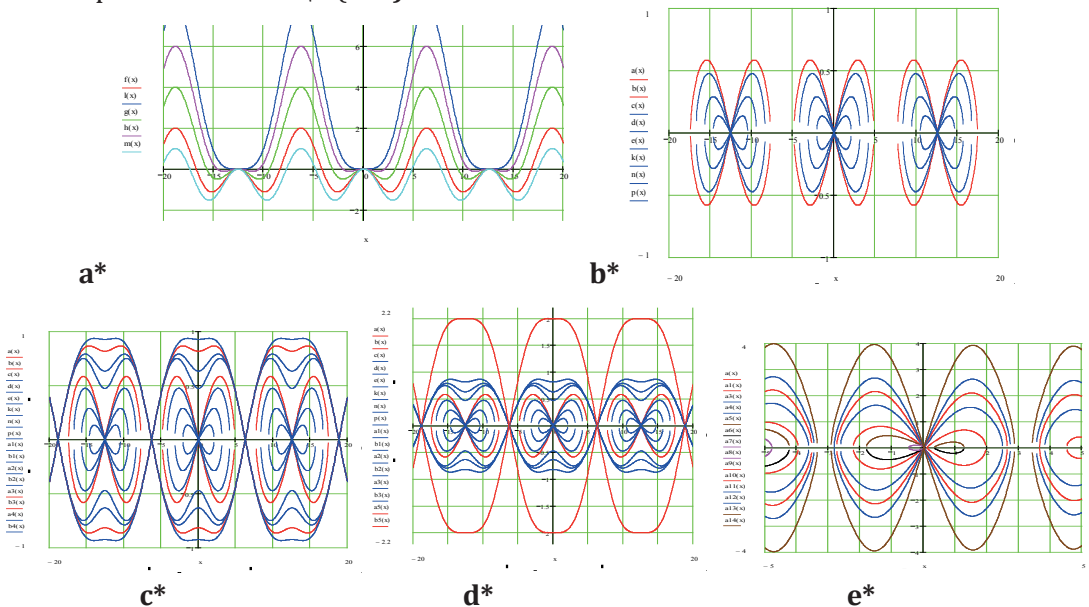


Слика 9. a* Модели тешке материјалне тачке која се креће по ротирајућем кругу, константном угаоном брзином, око ексцентричне осе косо постављене у односу на хоризонт (**a*1**), односно вертикалне центричне (**a*2**) или вертикалне ексцентричне осе (**a*3**).



Слика 9. **b*** Фазни портрет нелинеарне динамике тешке материјалне тачке креће се по ротирајућем кругу, константном угаоном брзином, око ексцентричне вертикалне осе, приказане на слици (**a*3**).

На слици 9. **b*** приказан је фазни портрет нелинеарне динамике тешке материјалне тачке која се креће по ротирајућем кругу, константном угаоном брзином, око ексцентричне вертикалне осе, чији је модел приказан на слици (**a*3**).



Слика10. Параметарска трансформација фазних трајекторија и хомоклиничких орбита (**b***) – (**e***) релативног кретања тешке материјалне тачке по ротирајућој, кружној глаткој линији, константном угаоном брзином око вертикалне осе (за модел на слици 9.b*, за $\epsilon=0$) при промени угаоне брзине ротације. (**a***) график аналогу потенцијалне енергије система.

На слици 10 приказана је параметарска трансформација фазних трајекторија и хомоклиничких орбита $(\mathbf{b}^*) - (\mathbf{e}^*)$ релативног кретања тешке материјалне тачке по ротирајућој, кружној глаткој линији, константном угаоном брзином око вертикалне осе (за модел на слици 9. b^* , за $\varepsilon = 0$) при промени угаоне брзине ротације, $(\mathbf{a}^*)$ је график аналогу потенцијалне енергије система.

Упоређивањем хомоклиничких орбита кинетике стања у фазној равни, са слика 9 и 10, нелинеарне и релативне динамике тешке материјалне тачке по ротирајућем кругу око вертикалне централне и ексцентричне осе видимо померене позиције стационарних (сингуларних) тачака, које одговарају стабилним и нестабилним положајима равнотеже, а затим и појаву несиметричних облика хомоклиничке орбите у облику броја „8”. И у једном и у другом случају постоји тригер спрегнутих сингуларитета [13–14], два стабилна типа центра и једна нестабилна тачка типа седла. Такође, са променом угаоне брзине и односа према пречнику кружне линије тај тригер спрегнутих сингуларитета може ишчезнути и на месту нестабилне сингуларне тачке типа седла се може појавити сингуларна тачка типа стабилног центра.

Ова анализа, према Петровићевом делу, представља реализацију идеја из трећег одељка под називом: *Нейосредне последице феноменолошких диференцијалних једначина*, у оквиру кога је указано на потребу одређивања *стационарних фаза појава*.

V. ЛИНЕАРИЗАЦИЈА НЕЛИНЕАРНЕ ДИФЕРЕНЦИЈАЛНЕ ЈЕДНАЧИНЕ ОКО СИНГУЛАРНИХ ТАЧАКА И ЛОКАЛНА СВОЈСТВА ДИНАМИКЕ СИСТЕМА

Разматрање ћемо почети са линеаризацијом нелинеарне диференцијалне једначине (1) око сингуларних тачака, добијених за диференцијалну једначину (2) која се добија из претходне за $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Посебно ћемо размотрити случајеве линеаризација [12] око сингуларитета: 1* за $\lambda > 1$, око сингуларитета $\varphi = 0$ и 2* за $\lambda < 1$, око сингуларитета $\lambda = \arccos \lambda$.

1* За случај да је $\lambda > 1$, а испитујемо мале принудне осцилације око сингуларне тачке $\varphi = 0$ типа центра, линеаризацијом око ње добијамо линеаризовану диференцијалну једначину у следећем облику:

$$\ddot{\varphi} + \Omega^2(\lambda - 1)\varphi \approx \Omega^2 \lambda \operatorname{ctg} \alpha \cos \Omega t \quad (4)$$

у којој смо извршили линеаризацију следећим апроксимацијама $\sin \varphi \approx \varphi$ и $\cos \varphi \approx 1$, а координату φ меримо од сингуларитета, око кога смо вршили линеаризацију, и при томе увели претпоставку да је координата φ мала.

Из линеаризоване диференцијалне једначине (4) можемо закључити за случај $\lambda > 1$, око сингуларне тачке $\varphi = 0$ за мале амплитуде силе $\Omega^2 \lambda \operatorname{ctg} \alpha$ и мале вредности почетне координате $\varphi_0 = \varphi(0)$ и мале почетне брзине $\dot{\varphi}_0 = \dot{\varphi}(0)$, да је фреквенција сопствених осцилација око те сингуларне тачке $\omega \approx \Omega \sqrt{\lambda - 1}$, док је фреквенција принудних осцилација Ω и одговара угаоној брзини ротирајућег круга у реономном систему.

Такође можемо закључити, када је $\Omega = \Omega_{rez}$ и када је $\lambda = 2$ за мале осцилације око сингуларне тачке $\varphi = 0$ за $\lambda > 1$, да наступа резонантно стање, па се линеаризација диференцијалне једначине може прихватити само у веома кратком интервалу времена, док амплитуда принудне осцилације, која расте са временом, у коме је систем подвргнут дејству принуде, не изађе из претпостављених граница, које дозвољавају линеаризацију.

У резонантном случају, линеаризације око сингуларне тачке $\varphi = 0$, када је Ω_{rez}^2 и $\lambda = 2$, за задате почетне услове решење линеаризоване диференцијалне једначине је облика:

$$\varphi(t) \approx \varphi_0 \cos \frac{\omega_0 t \sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2} \dot{\varphi}_0}{\omega_0} \sin \frac{\omega_0 t \sqrt{2}}{2} + \left[\frac{\omega_0 t \sqrt{2}}{2} \sin \frac{\omega_0 t \sqrt{2}}{2} \right] \operatorname{ctg} \alpha \quad (5)$$

где су $\Omega_{rez}^2 = \frac{g \sin \alpha}{2\ell} = \frac{\omega_0^2}{2}$, $\omega_0^2 = \frac{g \sin \alpha}{\ell}$, $\lambda = \frac{\omega_0^2}{\Omega^2}$, $\lambda_{rez} = 2$.

2* За случај када је $\lambda < 1$, извешћемо линеаризацију око сингуларних тачака $\varphi_s = \pm \arccos \lambda$. Зато уместо координате φ у нелинеарну диференцијалну једначину (1) унесемо $\varphi_s + \varphi$ тако да диференцијалну једначину пишемо:

$$\ddot{\varphi} + \Omega^2 [\lambda - \cos(\varphi_s + \varphi)] \sin(\varphi_s + \varphi) = \Omega^2 \lambda \operatorname{ctg} \alpha \cos(\varphi_s + \varphi) \cos \Omega t \quad (6)$$

при чему сада координату φ меримо од ових сингуларних тачака, као почетака у којима је та координата нула. После линеаризације нелинеарне диференцијалне једначине (6) око сингуларних тачака $\varphi_s = \pm \arccos \lambda$, линеаризована диференцијална једначина добија облик:

$$\ddot{\varphi} + \Omega^2 (1 - \lambda^2) \left[1 + \frac{\lambda \operatorname{ctg} \alpha}{\sqrt{1 - \lambda^2}} \cos \Omega t \right] \varphi \approx \Omega^2 \lambda \operatorname{ctg} \alpha \cos \Omega t. \quad (7)$$

Добијена линеаризацијом нелинеарне диференцијалне једначине око сингуларних тачака $\varphi_s = \pm \arccos \lambda$, претходна диференцијална једначина је реолинеарна и Mathieu-Hull-овог типа:

$$\frac{d^2 \varphi}{d\tau^2} + (\tilde{\lambda} + \tilde{\gamma} \cos \tau) \varphi = h \cos \tau \quad (8)$$

чији су коефицијенти облика:

$$\omega = \Omega \sqrt{1 - \lambda^2}, \quad \tilde{\lambda} = 1 - \lambda^2 \quad \text{и} \quad \tilde{\gamma} = \lambda \sqrt{1 - \lambda^2} \operatorname{ctg} \alpha = h \sqrt{\tilde{\lambda}}, \quad \tau = \Omega t.$$

Опште решење Mathieu-Hull-ове диференцијалне једначине

$$\varphi(t) = A e^{\mu t} p_1(t) + B e^{-\mu t} p_2(t) \quad (9)$$

може се наћи у референцама [60, 63] или *Floquet, Annales de l'Ecole Normale*, 1883, у коме су A и B интеграционе константе; μ је карактеристични експонент, а $p_i(t)$, $i=1, 2$ су периодичке функције периода 2π , које зависе од параметара $\tilde{\lambda}$ и $\tilde{\gamma}$.

Главни проблем у изучавању стабилности око ових сингуларних тачака, које у базном аутономном нелинеарном систему, описаном аутономном нелинеарном диференцијалном једначином (2) представљају стабилне центре (стабилне релативне положаје релативне равнотеже система, када је оса ротације круга вертikalна), а у неаутономном систему, који је описан нелинеарном диференцијалном једначином (1) и апроксимацијом (7) односно (8), отварају сложенија питања испитивања стабилности кретања око тих истих сингуларних тачака. У референцама [60], [63] могу се наћи студије стабилности решења једначине облика (8). Помоћу Ince - Strutt-ове карте стабилности, могу се одредити области параметара $\tilde{\lambda}$ и $\tilde{\gamma}$ у којима су решења стабилна или нестабилна, те затим закључити о карактеру стабилности кретања система око положаја равнотеже или сингуларних тачака нелинеарне диференцијалне једначине (1), и у светлу тих закључака дати закључак о стабилности кретања и динамике модела апстракције реалног система.

На овом примеру линеаризација нелинеарних диференцијалних једначина показала смо да се анализа нелинеарне динамике једној нелинеарној систему може извести декомпозицијом анализе на анализу локалних динамике у околини сингуларних тачака линеарним пресликавањима феномена динамике у апроксимативне локалне динамике или линеарне или реолинеарне и у зависности од почетних услова изучиши својства тих динамика. Знајући својства локалних динамике или сингуларних стабилних или нестабилних сингуларних тачака, можемо саставиши целину глобалној кретања и рејких нелинеарних феномена нелинеарне динамике система. Овде је реч о феноменолошком пресликавању парцијалних, линеарних и реолинеарних феномена из локалне динамике у глобалну динамику система парцијалном анализом и синтезом парцијалних анализа у глобалну. Видимо, да се апроксимацијама око неких сингуларних јављају хармоничке сојствене или принудне осцилације са могућношћу појаве основној резонајној стања локалне динамике, односно реолинеарне сојствене или

їприродне динамике, са моїућношћу їојаве їарамейарскої резонанїної сїања. И основно резонанїно сїање и їарамейарско резонанїно сїање, зависно од їочейїних услова, као и дужине временскої инїтервала у коме је нелинеарни динамички сисїем їодврїнуї їом локалном сїању динамике долази до изласка из їої сїања динамике, када оїиси айроксимацијама не важе їе се даља динамика мора їроучаваїи у їлобалу.

И у овим їрисїуїима моїу се їреїознаїи идеје Михаила Пеїровића и њеїове маїематїичке или квалиїайивне феноменолоїије. Међуїим, ако се узме у размаїрање да ови модели нелинеарне динамике їешке маїеријалне їачке маїематїички оїис имаїу исїовейїан као и креїање їешкої їела које изводи сїреїнуїе роїацїије око мимоилазних оса, онда Маїематїичка феноменолоїија и феноменолошко їресликавање їосїаїу їрави алаї за їражење модела айсїракцїије нелинеарне динамике реалних механичких сисїема, коїи се оїисуїу једном или са више нелинеарних диференцијалних једначина.

VI. ЛИНЕАРНА И НЕЛИНЕАРНА АПРОКСИМАСИЈА НЕЛИНЕАРНЕ ДИФЕРЕНЦИЈАЛНЕ ЈЕДНАЧИНЕ ОКО СИНГУЛАРНИХ ТАЧАКА

Размотримо сада своїства нелинеарне динамике тешке материјалне тачке спрегнутим ротацијама око ортогоналних мимоилазних оса, од којих је фиксирана оса вертикална. Модел система је приказан на слици 11а*. Овај систем је реономан [18–19], и са два степена покретљивости, а једним степеном слободе кретања. Компонентне угаоне брзине су $\vec{\omega}_1 = \Omega \vec{n}$ и $\vec{\omega}_2 = \dot{\varphi}_2 \vec{n}_2$, а геометријски параметри су приказани на слици 11а*, па је нелинеарна диференцијална једначина облика:

$$\ddot{\varphi}_2 + \Omega^2 \left\langle \frac{g}{R\Omega^2} - \cos \varphi_2 \right\rangle \sin \varphi_2 - \Omega^2 \frac{r_{012}}{R} \cos \varphi_2 = 0, \quad \rho_C = 0. \quad (10)$$

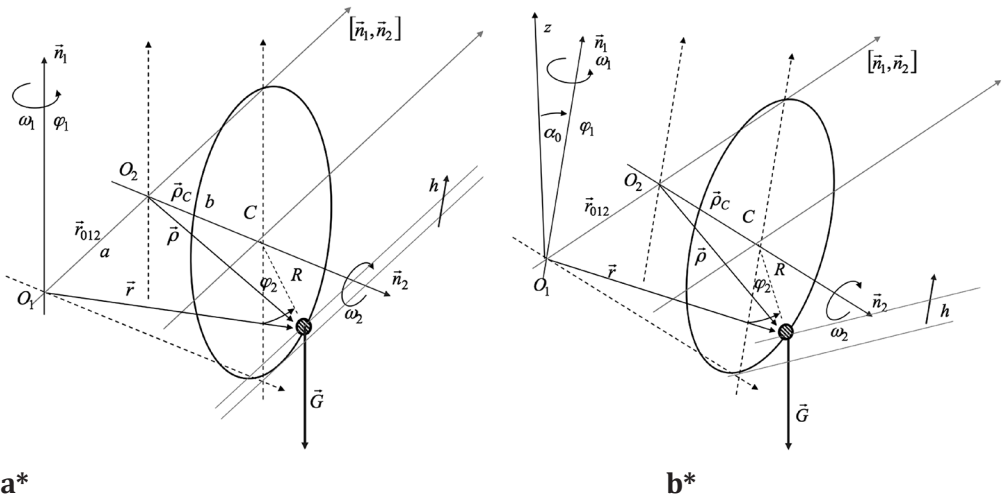
Овој групи модела нелинеарне динамике припадаїу и модели ги-роротора [68].

Први интеграл диференцијалне једначине (10) је (види референце [1, 2, 4] и [14–19]):

$$\dot{\varphi}^2 = \dot{\varphi}_0^2 - 2\Omega^2 \left\langle -\frac{g}{R\Omega^2} (\cos \varphi_2 - \cos \varphi_{20}) + \frac{1}{4} (\cos 2\varphi_2 - \cos 2\varphi_{20}) \right\rangle - \Omega^2 \frac{r_{012}}{R} (\sin \varphi_2 - \sin \varphi_{20}). \quad (11)$$

Ова једначина (11) представља једначину фазних трајекторија за реономни систем, а за фиктивни замишљени систем представља и криве константне енергије.

Посматра се понашање тешког, поред апроксимације линеаризацијом, и апроксимација ове нелинеарним диференцијалним једначинама? Одговор је веома једноставан. Линеаризацијом добијамо у околини сингуларне тачке линеарни систем, а како су својства линеарних система добро изучена, као и услови стабилности, то је лако закључити о својствима локалног понашања нелинеарног система у околини стационарне тачке и сазнати о локалној динамици система. Нелинеарном апроксимацијом система диференцијалних једначина, развојем нелинеарних функција из диференцијалних једначина, добијамо једнакости нелинеарне диференцијалне једначине, чије су апроксимације, углавном, у аналитичком облику познате, те се, стога, за изучавање својства локалне нелинеарне динамике у околини стационарних тачака могу искористити познате методе, или познате аналитичке апроксимације [39–47] решења нелинеарне диференцијалне једначине у локалној околини сингуларне стационарне тачке.



Слика 11. Кретање тешке материјалне тачке спрегнутим ротацијама око ортогоналних мимоилазних оса, од којих је фиксирана оса вертикална (**a***), односно коса у односу на вертикалу (**b***).

Сада нелинеарна диференцијална једначина (10), у линеарној апроксимацији, у околини посматране једне од његових сингуларних тачака $N_s(\varphi_s, \nu_s)$, $s = 1, 2, 3, 4, \dots$ односно за $\varphi = \varphi_s$, $\nu = \nu_s$ добија следећи апроксимативни линеарни облик:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \Omega^2 \left\langle \left\langle \frac{g}{R\Omega^2} \lambda_s - 2\lambda_s^2 + 1 \right\rangle + \frac{r_{012}}{R} \sqrt{1 - \lambda_s^2} \right\rangle \varphi = 0 \quad (12)$$

у којој сада координате φ и $\dot{\varphi}$ меримо од те стационарне тачке, у којој су те координате сада једнаке нули.

Из претходне, линеарне диференцијалне једначине издвајамо коефицијент уз линеарни члан са координатом, који ако је позитиван представља кружну фреквенцију линеаризованих осцилација система локално око стационарне, сингуларне тачке система. Израз за ту кружну фреквенцију је:

$$\omega_{0,lin} = \Omega \sqrt{\left\langle \left\langle \frac{g}{R\Omega^2} \lambda_s - 2\lambda_s^2 + 1 \right\rangle + \frac{r_{012}}{R} \sqrt{1 - \lambda_s^2} \right\rangle} \quad (13)$$

$$\text{за } \lambda = \frac{g}{R\Omega^2} \quad \varepsilon = \frac{r_{012}}{R}, \text{ као и за } \lambda_s = \cos \phi_s \text{ за } \lambda_s < 1.$$

Ова кружна фреквенција указује на хармонијско осциловање око положаја релативне равнотеже система, односно око положаја релативног мировања материјалне тачке на ротирајућем кругу око вертикалне ексцентричне осе мимоилазне са осом управном на раван круга кроз његов центар.

Сада, нелинеарна диференцијална једначина (10), у нелинеарној апроксимацији до укључења кубних чланова, у околини посматране, једне од његових сингуларних тачака $N_s(\varphi_s, \nu_s)$, $s = 1, 2, 3, 4 \dots$ односно за $\varphi = \varphi_s$ $\nu = \nu_s$ добија следећи апроксимативни, нелинеарни облик:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \Omega^2 \left\langle \left\langle \frac{g}{R\Omega^2} \lambda_s - 2\lambda_s^2 + 1 \right\rangle + \frac{r_{012}}{R} \sqrt{1 - \lambda_s^2} \right\rangle \varphi - \frac{\Omega^2}{2!} \left\langle \left\langle \frac{g}{R\Omega^2} \sqrt{1 - \lambda_s^2} - 4\lambda_s \sqrt{1 - \lambda_s^2} \right\rangle - \frac{r_{012}}{R} \lambda_s \right\rangle \varphi^2 - \\ - \frac{\Omega^2}{3!} \left\langle \left\langle \frac{g}{R\Omega^2} \lambda_s - 8\lambda_s^2 + 4 \right\rangle + \frac{r_{012}}{R} \sqrt{1 - \lambda_s^2} \right\rangle \varphi^3 + \dots = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

у коме сада координате φ и $\nu = \dot{\varphi}$ меримо од те стационарне тачке, око које је вршена нелинеарна апроксимација, а у којој су те координате сада једнаке нули.

Сада уведимо ознаке за коефицијенте претходне нелинеарне апроксимације (14) нелинеарне диференцијалне једначине (10) у облику

$$\begin{aligned} \omega_{0,lin}^2 &= \Omega^2 \left\langle \left\langle \frac{g}{R\Omega^2} \lambda_s - 2\lambda_s^2 + 1 \right\rangle + \frac{r_{012}}{R} \sqrt{1 - \lambda_s^2} \right\rangle \\ \kappa_2 &= \frac{\Omega^2}{2!} \left\langle \left\langle \frac{g}{R\Omega^2} \sqrt{1 - \lambda_s^2} - 4\lambda_s \sqrt{1 - \lambda_s^2} \right\rangle - \frac{r_{012}}{R} \lambda_s \right\rangle \end{aligned} \quad (15)$$

$$\kappa_3 = \frac{\Omega^2}{3!} \left\langle \left\langle \frac{g}{R\Omega^2} \lambda_s - 8\lambda_s^2 + 4 \right\rangle + \frac{r_{012}}{R} \sqrt{1 - \lambda_s^2} \right\rangle$$

те нелинеарну апроксимацију (14) нелинеарне диференцијалне једначине (10) можемо написати у облику:

$$\ddot{\varphi} + \omega_{0,lin}^2 \varphi = \kappa_2 \varphi^2 + \kappa_3 \varphi^3 \quad (16)$$

познате нелинеарне диференцијалне једначине.

Добијена нелинеарна апроксимација (14), односно (16) изворне нелинеарне диференцијалне једначине (10) у околини сингуларне тачке, јознајш је облика са кубном нелинеарношћу, што значи да се лако може добијти прва апроксимација њеној решења, те је феноменолошким пресликавањем добијена анализа нелинеарних својстава у локалној околини те сингуларне тачке од користи за боље сазнање о својствима нелинеарности. И овде можемо говорити о феноменолошком пресликавању феномена нелинеарне динамике једној нелинеарној систему у његову апроксимацију са кубном нелинеарношћу на локалну динамику сложене нелинеарној систему са више циркуларних сингуларитета око једној од његових сингуларитета. Ако бисмо разматрали нелинеарну апроксимацију око сингуларних тачака модела са слике 11b* чија се динамика описује следећом диференцијалном једначином:

$$\ddot{\varphi}_2 + \Omega^2 \left(\frac{g}{\Omega^2 R} \cos \beta_0 - \cos \varphi_2 \right) \sin \varphi_2 - \Omega^2 \frac{r_{012}}{R} \cos \varphi_2 = \frac{g}{R} \cos \varphi_2 \sin \beta_0 \sin \Omega t, \quad (17)$$

нелинеарну апроксимацију у виду неаутономне нелинеарне диференцијалне једначине са реолинеарним члановима моћи бисмо у нелинеарној апроксимацији да изучавамо нелинеарна својства локалне нелинеарне динамике система.

И у овим се процесима моју сазнати, поред идеја великана нелинеарне динамике и метода апроксимација Поенкареа, Кривова, Болзуова, Мишројолзској [39–47], и других и идеје из елементарне феноменолошкој пресликавања и математичке аналогije наше великане математике и физике Михаила Петровића из његовој најзначајнијој дела Математичка феноменологија [50–51], како је то оценио један од наша при водећа великана свеске науке Милушин Миланковић. Очигледно да идеја Михаила Петровића са **брзим развојем нелинеарне динамике** и теорије стабилности и њиховим продирањем у све области наука, добијају нови значај.

На слици 11b* приказан је модел апстракције реалног система кретања тешке материјалне тачке спрегнутим ротацијама око ортогоналних мимоилазних оса, од којих фиксирана оса заклапа неки угао са

вертикалом, а разликује се од модела апстракције система приказаног на слици 11a*, у положају фиксираних осе у односу на вертикалу. Динамика модела апстракције реалног система приказаног на слици 11b* описана је нелинеарном диференцијалном једначином облика (17). Та нелинеарна диференцијална једначина (17) разликује се од нелинеарне диференцијалне једначине (10) члановима на десној страни, који периодично зависе од времена. Зато се ова диференцијална једначина може сматрати и диференцијалном једначином која описује неки фиктивни склерономни систем изложен дејству спољашње принудне силе, и могуће је анализирати могуће режими принудних осцилација таквог система око стационарних, сингуларних тачака (положаја апсолутне равнотеже нелинеарне динамике система).

VII. ЗАКЉУЧНА РАЗМАТРАЊА

Завршавајући ово предавање о резултатима Михаила Петровића у савременој науци са усмерењем на фасцинантну нелинеарну динамику, као најочитији пример у коме су имплицитно присутне његове идеје, можемо да издвојимо следеће:

1* Линеаризацијом нелинеарне диференцијалне једначине или система нелинеарних диференцијалних једначина око стационарног стања можемо изучити груба локална линеаризована својства нелинеарне динамике у линеарној апроксимацији и идентификовати апроксимативно феноменолошко пресликавање локалне нелинеарне динамике у линеарне динамике и феномене са одређеним степеном тачности апроксимације;

2* Нелинеарном апроксимацијом до одређеног степена тачности нелинеарне диференцијалне једначине или система нелинеарних диференцијалних једначина око стационарног стања динамике можемо изучити груба локална нелинеарна својства и локалне нелинеарне феномене нелинеарне динамике сложеног система;

3* Методом фазне равни као и идентификацијом фазних портрета и фазних трајекторија другог система можемо да дођемо до сазнања о динамици једног нелинеарног система, који је изучен, и пренесемо их на анализу својстава нелинеарне динамике другог система, сасвим диспаратне природе.

Примедба. Ова беседа је настала на основу објављених дела Михаила Петровића, аутора и њених магистраната и доктораната, као и на основу научноисторијских радова професора Д. Трифуновића и других

аутора савремених научних публикација у којима се препознају научне идеје Михаила Петровића, као и сазнања стечена од свог професора механике Данила Рашковића, који је био и доктор техничких наука и дипломирани математичар.

Напомена. Део ових исцртаживања финансијски је подржан од Министарства просвете и науке Републике Србије преко Математичког института САНУ кроз пројекат ON174001 „Динамика хибридних система сложених структура. Механика материјала“ („Dynamics of hybrid systems with complex structures. Mechanics of materials“), као и Машинског факултета Универзитета у Нишу. Аутор се још оло захваљује рецензентима, као и проф. др Неди Бокан за мнобројна мишљења, као и корисне сугестије, које су аутору омогућиле дораду рукописа до облика у коме се јојављује.

ЛИТЕРАТУРА

1. Andronov, A. A., Vitt, A. A., Haykin, S. E., (1981), *Teoriya kolebaniy*, Nauka, Moskva., pp. 568.
2. Gerard I. and Daniel J., *Elementary Stability and Bifurcation Theory*, Springer Verlag, 1980.
3. Gleick James, *Chaos, Making a new Sciences*, Penguin BOOKS, ISBN 014 00 92501, 1987/1988
4. Guckenheimer, J. and Holmes, Ph. , (1983), *Nonlinear Oscillations, Dinamical Systems, and Bifurcations of Fields*, Springer-Verlag, pp. 461.
5. Hedrih (Stevanović), K., *Beseda o Mihailu Petroviću*, Legende Beogradskog Univerziteta, Univerzitet u Beogradu, Univerzitetska biblioteka „Svetozar Marković“ u Beogradu, 2005, str. 37–48.
6. Hedrih (Stevanović) K., (1992), *On some interpretations of the rigid bodies kinetic parameters*, XVIIIth ICTAM HAIFA, Abstracts, pp. 73–74.
7. Hedrih (Stevanović) K., (1993), *Some vectorial interpretations of the kinetic parameters of solid material lines*, ZAMM. Angew. Math. Mech. 73(1993) 4–5, T153–T156.
8. Hedrih (Stevanović) K., (1993), *The mass moment vectors at n-dimensional coordinate system*, Tensor, Japan, Vol 54 (1993), pp. 83–87.
9. Hedrih (Stevanović) K., (2001), *Vector Method of the Heavy Rotor Kinetic Parameter Analysis and Nonlinear Dynamics*, University of Niš 2001, Monograph, p. 252. (in English), YU ISBN 86-7181-046-1.

10. Hedrih (Stevanović) K., (1998), *Vectors of the Body Mass Moments*, Monograph paper, Topics from Mathematics and Mechanics, Mathematical institute SANU, Belgrade, Zbornik radova 8(16), 1998, pp. 45–104. published in 1999. (in English), (Zentralblatt Review).

11. Hedrih (Stevanović) K., (1991), *Analogy between models of stress state, strain state and state of the body mass inertia moments*, Facta Universitatis, Series Mechanics, Automatic Control and Robotics, Niš, vol.1, N 1, 1991, pp. 105–120.

12. Hedrih (Stevanović) K., (2005), *Nonlinear Dynamics of a Heavy Material Particle Along Circle which Rotates and Optimal Control*, Chaotic Dynamics and Control of Systems and Processes in Mechanics (Eds: G. Rega, and F. Vestroni), p. 37–45. IUTAM Book, in Series *Solid Mechanics and Its Applications*, Edited by G. M. L. Gladwell, Springer. 2005, XXVI, 504 p., Hardcover ISBN: 1-4020-3267-6.

13. Hedrih (Stevanović), K., (2001), *Trigger of Coupled Singularities (invited plenary lecture)*, Dynamical Systems-Theory and Applications, Edited By J. Awrejcewicz and all, Lodz 2001, pp. 51–78.

14. Hedrih (Stevanović) K., (2004), *A Trigger of Coupled Singularities*, MECCANICA, Vol. 39, No. 3, 2004., pp. 295–314., DOI: 10.1023/B:MECC.0000022994.81090.5f,

15. Hedrih (Stevanović), K., (200), *Nonlinear Dynamics of a Gyro-rotor, and Sensitive Dependence on initial Conditions of a Heav Gyro-rotor Forced Vibration/ Rotation Motion*, Semi-Plenary Invited Lecture, Proceedings: COC 2000, Edited by F. L. Chernousko and A. I. Fradkov, IEEE, CSS, IUTAM, SPICS, St. Petersburg, Inst. for Problems of Mech. Eng. of RAS, 2000., Vol. 2 of 3, pp. 259–266.

16. Hedrih (Stevanović) K., (2008), *The optimal control in nonlinear mechanical systems with trigger of the coupled singularities*, in the book: *Advances in Mechanics : Dynamics and Control : Proceedings of the 14th International Workshop on Dynamics and Control / [ed. by F. L. Chernousko, G. V. Kostin, V. V. Saurin] : A. Yu. Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS. – Moscow : Nauka, 2008. pp. 174-182, ISBN 978-5-02-036667-1.*

17. Hedrih (Stevanović) K., (2008), *Dynamics of coupled systems, Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, Volume 2, Issue 2, June 2008, Pages 310–334.

18. Hedrih (Stevanović), K., (2002), *On Rheonomic Systems with Equivalent Holonomic Conservative System*, Int. Conf. ICNM-IV, 2002, Edited by W. Chien and all. Shanghai, T. Nonlinear dynamics. pp. 1046–1054.

19. Hedrih (Stevanović) K., (2004), *On Rheonomic Systems with Equivalent Holonomic Conservative Systems Applied to the Nonlinear Dynamics of the Watt's Regulator*, Proceedings, Volume 2, The eleventh world congress in Mechanism and machine Sciences, IFToMM, China Machine press, Tianjin, China, April 1–4, 2004, pp. 1475–1479. ISBN 7-111-14073-7/TH-1438. . <http://www.iftomm2003.com>, Publisher: China Machine press, Tianjin, China

20. Hedrih (Stevanović) K., (2009), *Vibrations of a Heavy Mass Particle Moving along a Rough Line with Friction of Coulomb Type*, ©Freund Publishing House Ltd., International Journal of Nonlinear Sciences & Numerical Simulation 10(11): 1705-1712, 2009. http://www.freundpublishing.com/International_Journal_Nonlinear_Sciences_Numerical%20Simulation/MathPrev.htm.

21. Hedrih (Stevanović) K., (2010), *Discontinuity of kinetic parameter properties in nonlinear dynamics of mechanical systems*, Keynote Invited Lecture, 9^o Congresso Temático de Dinâmica, Controle e Aplicações, June 07-11, 2010. UneSP, Sao Paulo (Serra negra), Brazil, Proceedings of the 9th Brazilian Conference on Dynamics Control and their Applications, Serra Negra, 2010, pp. 8–40. SP - ISSN 2178-3667.

22. Hedrih (Stevanović) K., (2012), *Energy and Nonlinear Dynamics of Hybrid Systems*, Chapter in Book: Edited by A. Luo, *Dynamical Systems and Methods*, 2012, Part 1, 29–83, DOI: 10.1007/978-1-4614-0454-5_2

23. Hedrih (Stevanović) K., (2009), *Vibrations of a Heavy Mass Particle Moving along a Rough Line with Friction of Coulomb Type*, ©Freund Publishing House Ltd., International Journal of Nonlinear Sciences & Numerical Simulation 10(11): 1705-1712, 2009. http://www.freundpublishing.com/International_Journal_Nonlinear_Sciences_Numerical%20Simulation/MathPrev.htm

24. Hedrih (Stevanović) K., (2012), *Existence of trigger of coupled singularities in nonlinear dynamics of mechanical system with coupled rotations*, Scientific Technical Review, 2012, Vol. 62, No.1, pp. 48–56.

25. Hedrih (Stevanović) Katica, (2012), *On mathematical methods in mechanics with applications – (MMA) or Mechanics between two fires: Mathematics and Engineering*, Zbornik radova simpozijuma „Matematika I primene“, Matematički fakultet Univerziteta u Beogradu i Zavod za udžbenike – Beograd, 2012, pp. 35–116.

26. Hedrih (Stevanović) K. R. (2012), *Energy and Nonlinear Dynamics of Hybrid Systems*, Book Chapter, in *Dynamical Systems and Methods*, Edited by Albert Luo, Tenreiro Machado and D Baleanu, , 2012, Part 1, Pages 29–83, 2012, DOI: 10.1007/978-1-4614-0454-5_2, ISBN 978-1-4614-0453-8. e-ISBN 978-1-4614-0454-5, Springer New York Dordrecht Heidelberg London.

27. Hedrih (Stevanović), K., *Akademik Ljubomir Klerić (1844–1910)*, Biobibliografija, poglavlje u knjizi: Život i delo srpskih naučnika, urednik akademik Miloje Sarić, Srpska akademija nauka i umetnosti, Biografije i bibliografije, knjiga I, str. 129–179, Beograd 1996. SANU Beograd.

28. Hedrih (Stevanović), K. and Pavlov, B., *Strange attractors of the phase portrait of motion of a heavy material point along the circle with an oscillating center and under the influence of two frequency couple*, Proceedings of the 2nd International Conference on nonlinear Mechanics, Beijing 1993, Peking

University Press, ICNM-2, 1993. Abstract 514, Proceedings pp. 938–944.

29. Hedrih, N. A., Hedrih (Stevanović) K., *Modeling Double DNA Helix Main Chains of the Free and Forced Fractional Order Vibrations*, Chapter in Book *Advanced topics on fractional calculus on control problem, modeling, system stability and modeling*, Editor M. Lazarević, (2013), pp. (125-)137-175- and Appendix pp. 184–192. World Scientific Publishing Company PTE LTD.

30. Hedrih Anđelka, Mihailo Lazarević, Ana Mitrović-Jovanović, *Fertilisation as a biomechanical oscillatory phenomenon in mamals*, Fourth Serbian (29th Yu) Congress on Theoretical and Applied Mechanics Vrnjačka Banja, Serbia, 4–7 June 2013. (IN PRESS)

31. Hedrih A. (2011) , ENOC Young Scientist Prize Paper. *EUROMECH Newsletter 40*, European Mechanics Society, 40, pp. 6–14.

32. Hedrih A. (2012) *Frequency analysis of knot mass particles in oscillatory spherical net model of mouse zona pellucida. Lecture Session, Short Paper, Abstract book of 23rd International Congress of Theoretical and Applied Mechanics*, (IUTAM ICTAM Beijing 2012), 19–24 August 2012, Beijing, China, SM01-049, pp. 209. ISBN 978-988-16022-3-7.

33. Lj. Kolar-Anić, Ž. Čupić, S. Anić, G. Schmitz, *Pseudo-steady states in the model of the Bray-Liebhafsky oscillatory reaction*, J. Chem. Faraday Trans. 93 (1997) 2147–2152.

34. Lj. Kolar-Anić, Ž. Čupić, G. Schmitz, S. Anić, Improvement of the stoichiometric network analysis for determination of instability conditions of complex nonlinear reaction systems, Chem. Eng. Sci. 65 (2010) 3718–3728.

35. Kolar-Anić Lj., Mišljenović Đ., Anić S., Nikolis G. (1995) Influence of the reduction of iodate ion by hydrogen peroxide on the model of the Bray-Liebhafsky reaction, *React. Kinet. Catal. Lett.*, Vol 54, pp. 35-41.

36. Ivanović-Šašić A., Marković V., Anić S., Kolar-Anić Lj., Čupić Ž. (2011) Structures of chaos in open reaction system, *Phys. Chem. Chem. Phys*, Vol 13, pp. 20162-20171.

37. Kamke Erich, *Differential gleichungen, Lösungsmethoden und Lösungen 1. Gewöhnliche Differentialgleichungen*, XXVI – 642 S. Leipzig 1942. Mathematik und ihre Anwendung in Monographien und Lehrbüchern, Bd. 18. (To je do sada najbolja zbirka integrabilnih partikularnih običnih diferencijalnih diferencijalnih jednačina.)

38. Миланковић М. Личност Михаила Петровића, Први део у Миланковић М. и Михаиловић Ј., Мика Алас, Београд–Калгари, 2012, стр. 459'124.

39. Mitropolyskiy, Yu. A, (1964), Problemi asimptoti-cheskoj teorii nestashionarnih kolebaniy, Nauka Moskva. (in Russian)

40. Mitropolyskiy, Yu. A. (1955), *Nestashionarnie proshesi v nelinyeynih sistemah*, AN USSR, Kiev. (in Russian)

41. Mitropolyskiy, Yu. A and Mosseenkov, B. I., (1968), *Lekciyi po primenyeniyu metodov k recheniyu uravneniy v chastnih proizvodnih*, Int. Math. AN USSR, Kiev. (in Russian)

42. Mitropolyskiy, Yu. A, (1964), *Problemi asimptoti-cheskoy teorii nestashionarnih kolebaniy*, Nauka Moskva. (in Russian)

43. Mitropolyskiy, Yu. A. and Mosseenkov, B. I., (1976), *Assimptoticheskie recheniya uravneniya v chastnih proizvodnih*, Vichaya chkola Kiev. (in Russian)

44. Mitropolyskiy Yu. A., Nguyen Van Dao, (2003), *Lectures on Asymptotic Methods of Nonlinear Dynamics*, Vietnam National University Publishing House, Hanoi, p. 494.

45. Mitropolyskiy Yu. A., *Some problems in the development in nonlinear mechanics theory and applications*, Facta Universitatis, Series Mechanics, Automatic Control and Robotics, Vol. 1, No. 5, 1995, pp. 539–560.

46. Mitropolyskiy Yu. A., *On Application of asymptotic methods of nonlinear mechanics for solving some problems of oscillation theory*, Facta Universitatis, Series Mechanics, Automatic Control and Robotics, Vol. 2, No. 6, 1996, pp. 1–9.

47. Mitropolyskiy Yu. A., *Adiabatic processes in nonlinear oscillation systems (Adiabaticeskie processi v nelineynih kolebatelnyh sistemah)*, Simpozijum '83 – Nelinearni problemi dinamike, Arandelovac, 23–25, Novembar 1983. IT – Društvo za mehaniku Srbije, pp. I-1-I-12. (in Russia).

48. Morena N, , *Matematička fenomenologija između mita i stvarnosti*, Privatni blog,

<http://nikolamorena.blogspot.com/2012/10/matematicka-fenomenologija-izmeu-mita-i.html#!/2012/10/matematicka-fenomenologija-izmeu-mita-i.html>

49. Penrose Roger, *The Emperor's New Mind, concerning Computers, Minds and the Laws of Physics*, ISBN 009 977170 S Oxford University Press 1985/1990.

50. Petrović, M., *Fenomenološko preslikavanje (Phenomenological mapp)*, Srpska kraljevska akademija, Beograd, 1933. str. 33.

51. Petrović, M., *Elementi matematičke fenomenologije (Elements of mathematical phenomenology)*, Srpska kraljevska akademija, Beograd, 1911. str. 789.

<http://elibrary.matf.bg.ac.rs/handle/123456789/476?locale-attribute=sr>

52. Petrović M.: *Sur l' équation différentielle de Riccati et applications chimiques*. Sitzungsberichte der Königl. – Böhemischen Gesellschaft der Wissenschaften, Praha, 1896., 39, 1–25.

53. Petrović M.: *Hidraulična integracija*, Tehnički list, Beograd, 1898.

54. Petrović M.: *Sur l' integration hydraulique des équation différentielle*. American Journal of Mathematics, Baltimore, 1898, 20, 4, 293–300.

55. Petrović M.: *Appareil à pour l' integration graphique de certains tipes d'équations différentielles.*- American Journal of Mathematics , Baltimore, 1899., 22, 1, 1–12. ; * Petrović, M., (1896), O diferencijalnim jednačinama prvog reda koje se mogu grafički integraliti pomoću g. Klerićevog šestara, Glas LI, 18 (1896), str. 313–316.

56. Petrovich, M., (1890), *Intégration grphique de certains tipes d'équations différentielles du premier ordre* – Bulletin de la Sic. Math. de France, 27 (1890), pp. 200–2005.

57. Petrović M.: *Sur un procédé d'intégration graphique des équation différentielle* – Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Scinces, Paris, 1897., 124, 20, 1081–1084.

58. Pilipović Stevan, *Naš profesor Mihailo Petrović*, Planeta, Nedelja, 14. april 2013. http://www.planeta.rs/56/08_Tema4.htm

59. Rašković D., *Mehanika – Dinamika (Dynamics)*, Naučna knjiga, 1972.

60. Rašković D., *Teorija oscilacija (Theory of Oscillations)*, Naučna knjiga, 1952.

61. Rašković P. D., *Analitička mehanika (Analytical Mechanics)*, Mašinski fakultet Kragujevac, 1974.

62. Stoker, J. J., (1950), *Nonlinear Vibrations*, Interscience Publishers, New Yor, pp. 273.

63. Strutt, M. J. O.: *Lamésche, Mathieusche und verwandle Funktionen in Physik und Technik*, Berlin, 1932.

64. Trifunović D.: *Letopis života i rada Mihaila Petrovića*, SANU Beograd 1969, VIII+631 str.

65. Trifunović, D., (1989), *Matematički instrumenti Ljubomira Klerića*, Istorijski spisi matematike i mehanike, Matematički institut, Istorija matematičkih i mehaničkih nauka, knjiga 2, str. 65–84.

66. Trifunović D. : *Bard srpske matematike – Mihailo Petrović Alas*, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd.

67. Trifunović D. : *Mihailo Petrović Alas – život i delo*, Dečje novine, Gornji Milanovac, 1982, 160 str.

68. Veljović Lj., *Nelinearne oscilacije giro-rotora (Non-linear oscillations of Gyro-rotors)*, [in Serbian], Doctor's Degree Thesis, Faculty of Mechanical Engineering in Niš, 2011. Supervisor K. Hedrih (Stevanović).

Универзитет у Нишу
Машински факултет
Ниш

и

Математички институт САНУ
Београд
e-mail: khedrih@eunet.rs

МИХАИЛО ПЕТРОВИЋ АЛАС И ЊЕГОВО ДОБА¹

Александар М. Николић

Ајсџиракџи: Проучавајући живот и дело Јована Карамате неизбежно је било да прочитам доста тога и о Михаилу Петровићу. Зато у овом предавању дајем једно лично виђење Михаила Петровића и његовог времена са жељом да то између осталог подстакне наше друштво и државу да да већи значај у будућности проучавању историје математике.

О Михаилу Петровићу, уз Николу Теслу, Михаила Пупина, Милутина Миланковића, једном од најпознатијих имена у српској науци, написане су небројене странице књига, радова, успомена. Првенствено мислим на нашег највећег историчара математике, професора Драгана Трифуновића. Познати су и прилози чији су аутори: Милутин Миланковић и Јеленко Михаиловић, Никола Салтиков, Антон Билимовић, Драгослав Митриновић, Ернест Стипанић, Милорад Бертолино, Радивоје Кашанин, Тадија Пејовић, Мирко Стојаковић, Душан Адамовић, Јован Кечкић, Миодраг Томић. Нагласићемо да је Завод за уџбенике 1998. године издао Сабрана дела Михаила Петровића у 15 томова! У новије време појавили су се и неки радови на енглеском језику, аутора Снежане Лоренс (Лавренце) и Александра Петровића.

Припремајући овај текст о занимљивостима из живота Михаила Петровића и о времену у којем је живео и стварао, помало ме је било страх да нећу рећи ништа оригинално, ништа што већ није познато. Јер да би се написали или изrekli неки заиста нови подаци о његовом животу или анализи онога што је он урадио, потребан је дужи методолошки рад и озбиљан историјски и научни приступ. Зато сам се одлучио да покушам да дам своје лично виђење Петровићеве улоге у оквиру развоју српске математике и науке, али и доприноса развоју високошколске наставе математике. Посебно су наведене и описане Петровићеве „нематематичке“ активности.

¹ Истраживање је финансирано од стране Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије кроз пројекте ИИИ44006 и ОН174026.

Историја математике у Србији може се најједноставније поделити на три основна периода. Први период је трајао до Михаила Петровића и Богдана Гавриловића а карактеришу га тривијалност тема, први уџбеници, љубав према математици и науци, а мање висока стручност или научност. Два позната имена из тог периода, два нематематичара – агроном и инжењер геодезије Атанасије Николић (1803–1882) и архитекта-грађевинац, бечки дипломац, Емилијан Јосимовић (1823–1897) – целог радног века састављали су математичке уџбенике за Лицеј и великошколце. Атанасије Николић је написао прве уџбенике из Алгебре (1839) и Геометрије (1841) који су били на елементарном нивоу и нису били оригинално дело. Он је при њиховом писању вероватно користио неке сличне уџбенике коришћене у Аустроугарској које је прилагодио тадашњим потребама у Србији². Јосимовић је био аутор првог високошколског уџбеника на српскопм језику – Начела више математике у три дела. Први део је изашао 1858. на 253 стране, други део 1860. на 296 страна, а трећи 1872. на 198 страна. У првом делу је изложена теорија функција, теорија једначина и теорија редова. У другом делу је изложен диференцијални и интегрални рачун функција једне и више променљивих и варијациони рачун. Трећи део садржи аналитичку геометрију у равни.

Димитрије Нешић (1836–1904), је био једна од кључних фигура српске науке и математике тог периода. Будући да се његова наставна и научна активност одвијала у пољу математике, и с обзиром на то да је он први српски научник аутор већег броја математичких расправа објављених у издањима Српског ученог друштва (4) и Српске краљевске академије (5), са правом се може сматрати првим српским математичаром. Његови радови нису произвели велике резултате који се памте и којима се генерације користе. Али они показују ширину знања, прецизност у доказу и савесност у обради и избору проблема.³ Наглашавамо да ни он, као и Николић и Јосимовић, није има стриктно математичко образовање, већ је математику слушао и учио студирајући техничке науке. У историји српске науке остаће запамћен као аутор квалитетних ви-

² О делу Атанасија Николића видети у Кечкић, Ј., *Алгебра Аџанасија Николића*, Зборник радова научног скупа Природне и математичке науке у Срба у 18. и првој половини 19. века, САНУ, Универзитет у Новом Саду, Матица српска, Нови Сад, с. 301-308. Првановић, М., 1995. *Елементарна геометрија Аџанасија Николића*, Зборник радова научног скупа Природне и математичке науке у Срба у XVIII и првој половини XIX века, САНУ, Универзитет у Новом Саду, Матица српска, Нови Сад, с. 263–269.

³ Томић, М., 1989. *Математичке науке*, Српска академија наука и уметности и развој науке и уметности у Срба, вол. 1, САНУ, Београд, с. 17.

сокошколских математичких уџбеника⁴, аутор Закона о мерама и текста његовог објашњења (1873) чиме је у Србији уведен метарски систем мера, иницијатор реформе наставе математике на Великој школи – успео је у настојањима да се недовољно одређен стари курс математике подели на нижу и вишу математику, да математичар предаје само математику а не и архитектуру, механику, географију, физику, али и да математику предају само математичари.⁵ Димитрије Нешић као представник краја тог периода па и Богдан Гавриловић (1864–1947), који припада већим делом и следећем периоду, као ни неки други математичари, који припадају прелазу из овог у следећи период, нису успели да направе пробој у светску математику већ су своју каријеру градили у оквиру Београда и Србије.

Други период је време Петровића и Гавриловића, време када се отварају врата светске математике и науке. Њихов рад представља врхунац ова два периода у начину на који су они, посебно Петровић, јер је Гавриловић практично престао да се бави математиком 1907. године, приступали математици и научним радовима. У њихово време је изграђен мост према модерној математици која ће се развијати у оквиру следећег периода. А Михаило Петровић је главни неимар тог периода. Како то Драган Трифуновић у својим радовима наводи: „са Петровићем је српска математика по први пут кренула у свет науке налазећи своје равноправно место у том математичком свету”.

И Богдан Гавриловић и Михаило Петровић су се, сваки на свој начин, посветили Универзитету. Гавриловић је многим својим активностима и јавним говорима значајно допринео прерастању Велике школе у Универзитет. Математичке предмете је предавао на Техничком факултету Београдског универзитета, и више је био заинтересован за филозофију и историју математике, ширење опште математичке културе него за писање математичких радова. У српској историји математике трајно ће остати забележена његова два уџбеника – Теорија детерминаната (1899) и Аналитичка геометрија (1896) – написана на високом нивоу универзитетске наставе.⁶ Михаило Петровић се пак на посебан

⁴ Тригонометрија, Београд 1875, с. 496, *Наука о комбинацијама*, Београд 1883, с. 132, *Алгебарска анализа I и II*, Београд 1883, с. 582 и 667.

⁵ Трифуновић, Д., 1996. Димитрије Нешић – *Зора српске математике*, Архимедес, Београд.

⁶ О Богдану Гавриловићу видети Перишић, П., Трифуновић, Д, *Математичар Богдан Гавриловић*, Архимедес, Београд, 1994. Мијајловић, Ж., 1997. Богдан Гавриловић (1864–1947). *Живот и дело српских научника, Биографије и библиографије*, Књига 2, САНУ, Београд, с. 71–103.

начин посветио подизању нивоа наставе математике на Београдском универзитету, математици као науци и својим личним афинитетима – рибарству, виолини и путовањима. При томе, у његовом животу је било пуно места и за студенте и пријатеље, за факултет, за Универзитет и Академију, којима је цео живот несебично служио. Ако је тачно то што је записао Милутин Миланковић, Петровић је о оним научницима који само брину да им се глас што брже и што даље чује рекао да су будале које ни не знају како је слатко радити без те бригае. А он је тешке математичке теме излагао на једноставан начин, јасно и прегледно, као да се играо. Какав приступ животу такав и науци. Теме Петровићеве науке биле су првенствено везане за примену. Да не претерамо, и диференцијалне једначине, област којом се највише бавио, радио је првенствено у смислу примене на своје механичке и хидрауличне интеграторе као и у математичкој феноменологији. Он је био свестан да су брзе публикације, на јуриш, како је то он оговорио, кратког даха и трајања. А он је често управо тако писао – расправа за једну ноћ – у складу са својом природом. Идеје су му навирале, он их је записивао и није улазио у детаље, у потребне и довољне услове, а није марио ни за будућност тих идеја. И исто онако како је његово име крајем XIX века блеснуло у математичком свету, тако се после 1925. расплинуо у раду, он је напустио проучавање квалитативне интеграције диференцијалних једначина, прелазио је са једне теме на другу, и на крају је понављао старе резултате. Најзначајнији период његовог стваралаштва (1894–1921) описан је и анализиран у *Notice sur les Travaux scientifiques de M. Michel Petrovich* (1894–1922) у издању Српске краљевске академије и Gauthier-Villars, Paris, 1922.

Према тада новим открићима и тенденцијама у математици – новој симболици, теорији скупова, топологији, линеарној алгебри, Петровић је остао са научне стране опрезан и резервисан. Али својим докторандима је пружио класично широко француско математичко образовање а од њих је тражио познавање најновијих резултата и на тај начин је и припремио терен за прелазак у трећи период, период процвата Петровићеве школе математике и међународних успеха његових ђака. То је период од Јована Карамате (1902–1967), који први пролази кроз врата која су Петровић и Гавриловић отворили и улази у светске токове математике⁷, па преко

⁷ О Јовану Карамати видети у Николић, А., 1998. *About two famous results of Jovan Karamata*, Les Archives Internationales d'Histoire des Science, no. 141, Vol. 48, 353–373, Николић, А., 2003. Јован Карамата (1902–1967), *Genika Dimossievmeta*, Serie S-C no.1, 203, 6–29 i Tomić, M., 2001. Jovan Karamata 1902–1967, *Bulletin of the Serbian Academy of Arts and Sciences*, T. CXXII, no. 26, Beograd, c. 1–30.

Тадије Пејовића (1892–1982), Милоша Радојчића (1903–1975), Војислава Г. Авакумовића (1910–1990)⁸ и до многих других, све до данашњих дана.

Научна и културна делатност Михаила Петровића извршила је најдубљи и најважнији утицај на развој математичких наука у Србији. У историји српске математике његов се повратак са студија у Паризу и његово постављење за професора Високе школе, скоро безпоговорно узима за кључни догађај у српској математици. У његово су време најцењенији математичари у Србији били: др Димитрије Нешић (у пензији од 1894), др Петар Живковић (1847–1924), др Димитрије Данић (1861–1932), др Петар Вукићевић (1862–1941), др Ђорђе Петковић (око 1863–1913) и др Богдан Гавриловић. Изузимајући Д. Нешића, само су Гавриловић и Петровић остварили универзитетску каријеру. Иако се у литератури о историји српске математике и високог школства могу прочитати оцене да остали математичари нису баш били предавачи на универзитетском нивоу, ипак је то велика штета. Као да су тада сви на Великој школи а и после на Универзитету били научници светског реномеа. Посебно се није могло очекивати да они који нису радили на Великој школи већ по гимназијама широм Србије, дају неки посебан и оригиналан математички допринос. А и сам Петровић је једном приликом изјавио, да није успео да прође на конкурс за професора више математике 1894. и то само са једним гласом више од Петра Вукићевића, вероватно се никада више не би бавио математиком већ би био алас и живео у чуну! Тужна је чињеница да се тадашња Србија због Numerus Clausus-а ипак одрекла одговарајућих услуга четири доктора математике! За тада малу, не баш високо образовану земљу то је био заиста велики луксуз.

Са друге стране, резултат научних и организационих активности двојца Гавриловић-Петровић је немерљив у оквиру културне и интелектуалне историје Србије. Гавриловић као један од најутицајнијих професора, заслужан је за прерастање Велике школе у Универзитет (1905), а Петровић за организовање Математичког семинара (1896), будућег језгра математике као науке али и наставе математике. Петровић је све своје математичке књиге донешене са студија из Француске пренео у библиотеку Семинара, а по завршетку Првог светског рата, у оквиру ратне одштете тражио је и добио велики број капиталних математичких дела. Нажалост читава Библиотека је 1944. године изгорела. Често се у

⁸ О Војиславу Авакумовићу видети у Марић, В., Николић, А., 2008. *Војислав Г. Авакумовић (1910–1990), A passionate man of mathematics*, Ganita Bharati Vol. 30, No. 1, 45–60.

негативном смислу помиње и чињеница да Петровић није имао правог асистента, наследника. То исто важи и за Гавриловића. Тек 1912. године долази на Универзитет Младен Берић, као први доктор математике Београдског универзитета. Наредне, 1913, докторирао је Сима Марковић. Од 1894. године када се Петровић запослио, дакле за читавих 18 година није се појавило ниједно ново име међу српским математичарима. Међутим, после Првог светског рата, кроз активни рад Математичког семинара и обогаћивањем библиотеке значајном и савременом светском литературом, стекли су се потпуни услови за појављивање, напредак и пробој нових нараштаја. Јер није баш лако учити и радити, чак и са врсним професорима, без одговарајуће литературе. Поменућемо да су на Београдском универзитету радили и руски математичари Антон Билимович (од 1925) и Никола Салтиков (од 1921), који су знатно допринели угледу тадашње српске математике. До тада су, фактички, српску математику представљали Петровић и Гавриловић. Они су били и референти, и рецензенти, и оцењивачи, и предлагачи, свуда је писало – Петровић-Гавриловић или обрнуто. Дакле, они су се свесрдно посветили првенствено подизању институција у оквиру којих ће се развијати математичке а и остале науке у Србији. Петровић је касније имао своју школу и своје ђаке, али не у првим генерацијама студената математике. Поред већ поменутих Младена Берића и Симе Марковића, то су били Тадија Пејовић, Радивоје Кашанин, Јован Карамата, Милош Радојчић, Драгослав Митриновић (1908–1995), Данило Михњевић, Константин Орлов (1907–1985), Петар Музен и Драгољуб Марковић (1903–1965).

Михаило Петровић ће остати забележен у историји српске математике па и културе уопште и као аутор првог математичког рада који је објављен у једном од тадашњих водећих светских часописа. То је рад „О униформним интегралима једначина првог реда и по нултим врстама” који је претходно био приказан у Академији наука у Паризу, да би након тога био објављен у СР Академије. Резултате из тог рада је Пикар (E. Picard) унео у своју монографију *Traité d'Analyse* (Paris 1896, tome III, Chap. XIII, 356–359), што непобитно потврђује исправност Петровићевог приступа проблемима диференцијалних једначина првог реда и вредност добијеног резултата. Тада је Петровићу било 24 године. До краја свог радног века објавио је преко 300 математичких радова, од којих је велики број био штампан и на српском и на француском језику. Сви су радови самостални, осим једног који је био објављен у коауторству са Јованом Караматом: О изражавању дво-периодичних функција помоћу одређених интеграла. Неколико диференцијалних једначина, специјалних функција и неједнакости носе Петровићево име, а чувени

француски математичар, Петровићев вршњак Ели Картан (1869–1951), записао је да Михаило Петровић припада групи ретких научника који су засновали нове научне дисциплине, наводећи притом математичке спектре, интервалну математику и математичку феноменологију. „Елементи математичке феноменологије”, његово највеће дело, написано је на српском језику, мада постоји и краћа верзија на француском. Често се каже да је Михаило Петровић својом Феноменологијом предсказао, на изванредан начин, појављивање кибернетике Норберта Винера. Разлика у њиховим приступима може се, по запажањима академика Миодрага Томића, најкраће окарактерисати и свести на следеће: Петровићева Феноменологија је општија и по идејама шири, али је подржана са скромним математичким апаратом – диференцијалне једначине и систем диференцијалних једначина аналитичке механике. Винерова Кибернетика је ужа али је зато математички апарат јачи – Хармонијска анализа, Хевисајдов симболни рачун, Винер-Хопфова интегрална једначина. Посматрано са историјске дистанце Петровићева Математичка феноменологија није имала дугорочан одјек у математичкој јавности. То је огроман пропуст! Истраживање разлога такве судбине великог дела једног признатог научника могло би бити веома интересно.

Михаило Петровић је оставио генерацијама које су долазиле обиман и плоносан рад. Бирао је за члана академија наука у Београду, Загребу, Прагу, Варшави и Букурешту. И поред жеље и оправданих настојања, није успео да постане члан Француске академије наука.

Мишљења смо, као што је већ споменуто, да поред Петровићевог математичког доприноса, његове највеће и најважније заоставштине, у историји српске математике једнако важно место заузимају и његови ђаци који су у математички свет Европе изнели резултате његовог труда и Београдске математичке школе.

Такође, неки резултати Петровићевог математичког рада, који је врло обиман и значајан, за време када су настали, био је веома модеран и актуелан (сличним проблемима бавили су се и Поенкаре (Poincaré), Фукс (Fuchs), Пикар, Пенлеве (Painlevé), тада водећи европски математичари) били су запажени и високо оцењени од стране највећих математичара-аналиста тога доба. Његов резултат из теорије функција о кругу у коме функција представљена Тајлоровим редом нема нула, детаљно су проучавали и касније допуњавали Ландау, Фејер, Харди (G. H. Hardy), Монтел, а Р. Белман (Richard Bellman) је у својој монографији *Stability Theory of Differential Equations* (Mc Graw Hill, 1953) навео два

Петровићева проблема⁹. За време када су они настали и услови у којима је Петровић живео и радио, то је представљало огроман успех. Треба се само подсетити да је од тренутка када је основан Лицеј – прва висока школа у Србији 1838. године, када је већина српског становништва била неписмена, па до Петровићевог пробоја у светску математику, прошло свега нешто више од пола века. А до даљег подизања нивоа развоја математике на светски ниво прошло је свега тридесетак година. Тада су Јован Карамата и Војислав Г. Авакумовић објавили резултате који су ушли у велики број познатих монографија, а данас се можда више него икада појављују у научној литератури, и цитирају се њихови радови. Математички резултати, феноменологија и спектри Михаила Петровића, више се не спомињу, они припадају неком прошлом времену развоја математике, али његова школа, ђаци, Математички институт, заувек ће сведочити о величини његовог дела. А тако брзи образовни и научни развој – од неписмености до светског нивоа математике – јединствени је случај у историографији.

Михаило Петровић је рођен у Београду 24. априла 1868. године. Отац Никодим био је професор Богословије. Мајка Милица, рођена Лазаревић, када се удала имала је само 17 година. Његова три брата су различитим судбинама рано умрли а сестра Марија је доживела дубоку старост. Отац је умро када је Михаилу било седам година, стога су главну улогу у његовом одрастању и школовању одиграли његова мајка и њезин отац, Михайлов деда Новица Лазаревић, свештеник и протојереј Саборне цркве у Београду. У току школовања развио је посебну наклоност ка природним наукама, највише ка хемији, за шта су били најзаслужнији гимназијски професор Марко Леко и касније Сима Лозанић, професор на Великој школи. Пуно је читао путописе, приче о гусарима, Жил Верна. Таква интересовања је задржао до краја свог живота. Један приказ завршетка гимназијског школовања Михаила и његове генерације може се видети и у новој верзији филма „Шешир професора Вујића”, снимљеног по мотивима из романа Милована Витезовића, за који је аутор добио Награду Политикиног забавника 1984. године. Занимљиво је да се зграда Прве Београдске гимназије 1878, године када се Михаило у њу уписао, налазила у дворишту Капетан Мишиног здања и да је касније постала седиште Велике школе и Филозофског факултета, што значи да је Миха-

⁹ Problems 16. и 17, стр.139.

ило из ње „изашао” тек 1938. године као пензионисани професор, дакле после пуних 60 година.

Године 1885. уписује Природно-математички одсек Филозофског факултета Велике школе у Београду. Он није студирао само математику јер у то време тако специјализоване студије нису постојале, већ је равноправно учио и друге предмете. Поменуте године било је уписано 15 студената а факултет их је завршило седморо. У време студија на Филозофском факултету носиоци предавања математичких предмета били су Д. Нешић, Б. Гавриловић, Ђ. Петковић и П. Вукићевић. Најбољи студент је био Коста Стојановић (1867–1921) са свим одличним оценама, док је Михаило Петровић учио, а како би другачије него по личним афинитетима. Најбоље оцене је имао из математичких предмета, механике и хемије док је из осталих предмета – нацртне геометрије, геологије, минералогije, метеорологије показао нешто слабији успех. Тек се пред крај студија определио за математику, те је, стога, током свог даљег школовању у Паризу, на *Ецоле Нормале Сује́риѳуре* студирао и изучавао математичке науке. Михаило Петровић постаће први Србин – париски доктор математике. Пре њега су у иностранству студирали и докторирали: Димитрије Данић у Јени, Димитрије Нешић у Бечу и Карлсруеу, Богдан Гавриловић у Пешти и Берлину, Петар Вукићевић у Берлину и Ђорђе Петковић у Бечу. Да не заборавимо и Косту Стојановића који се такође школовао у Паризу 1893, али је докторирао из области математике у Лајпцигу 1897. године.

Млади Петровић је Париз изабрао из три разлога – његов деда, Новаца Лазаревић, познавао је тадашњег посланика Србије у Паризу који је могао да се нађе при руци Михаилу, а нешто старији од њега Петар Вукићевић и Ђорђе Петковић већ су се налазили у Берлину, односно у Бечу. Такође је његовим интересовањима савршено одговарала француска математичка универзалност. У Школи *Ecole Normale Supérieure* механицистички поглед на свет, по коме се у материјалном свету све одиграва по аналогiji са функционисањем машине, тада је доживљавао свој врхунац, да би се временом почео полако губити, и да би, почетком Првог светског рата и нестало. А такво поимање света је у потпуности одговарало Петровићевим интересовањима и сигурно је у многама утицало на његове идеје о рачунарима и на идеје које је остварио кроз своје патенте. О Петровићевом боравку у Паризу може се пуно сазнати из његових писама упућених свом пријатељу Павлу Поповићу – Паји како га је он ословљавао у писмима. Током читаве прве године, 1889/90, Петровић је, у ствари, припремао пријемни испит и одмах му је стављено до знања да ће бити третиран као и сви остали студенти Французи. У тој години припреме успео је да јануара 1890. пошаље свој рад „О полу

и полари кривих линија” за Светосавску награду, и да освоји другу награду (прва није додељена)¹⁰. На пријемном испиту није било довољно само имати одлично знање из математике, већ се тражило и опште образовање из културе. Полагали су се и Француски, Латински, Физика и Хемија. На конкурс, односно пријемни испит пријавило се више стотина кандидата а примљено је само 18, међу њима и наш Михаило Петровић. И то као први странац који је становао у Интернату Школе и као такав имао право да користи све лабораторије, библиотеку и кабинете. Студије започиње у јесен 1890. Треба нагласити да је државну стипендију МП добио тек марта 1892. године, дакле половину Петровићевих студија плаћала је породица. По програму је био обавезан да за две године положи два дипломска испита (лисанса) – математички и физички¹¹. Он је положио три! Године 1891. из хемијских наука, 1892. из математичких наука и 1893. из физичких наука.¹² После три године студирања и са та три лисанса сигурно је имао довољно школе и знања да се запосли на Великој Школи или у гимназији. Али он остаје још једну годину да учи, слуша предавања по избору, студира литературу и ради на завршном раду – докторату. Студије је завршио 21. јуна 1894. одбраном докторске тезе из области диференцијалних једначина, која је била запажена и по неким мишљењима најважније Петровићево математичко дело, али није познато да ли се неко од страних математичара користио њеним резултатима. Од наших математичара, на Петровићеве резултате из тезе ослањали су се Младен Берић и Тадија Пејовић. У Комисији за одбрану дисертације били су Ермит, Пикар и Паинлеве. Драган Трифуновић је 1994. написао и објавио јако лепу књигу о тези и Комисији¹³.

Занимљиво је да је Мијалко Ћирић 1888, такође под менторством Ермита, стекао лисанс из математичких наука. Али он није докторирао.

Септембра 1894. године Петровић је изабран за професора математике на место Димитрија Нешића који се спремао за државничке послове. До одласка у пензију Петровић је предавао чак 16 редовних и специјалних курсева: Аналитичка геометрија у равни и простору, Виша алгебра, Диференцијални и интегрални рачун, Диференцијалне једначине, Геометријске примене теорије диференцијалних једначина, Рачунање са бројним раз-

¹⁰ Светосавска награда за студентске радове – темате, уведена је на Великој школи 1872. Петровић је већ 1889. добио другу награду за темат из рачунарства. Видети у: *Сабрана дела Михаила Пејровића*, књига 15, с. 27–34.

¹¹ Licence ès Sciences mathématiques и Licence ès Sciences Physiques. Хемију је положио кроз два обавезна питања.

¹² Видети у: *Сабрана дела Михаила Пејровића*, књига 15, с. 444–448.

¹³ Драган Трифуновић, *Докторска дисертација Михаила Пејровића*, Архимедес, Београд, 1994.

мацима, Теорија бескрајних редова, Елиптичке функције, Парцијалне диференцијалне једначине математичке физике, Линеарне диференцијалне једначине другог реда, Квалитативна интеграција диференцијалних једначина, Интеграција диференцијалних једначина помоћу редова, Аналитички проблеми за обраду, Теорија грешака, Теорија аналитичких функција и Елементи математичке феноменологије. Доласком на Велику школу одмах му је било јасно да се настава математике мора мењати, осавременити и ускладити са оном у свету, што је за њега значило – са наставом у Француској у Паризу, с чиме је он био најбоље упознат. А квалитетна, савремена настава, односно добре студије, знао је, даће нове генерације успешних научника-математичара. Да би био у могућности да преобликује наставу у складу са својим замислима и ставовима, знао је да мора да буде утицајан, цењен, да има моћ. А како то може да постигне један универзитетски професор? Да би то постигао неопходно је да има моћ која проистиче из врхунских резултата или пак некако другачије. Петровић је одабрао оно прво. Можда би Коста Стојановић могао бити пример постигнутог успеха захваљујући оном другом путу. У току прве четири године Петровић предаје на Високој школи, по затеченом стању и систему, нижу и вишу математику. Строгошћу на испитима Петровић је утицао да се повећа озбиљност при учењу и припремању испита и да се на тај начин подигне ниво студирања. Вративши се из Париза, пун зацртаних идеја, скицираних расправа, савремене литературе, он у те четири године објављује веома запажене расправе, око 50 расправа, што је за тадашњу научну Србију било право чудо. И то не само у Гласу Академије и Наставнику (на српском) већ и у, тада најугледнијим, светским часописима, као што су: лајпцишки *Mathematische Annalen*, *Comptes Rendus* Париске Академије наука, *American Journal of Mathematics*, *Bulletin* Друштва математичара Француске, *Rendi conti del Circolo Matematico di Palermo*, а касније и у *L'Enseignement Mathematique*, и то све на француском и немачком језику. На тај начин је стекао научни углед – поштеним и искреним радом, оригиналношћу, индивидуалношћу, универзалношћу, ингениозношћу. Његови радови су из различитих области математике: теорије функција (91), диференцијалних једначина (87), алгебре (52), инфинитезималног рачуна (39), математичке феноменологије (19), математичких спектра (13). Писао је радове и из вероватноће, историје математике, геометрије, теорије грешака. Прави француски ђак, универзални математичар! А из примењене математике је објавио чак 70 радова!

Године 1895. имао је и прво иступање у СКА, 1897. је већ изабран у СКА и ЈАЗУ, а 1899. постаје редован члан СКА. А то је период од његове 27 до 31 године!

Занимљиво је да и поред свих својих заслуга није постао председник СКА. По избијању Првог светског рата, као резервни капетан 2. класе додељен је на службу краљевићу Ђорђу Карађорђевићу за официра ордонанса. Прво време је провео у „државном збегу” у Нишу, а после је најдуже боравио у Швајцарској и Француској и краће у Лондону. Директно под надзором Николе Пашића радио је на развоју државних тајних шифара. Због његовог великог пријатељства са Ђорђем Карађорђевићем, који је био хапшен и у прогонству од 1925, када је и у дому Михаила Петровића извршен полицијски претрес, није био омиљен на Двору, у кругу краљевске породице око Александра. То је и био разлог што после преране смрти Јована Цвијића 1927. није постављен за председника СКА, иако је по Академијином предлогу био први кандидат са највише гласова од три понуђена. За председника је постављен Слободан Јовановић.

Избијањем Априлског рата 1941. Петровић је, сада као резервни потпуковник, заробљен у Сарајеву и одведен у Немачку, у Нирнберг, у заробљеништво. Тада је имао 73 године! Сматрао је то обавезом и сам се пријавио за одбрану отаџбине Војној команди при Генералштабу у Београду. Иако је имао прилику да се склони, обуче цивилно одело и избегне заробљеништво, он је као стари достојанствени ратник такве предлоге одбио. Из заробљеништва се вратио у јуну, и то захваљујући Јовану Карамати. Наиме, Карамата је почетком маја посетио Ђорђа Карађорђевића и указао на могућност повратка Михаила Петровића, мислећи притом на помоћ краљице Италије, Јелене, тетке принца Ђорђа. Та три месеца проведена у заробљеништву оставили су трага на телу и духу Михаиловом и он је, и поред настављених активности у раду Академије, после краће болести, 8. јуна 1943, у својој кући на Косанчићевом венцу, умро. Сутрадан су аласи пренели на рукама ковчег са посмртним остацима до Саборне цркве. Сахрањен је на Новом гробљу у породичној гробници поред деде Новице Лазаревића. Све остало је већ легенда.

Из Петровићеве библиографије види се да се поред теоријске математике бавио и примењеном математиком – физиком (7), механиком (11) и криптографијом (4). Бавио се и проналазаштвом, патентирао је пет проналазака који су били заштићени, тј. званично пријављени. У области рачунарства карактеристична је и значајна његова оригиналност приступа истраживању. Укупно је објавио 11 радова о рачунским машинама. То је помало у супротности са запажањем Милутина Миланковића о једној црти Петровићевог карактера – да је он уживао у старом патријархалном

начину живота, а да је из дна душе мрзео све што је ново и модерно. По његовим речима, нпр. није волео и избегавао је телефонске разговоре.

Први је, а можда и једини, користио хемијску реакцију као аритметичку основу аналогне рачунске машине. По Петровићу математичко описивање механизма хемијске реакције доводи до математичког модела који се, на тај начин, може материјализовати у облику хемијске реакције. Ако је та хемијска реакција стабилан систем и ако је математички модел тачан и поуздан тада је хемијска реакција у ствари аналогна рачунска машина. У Чикашком научном друштву 1896. Петровић је једну бимолекуларну хемијску реакцију описао и приказао математичким моделом Рикатијеве диференцијалне једначине.

У САД је 1898. и 1899. објавио конструкцију хидрауличне рачунске машине, „аналогног рачунара” (хидроинтегратора) за решавање диференцијалних једначина, за шта су му одали признање многи светски научници. На Светској изложби у Паризу 1900, у Павиљону Србије био је изложен Петровићев хидроинтегратор који је награђен бронзаном медаљом.

Он је, као већина људи тога доба, држао до свог војног чина „резервног инжењерског пуковника”, те је, сходно томе, сарађивао са војском, нарочито на пољу криптографије. Његови системи „шифровања”, тзв. Систем три картона, које је неколико пута допуњавао и „отежавао” били су дуго у употреби у војсци и у дипломатији.

Проналазак, односно патент „даљинара”, остварен у сарадњи са генералом Милорадом Терзићем, стручњаком за геодезију, откупљен је 1912. и реализован за потребе Војнотехничког завода у Крагујевцу и Русији. Овај инструмент је био савршенија верзија апарата за мерење растојања на принципу секстанта.

Конструисао је и један тип „зупчастог преносника” који је био претеча аутоматских мењача на аутомобилима а који је патентирао 1913. године. На Конгресу механичара у Лијежу 1930, Петровић је изложио теоријске основе овог патента.

Године 1918. патентирао је дубиномер за примену на подморницама кога је приказао пред енглеским адмиралитетом, али није познато да ли је дубиномер практично коришћен.

Метод избегавања минског поља у тренутку када брод открије потопљену мину на принципу намагнетисане игле у покретном магнетном пољу патентирао је 1920. године. Ни за овај патент није познато да ли је икада реализован. „Вечити календар” је патентирао 1916. а реализован је у Швајцарској у више хиљада примерака и могао се купити по трафикама у Швајцарској и Француској.

То су, укратко, главни научни, нематематички доприноси Михаила Петровића.¹⁴

Као дечак Михаило Петровић је био болешљив те је, по савету лекара, слободно време често проводио на Сави и Дунаву и Топчидерском брду, где је 1885. деда Новица купио виноград. Много је волео да рибари и да се дружи са аласима. Као гимназијалац дане и ноћи проводио је на реци у риболову, у друштву Ивана Шокца, Милана Шеше, Аце Копилана, Јордана Чокалије, Гашпара Чукље, Арсе Илића и других рибара. Тај свет му је постао једнако драг, привлачан и интересантан као и академски свет научника и професора. Већ са 14 година постао је рибарски шегрт, са 20 рибарски калфа а са 27 година прави рибарски мајстор – алас. Код Мике Петровића није било импровизација, да не кажем аматеризма. Ништа успут ништа случајно. Све званично, на високом нивоу. Најпознатији резултати таквог приступа су и сом од 2 метра и 124 килограма и моруна од 200 кила. То су капитални примерци Микине аласке вештине. Па и његов „Роман јегуље” није само популарно штиво, то је високо стручна прича о чуду званом Јегуља. Позната је прича да је 1920. била велика зима у Београду и да је владала несташица хране, а он је даноноћно ловио рибу у Сави и Дунаву и бесплатно је делио гладном народу на Великој пијаци преко пута зграде Универзитета. Чак је одсуствовао и са часова да би уловио што више рибе и нахранио што више људи.

Учествовао је на многим изложбама рибарства на којима је излагао рибарски алат, фотографије, усољену рибу.

Учествовао је и у државним преговорима везаним за рибарство и важио је за великог стручњака у тој области. Један је од оснивача Океанографског института у Сплиту.

Аутор је 35 прилога посвећених рибарству.

Занимљиво је да, по Миланковићевом казивању, Петровић никада није научио да плива!

Боравећи у друштву аласа Михаило је рано заволео чубурску кафанску музику. Осамдесетих година XIX века, када је имао 14-15 година, у кућу му је често долазио кафански свирач Арса Јовановић звани Шкембоња, од

¹⁴ О Петровићевом раду на рачунарима и о његовим патентима видети у: *Сабрана дела Михаила Пејровића*, књига 10, с. 293–398.

кога је учио да свира виолину, која му је временом постала неизоставни животни сапутник. Хонорар његовом учитељу био је 25 динара месечно и понекад старо одело и обућа.

Током распуста 1893. основао је своје прво свирачко друштво. Озбиљна музичка активност почиње од 1896. када свирачко друштво проширује у прави оркестар са чак 12 чланова који су се обавезали да ће се увек састајати када их Мика позове. Његово свирање је имало пет интонација мало померених навише у односу на класичне ц-дур, д-дур, г-дур, е-дур и ф-дур интонације. Оне су имале посебне називе: суз, каркалеска, дур, реп, реп од репа и по првој од њих – суз интонацији, њихов оркестар је и добио име. Михаило Петровић и оркестар „Суз” имали су на свом репертоару велики број, у литератури се помиње чак и 1000, народних песама и мелодија игара са територије тадашње Југославије. Оркестар је концертрирао и свирао по целој Србији, а гостовали су и у Бугарској. Свирали су по разним кафанама, на разним местима и имали свакојаке догодовштине. Неретко се дешавало да у раним јутарњим часовима, без уговореног хонорара, само са поједеном вечером, беже из кафане у којој су свирали. У јесен 1940, на позив управе Београдског радија, две недеље су Петровић и још неки чланови друштва СУЗ свирали заборављене народне мелодије у Радио Београду да би их касније могли наснимити на грамофонске плоче. Нажалост, током немачког бомбардовања 1941, сви су снимци били уништени.

Слично је било и са сакупљеним духовитим, помало шкакљивим и двосмисленим малим огласима у књизи названој „Цијеломудрија овога света” са 29 свезака. На свиркама Суз-а или на другим окупљањима и седељкама ти огласи су се у добром и веселом расположењу наглас читали. Нажалост и то је уништено, овога пута у савезничком бомбардовању 1944, све осим једне свеске која је била у кући Михаила Петровића. Захваљујући томе сачувани су неки примери тих огласа:

Моја добро изапрана црева за дебље кобасице и саламе, широј публици добро позната, имам на продају!

Оплођавам краве, одржавам швајцарски сој у сопственој крви.

Тражи се више вредних, младих шваља за бело рубље. Предност имају оне које су добре у белим кошуљама.

Од 1931. године, током следећих осам година, скоро свако лето је проводио на крстарењима и експедицијама по Атлантику, Арктичком океану, Индијском океану и Сарагаском мору. Био је на Гренланду, Шпи-

цбергу, Исланду, Лабрадорском полуострву, Њу Фаундленду, Антилима, Канарским острвима, Зеленоортским острвима, Светој Јелени (Петровић је ценио Наполеона, чија је биста била у његовом стану а касније у математичком институту), Тристан д'Акуњи; прошао је кроз Суецки канал, Црвено море, посетио је Мадегаскар, Реунион, Маурициус, Кергеленски архипелаг познат по лову на китове, доживео је тајфун у Индијском океану. На путовањима је посматрао како други људи и народи лове рибу, а и сам је учествовао у риболовима. Интензивно је био заокупљен јегуљама те је значајно допринео конструисању посебне мреже за дубински риболов а 1939. године је последњи пут боравио на Азорским острвима где су покушали да ухвате јегуље после мрешћења.

О свим својим путовањима написао је више књига путописа који су доживели и више издања као пре тако и после Другог светског рата. То су следећи наслови: Кроз поларну област, У царству гусара, Са океанским рибарима, По забаченим острвима, Далека копна и мора, Са Арктика до Антарктика.

Занимљиво је да никада није имао неки свечани јавни наступ као цењена јавна личност. Наравно осим иступања на научним и стручним скуповима. Није волео почаст и славља, одбацивао је сваку популарност и славу. Михаило Петровић је био оличење скромности и доброте једног широко образованог интелектуалца и научника који је радио и живео за своје задовољство, али никада на уштрб других и који је себе несебично делио са свима који су били поред њега и пратили га кроз његов живот.

Често се у литератури наводи да је имао три љубави. Не знам где се изгубила четврта. То су, дакле, четири љубави: математика, рибарство, музика и путовања. Али он је, изнад свега, највише волео живот и људе.

И за сам крај овог представљања навешћемо једну шаљиву песму, скоро па брзалицу, о Михаилу Петровићу коју је написао Милутин Миланковић. У њој је дата суштина Петровићевог карактера и личности.

Од свих наших научника
Најјачи је мајстор Мика
Кад се тиче крканлука
И математичких наука

Другим речима, гозбе, вина
И егзактних дисциплина:
Како ли се роштиљ жари
Како ли се интеграл

Како ли се шаран пржи
Како ли се извод врши
Како ли се кува штука
Све је то његова струка.

Руковање мередова
Конвергенција редова
Све проблеме тому сличне
И функције елиптичне

Он разуме те послове
И зато се мајстор зове.
Што загризе, он то скрка
Био проблем, била штука.

Он не мари за почаст
Сем кад му дођу с масти.
Јер је Мика алас прави
У науци и на Сави.

Ситну рибу он не пеца
Ни буцова ни греча
Већ аловом хвата рибе
Теореме и системе

Њима пуни барке, књиге.
На богатој софри Мике
Пуне књиге и кечиге

Има увек добра вина
Интегралних једначина
И размака и спектра
Сома, смуђа и ајвара

Разноврсних феномена
Мезелука, шунке, рена.
Ту хранимо своју душу
И квасимо своју гушу.

Што ј' за јело, појешћемо
 Што ј' за пиће попићемо!
 Све ће лепо да се свари
 Ал' ће још и нараштаји

који стигну кроз векове
 Хранит се са софре ове.

ЛИТЕРАТУРА

1. Милутин Миланковић, Јеленко Михаиловић, *Мика Алас – белешке о живоју*, Космос, Београд, 1946.
2. Драгослав Митриновић (уредник), *Михаило Пејровић – човек, филозоф, мајематичар*, Математичка библиотека, св. 38, Београд.
3. Милорад Бертолино, Наш дуг Михаилу Петровићу, *Дијалектика*, бр. 1–2, год. XV, Београд, 1980, 87–92.
4. Драган Трифуновић, *Лейоис живоја и рага Михаила Пејровића*, САНУ, Одељење природно-математичких наука, Београд, 1969.
5. Драган Трифуновић, *Проучавање моделовања у делу Михаила Пејровића*, Београд, 1976.
6. Драган Трифуновић, *Барг српске мајематике Михаила Пејровић Алас*, Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 1991.
7. Тадија Пејовић, *Моје усјомене и доживљаји 1892–1945*, Породица Пејовић, Београд, 1992.
8. Драган Трифуновић, *Докторска дисертација Михаила Пејровића*, Архимедес, Београд, 1994.
9. Драган Трифуновић, *Прејлед објављених наслова мајематичара Драјана Трифуновића 1951–1995*, Архимедес, Београд, 1995.
10. *Сабрана дела Михаила Пејровића I–XV*, Завод за уџбенике, Београд, 1998.
11. Јован Кечкић, Михаилу Петровић (1868–1943), *Живој и дело српских научника*, Књига 2, САНУ, Београд, 1997.
12. Aleksandar Petrović, *Development of the first hydraulic analog computer*, *Archives internationales d'histoire des sciences*, Vol. 54, No. 153, Brepols Publishers, Belgium, 2004, 1–14.
13. Snežana Lawrence, *Balkan mathematics before First World War*, BSHM Bulletin, 4, 2005, 28–36.
14. Snežana Lawrence, A Balkan trilogy: mathematics in the Balkans before World War I, In *Oxford Handbook of the History of Mathematics*, edited

by Eleanor Robson, Jacqueline Stedall, Oxford University Press Inc., New York, Chapter 2. 4, 2009, 175–214.

15. Notice sur les Travaux scientifiques de M. Michel Petrovich (1894–1922), Srpska kraljevska akademija i Gauthier-Villars, Paris, 1922.

16. Миодраг Томић, *Маџемаџичке науке*, Српска академија наука и уметности и развој науке и уметности у Срба, вол. 1, САНУ Београд, 1989.

17. <http://elibrary.matf.bg.ac.rs>

18. <http://www.ncd.org.rs/>

19. http://www.mi.sanu.ac.rs/main_pages/about.htm

Факултет техничких наука

Универзитет у Новом Саду

Нови Сад

e-mail: nikaca@uns.ac.rs

ДВА СУСРЕТА СА АКАДЕМИКОМ МИЛУТИНОМ МИЛАНКОВИЋЕМ

Богољуб Станковић

Са академиком Милутином Миланковићем непосредно сам се срео у свом животу два пута. Било је то у оним пресудним тренуцима, када су се збила два значајна догађаја у току мог одрастања и сазревања: на почетку студија математике и приликом одбране докторске дисертације. То је све било веома давно. Сада у 88. години живота тешко је сетити се свих детаља. Ипак покушаћу да прикажем како сам те сусрете доживео као младић оног времена.

Уписао сам се на студије математике на Филозофском факултету у Београду са првом послератном генерацијом. Наставница која ми је предавала математику у задња два разреда гимназије највише је заслужна за то што сам заволио тај предмет. Веровао сам да је математика залог науке и технике, како у прошлости тако и у будућности.

После тешких ратних година, пун ентузијазма и младалачке занесености, с нестрпљењем сам чекао прва предавања. Нажалост, са првим предавањима почео је полако да нестаје првобитни ентузијазам пред тешкоћама организовања наставе, у недостатку писаних текстова и на предавањима на којима је било најважније да се бележи оно што је професор писао и брисао по табли. Читава та ситуација нагнала ме да размишљам о томе шта се дешава са умишљеном лепотом математике.

Почела су и предавања из физике. У великом амфитеатру на Правном факултету професор није имао довољно снаге да својим гласом надјача жамор и разне шуме препуног амфитеатра. И на том се месту све сводило на писање по табли и на пуко преписивање. Само се кроз формуле назирала нека сасвим пасивна улога математике у физици. Зар тако изгледа улога математике у физици? Било је то питање кога сам се плашио да сам себи поставим.

Вероватно да и није било све тако црно. Сигурно да сам ја желео да се „мојој математици” посвети више пажње него што је то у датим околностима било могуће.

На првој години требало је да слушамо и предавања из астрономије. Прва два (можда чак и три) предавања одржао нам је професор Милутин Миланковић. Не сећам се више детаља са тих предавања, јер нисам тада стигао да их записујем. Ја сам само слушао и уживао! А он нам је причао о томе чиме ћемо се бавити у овом делу наставе, шта астрономија проучава и како при томе користи математику. Миланковићева уводна излагања нису била за мене само нови подстицај за даље изучавање математике и астрономије, већ и пример како треба почети предавање новог предмета.

Други сусрет са академиком Милутином Миланковићем памтим са много више детаља, јер је он носио читав низ, за мене драматичних, догађаја. На дан 14. јуна 1954. године заказана је одбрана моје докторске дисертације у Српској академији наука.

Првобитно је ментор моје тезе био академик Јован Карамата. Када је требало да је браним, Ј. Карамата је већ био прешао у Женеву. За новог ментора одређен је професор Војислав Авакумовић. То је био разлог што сам на одбрану морао да чекам готово годину дана. Комисију за одбрану чинили су:

- академик Милутин Миланковић, председник,
- академик Антон Билимовић,
- академик Радивој Кашанин, дописни члан,
- Тадија Пејовић, професор и
- Војислав Авакумовић, професор.

Када је требало да отпочне одбрана, Војислав Авакумовић, ментор моје дисертације, није био присутан. Време је пролазило а чланови Комисије су бивали све нервознији. Зазвонио је телефон. Јављао се Авакумовић из Инђије. Пошао је возом из Новог Сада, где је тада живео. Било му је топло и сишао је из воза да пије воде. Воз је кренуо, а он је остао у Инђији. Комисија се повукла на већање. За мене је одлагање одбране значило да нећу моћи да се јавим на конкурс за наставника математике на новоотвореном Филозофском факултету у Новом Саду.

Председник Комисије, академик Милутин Миланковић, у име Комисије захтевао је да се изнајми такси и да неко оде у Инђију, пронађе професора Авакумовића и доведе га на одбрану. Авакумовић је пронађен, стигао је у Академију и одбрана је могла да почне. Ти минути чекања дубоко су се урезали у мојој глави.

И поред свега одбрана је ишла својим уобичајеним током. Чланови комисије су постављали питања, а ја сам одговарао. Када је дошао ред на професора Радивоја Кашанина, његово питање је (према мом сећању) гласило: „У докторској дисертацији све се радило са Лебеговим (Lebesgue) интегралом. Када би се користио интеграл Данжоа (Denjoy) да ли би се добили бољи резултати?”

Знао сам дефиницију и основне особине интеграла Данжоа, али га нисам никада користио. Шта да одговорим? Размишљао сам... Миланковић се окренуо према мени чекајући мој одговор. Кашанин, да ми помогне, рекао је: „реци само кратко 'да' или 'не'”. Нажалост то није била велика помоћ. Било да сам рекао „да” или „не” требало би образложити одговор. Рекао сам – „не знам”. Миланковић се окренуо према Кашанину чекујући да види како ће он да прими моје „не знам”. Кашанин се само насмејао и рекао „не знам ни ја”. Сви су се слатко смејали, само сам ја занемео не схватајући шта се то догађа. Кашанин је још додао (што нисам тачно запамтио) да је очекивао да ћу, можда, притиснут важношћу одговара изненада нешто смислити.

Докторску тезу сам одбранио, након тога сам конкурисао и био изабран за доцента на Филозофском факултету у Новом Саду.

Српска академија наука и уметности

Београд

и

Прородно-математички факултет

Универзитет у Новом Саду

e-mail: borasta@eunet.rs

СЕЋАЊА СА ПРЕДАВАЊА МИЛУТИНА МИЛАНКОВИЋА

Милева Првановић

Моја генерација је код професора Миланковића, током два семестра, слушала курс из *Небеске механике*, два часа недељно. Али, професор Миланковић није нам држао предавања из Небеске механике. Још 1935. године, штампан је његов уџбеник за тај предмет, а 1947. године објављено је друго издање. Миланковић нам је на првом часу дао упуте која поглавља из уџбеника треба да припремимо за испит. Држао нам је предавања из *Историје астронамске науке* и то од првих њених почетака (Кина, Вавилон, Месопотамија, Египат) до Њутнове смрти, 1727. године, коју смо полагали заједно са Небеском механиком.

Колико се сећам, на ова предавања долазило нас је четворо. Седели смо у првој клупи, у ствари у једној скамији, а наспрам нас, у истој таквој скамији, проф. Миланковић. Извадио би своје белешке, затим наочаре, и почео отприлике, овако.

„Било је Аристотелу једва 18 година када је дошао у Атину да слуша Платонова предавања. Попевши се на Акропољ, прво што је угледао била је велика бакарна статуа богиње Атине. А кад се приближио Партенону, сагледао је недостижну скулптуру којом је Фидија представио борбу Атине и Посејдона за власт над античком земљом: Атина са својим копљем а Посејдон са својом трозубом палицом, спремни да то своје оружје забоду у тло, у знак да је оно њихово власништво.”

Много касније, кад год сам била у Атине и пењала се на Акропољ, некако сам увек очекивала да ме сачекају ове скулптуре, и била разочарана што их тамо нема.

Или:

„А онда је, на исцрпљеном стаблу Птоломејевих, процветао свеж пупољак. Била је то Клеопатра.”

Или:

„Први дашак свежег ваздуха дунуо је са истока у Европу, сву утонулу у диму тамјана, у XI веку, као последица крсташких ратова. Други талас

свежег ваздуха дунуо је преко Италије и Шпаније са арапским освајањима, да би се са падом Цариграда у руке Османлија, то десило и по трећи пут. При другом таласу, Запад се упознао са античким мислиоцима и научницима посредно: грчки списи су били преведени прво на сиријски, па затим на арапски и најзад на латински. Природно је да се при тим преводима много што-шта изгубило и извитоперило. А после пада Цариграда, емигранти су донели са собом оригиналне грчке списе.”

Миланковићева предавања оставила су на мене велики и трајан утисак. Делимично због тога што су била проткана напред наведеним начином излагања. Али много више зато што сам, пратећи их, дошла до многих сазнања која су ми касније помогла да се снађем у професионалном, а и уопште, у животу. Тако сам, на пример, схватила да су једно научне чињенице, а друго научне теорије, помоћу којих човек повезује, сређује и обједињује чињенице, при чему чињенице морају да поткрепљују теорију. Тако Аристотел каже:

„– Земља се налази у средишту васионе. На то нас упућује појава теже. Све што је тешко тежи ка центру света, а и сама Земља би тежила тамо кад се не би тамо већ налазила. Налазећи се онде, Земља мирује, јер кад би се обртала или иначе кретала у простору, мењало би се наше одстојање од појединих звезда па би се некима од њих приближавали, а од неких удаљавали.

– Земља је округла јер је при сваком помрачењу Месеца, Земљина сенка, бачена на Месец, ограничена кружном линијом, што је могуће само при сферном облику Земље.

– Земља је округла и није претерано велика, јер се у Египту виде звезде које се у северним крајевима никад не појављују изнад хоризонта и обрнуто.”

Даље сам схватила да се свака наука може само онда у потпуности разумети, кад се упозна њен постанак и постепени развитак, који никад није праволинијски и непрекидан. Напротив, често је пун прекида, завијутака, ћор-сокака, па и назадовања. Затим, велику улогу имају појединци који су снагом свог духа и посвећеношћу науци поставили камен-темељац или међаше. Али се, исто тако, морају сагледати и опште друштвене прилике, владајући вредносни критеријуми, опште прихваћени идеали, јер они су ти који одређују како ће реаговати друштвена заједница, шта ће подржати и даље развијати, а шта одбацити или чак анатемисати. Стари Грци су имали изванредну способност апстракције, и веома су ценили дедукцију. Имали су изграђен идеал лепоте и хармоније, те су, сходно томе, питагорејци емпиријска египатска знања преточили у науку, спознавши притом да је – лопта најсавршеније геометријско тело,

јер се ни једна њена тачка не разликује од других. Зато су небески свод и Земља сферног облика. Земља се налази у средишту васионе. Око тог средишта обрће се кристална сфера звезда некретница, а у овој се обрће седам концентричних сфера, од којих свака носи по једно од седам покретних небеских тела. Та тела се крећу равномерном брзином по кружним путањама, јер су само круг и сфера довољно савршени да одговарају божанској природи небеских тела. Полупречници тих кристалних сфера стоје у хармонијским размерама тако да једна, нама нечујна, музика сфера употпуњава ову хармонију васионе.

Између 280-те и 260-те године пре н. е., у Александрији је живео и радио Аристарх са острва Самос (на коме се родио и Питагора). Миланковић га је оценио као највећег астрономског генија старог света. Аристархово дело *О одстојањима Сунца и Месеца*, у потпуности је сачувано у многим преписима, а 1499. године је и штампано. Миланковић је на часовима детаљно анализирао тај спис. Приказао нам је како Аристарх, вршећи премеравања при тоталном помрачењу Сунца, при тоталном помрачењу Месеца и при оном положају кад је Месец осветљен Сунчевим зрацима тачно до половине, а затим анализирајући одговарајуће геометријске слике, нашао тачан геометријски поступак да се, користећи Земљин пречник као јединицу мере, одреде одстојања Сунца и Месеца од Земље и величине тих небеских тела. И поред непрецизности које су морале да се појаве због ограничености техничких могућности инструмената помоћу којих су вршена мерења, добијени резултати су били изванредно значајни. Они су превазилазили све дотадашње представе о величинама и одстојањима небеских тела. Између осталог, показала су да је Сунце далеко веће од Земље, бар 312 пута.

Тако је Земља спала на нижи ранг међу небеским телима, па је Аристарх дошао на веома опасну и богохулну идеју: не окреће се Сунце око Земље, него Земља око Сунца. Аристотелов аргумент да би се, у том случају, током године, звезде некретнице виделе у разним међусобним положајима, обеснажио је тиме да се звезде некретнице налазе тако далеко да је полупречник Земљине путање око Сунца практично само једна тачка.

Одговарајући Аристархов спис није сачуван, чак ни у деловима. Имамо само сведочанства да је постојао. Једно од њих налази се у једном Плутарховом писму, где он каже:

„Немој, драги мој, да нам обесиш о врат парницу због неверја, као што се то десило Аристарху са Самоса због тога што је хтео да помери свети центар васионе и, да би објаснио небеске појаве, зауставио небо звезда некретница, а нашу Земљу упутио да се креће по кругу и у исти мах обрће око своје осе.”

Друго сведочанство налазимо код Архимеда, у његовом спису *Рачун о зрнцима ѿеска*, где стоји:

„Али Аристарх са Самоса извео је из својих претпоставки закључак, да је свет далеко већи него што се мисли. Јер он претпоставља да су све звезде некретнице, па и само Сунце, непокретни, да се Земља креће око Сунца као центра, а круг што га она описује стоји према сфери звезда некретница као средиште сфере према њеној површини.”

Следећу, веома важну, улогу у сукобу геоцентричара и хелиоцентричара, Миланковић је приписао Аполонију из Перге. Аполоније није ништа написао из астрономије. Бавио се геометријом. Он је створио теорију конусних пресека и свакако јесте један од највећих геометричара Антике. Кад је стигао у Александрију, у њој је још било Аристархових ученика. Миланковић претпоставља да се Аполоније тако упознао са Аристарховим учењем, да би се након тог просветљења запитао – како се, посматрано са Земље, одигравају небеске појаве, ако се усвоји Аристархово становиште? И, како је био генијални геометричар, успешно је решио то питање и тако дошао до специјалних кривих, тзв. епицикала. Миланковић нам је на часовима детаљно описао реконструкцију тог Аполонијевог списка, јер се спис није сачувао. Очувао се само наслов и једна теорема, на коју се позвао Клаудије Птолемај, око половине другог века нове ере, у свом главном делу *Велики зборник асѿрономије*, које је, касније, названо, *Алмаѿестѿ*. Ту је Птолемај, са геоцентричног становишта, систематски приказао целокупно астрономско знање завршног периода александријске школе. Притом су му Аполонијеви епицикли били главно оруђе: планете се око Земље крећу по епицикличним путањама. Сада је астрономија била јасно и прегледно приказана, за разлику од система кристалних сфера. Наиме, сада, када оно што се види на небу није могло бити објашњено са седам концентричних сфера, додаване су нове и нове сфере, тако да је, на крају, цео систем постао неупотребљив. Алмагест је у потпуности сачуван, и дочекао је Гутенберга у великом броју преписа. И до Коперника је био алфа и омега свег астрономског знања. Дакле, око 1200–1300 година.

Што се тиче Аполонија, није познато да ли је усвојио геоцентричан или хелиоцентричан систем. Није познато ни да ли је поменуо Аристарха. А за Коперника данас знамо да је био упознат са Аристарховим учењем.

Коперник је, са прекидима, провео у Италији седам година, и ту се упознао са свим античким знањима. Одлучио је да објави своје дело тек пред крај живота. Био је на самртној постељи када је видео одштампана прва два табака. Брига и надзор над штампањем били су поверени његовим млађим сарадницима и пријатељима. Тако је промењен наслов, додат је непотписани Предговор и по нешто је изостављено. Између осталог и

онај део где се Коперник позива на Аристарха. Године 1873. штампано је ново издање Коперниковог дела, према оригиналном рукопису, у коме је био наведен и пасус који се односи на Аристарха.

Миланковић нам је више пута наглашавао да ова чињеница никако не умањује значај Коперника. Он је размрсио Птолемајеве епицикле; обновио је и стару зграду хелиоцентричног система и то тако солидно и свеобухватно да је она бљеснула у пуном сјају. Своје излагање о Копернику завршио је отприлике овако:

„На основу Ајнштајнове теорије релативности, данас знамо да се може говорити само о релативним кретањима. Са истим правом с којим говоримо о кретању планета око Сунца, смемо говорити о релативном кретању Сунца и планета око Земље. По садашњем стању науке, оба система, Птолемајев и Коперников, у принципу су потпуно равноправни. Једино је Коперников једноставнији.

Тада сам први пут чула за теорију релативности. И никако ми није било јасно како то да оба система могу бити исправна.

На предавањима проф. Миланковића открила сам значај историје, сву сложеност, па често и неухватљивост, историјских збивања, као и последице по развој науке. Схватила сам да су и највећи горостаси у науци имали своје претходнике, али су ништа мање значајни и следбеници, који су до краја схватили, подржали и дотерали њихово дело. А ја сам, за сва та сазнања, дубоко захвална Милутину Миланковићу.

Српска академија наука и уметности
Београд
и
Прородно-математички факултет
Универзитет у Новом Саду

МИЛУТИН МИЛАНКОВИЋ И ТАЈНА ЛЕДЕНИХ ДОБА

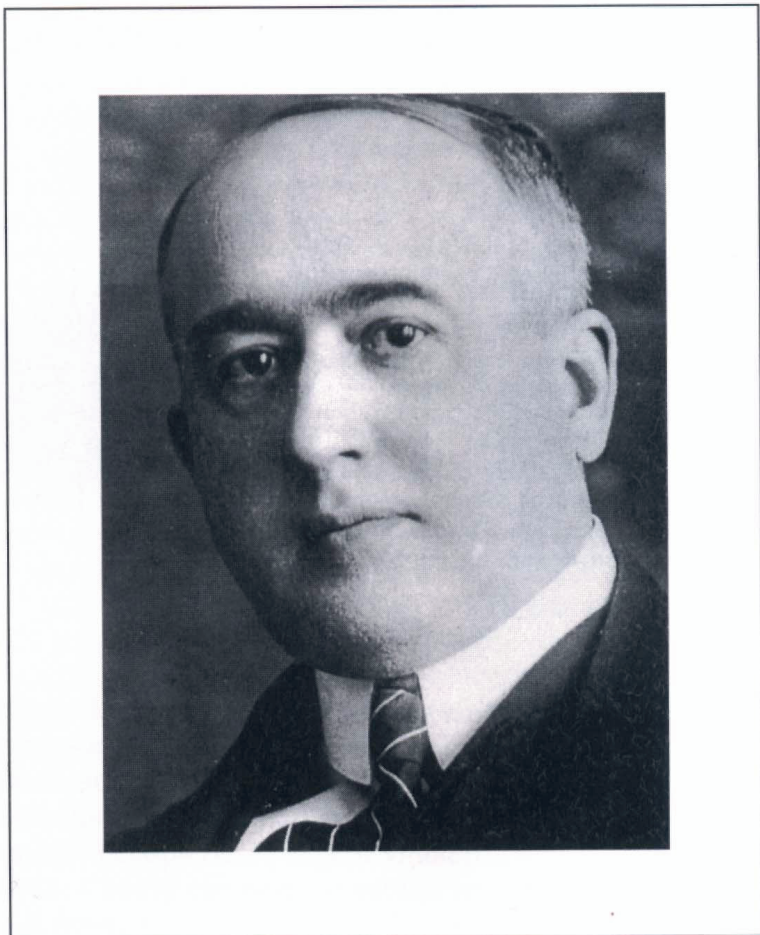
Милан С. Димитријевић

Ајсџракиј: Дискутовани су и анализирани астрономски фактори који доводе до периодичног настанка ледених доба и рад Милутина Миланковића на решењу тајне њиховог настанка.

Кључне речи: Милутин Миланковић, Историја астрономије, ледена доба

ТАЈНА ЛЕДЕНИХ ДОБА – КАНОН ОСУНЧАВАЊА ЗЕМЉЕ

Почетком XX века, велика научна загонетка била су периодична велика захлађења у Европи, када је, у највећим налетима хладноће, у многим местима на старом континенту било као данас на Антарктику. Немачки ботаничар Карл Фридрих Шимпер (1803–1867) први пут је употребио појам „ледено доба” 1837. године и претпоставио да је у току Земљине историје било периода хладне климе и заглечеравања смрзнуте воде. Швајцарски геолог Луј Агасиз (1801–1873) и Шимпер развили су теорију о низу оваквих налета леденог покривача (опширније види нпр. Имбри и Имбри 1981, Berger 2012). Између њих су била међуледена доба када се лед повлачио ка Арктику, а данас знамо да се последњи период глацијације завршио пре нешто више од десет хиљада година.



Слика 1. Милутин Миланковић (Пантић, 2001)

Када је после дуге борбе са противницима Агасизова теорија леденог доба била прихваћена, усавршена и развијена, наметнула је нова питања: Због чега су се ледене масе у једном периоду шириле да би се затим повлачиле? И за нас најзначајније питање – да ли ће лед поново прекрити велики део Европе?

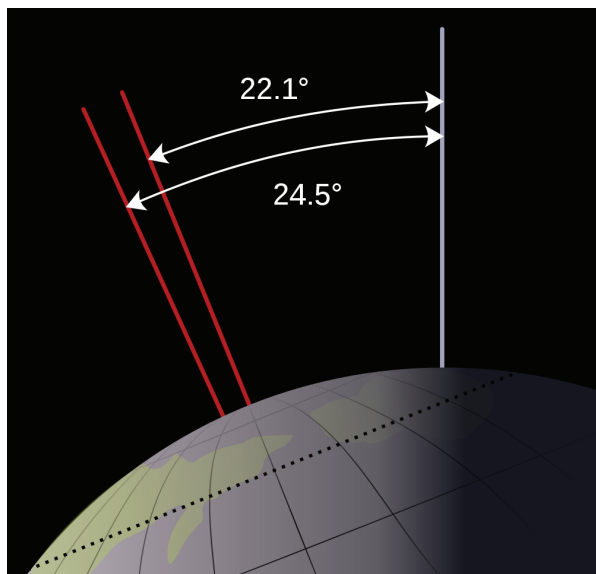
Створене су многе теорије које су покушавале да реше загонетку ледених доба, од којих поједине нису могле да се докажу а поједине су бивале оповргаване новим доказима. Данско-норвешки геолог Јенс Есмарк (1763– 1839), можда је први 1824. потражио у астрономији узроке налета ледених маса, претпостављајући да до тога доводе промене у

Земљиној путањи око Сунца. Међутим, прву праву астрономску теорију објавио је 1842. године математичар Жозеф Алфонс Адемар (1797–1862) у својој књизи „Револуција мора“, где је као главни узрок настанка ледених доба означио промене Земљине путање око Сунца. Међу пионирима који су тражили ванземаљске узроке настанка ледених доба, посебно се истиче шкотски научник Џејмс Крол (1821–1890), који је у низу радова показао да периоди глацијације настају комбинованим деловањем три астрономска узрока, односно они су изазвани променама нагиба Земљине осе, прецесијом и променом ексцентричности Земљине орбите око Сунца. Сматрао је да су главни „окидач“ почетка леденог доба на северној Земљиној полулопти хладне зиме, које доводе до прекомерног нагомилавања снега. Крол је имао на располагању само прорачуне Леверјеа о променама Земљине орбите у задњих сто хиљада година и недовољно тачне податке о променама нагиба Земљине осе, тако да су његова разматрања указивала на чињеницу да су се астрономски узроци за настанак леденог доба стекли пре 240 000 година а завршили пре око 80 000 година. Нови подаци до којих су долазили геолози, а из којих је следило да се ледено доба окончало пре око 10 000 година, били су у супротности са Кроловом теоријом, тако да је она, крајем деветнаестог века била одбачена.

Милутин Миланковић, по доласку у Београд 1909. године, почиње рад на истраживању астрономских узрока који утичу на настанак ледених доба. За разлику од Крола, који је могао да користи само Леверјеове прорачуне о ексцентрицитету Земљине орбите око Сунца и прецесији за задњих сто хиљада година, Миланковићу су на располагању били прорачуни Лудвига Пилгрима о промени не само ексцентрицитета и прецесије, него и нагиба Земљине осе у току последњих милион година.

Размотримо у наставку детаљније значај ова три астрономска узрока који су се одразили на различите промене климе на Земљи, а то су:

а) Промене нагиба Земљине осе између $22,1^\circ$ и $24,5^\circ$ са периодом од 41.000 годину, услед чега се мењају услови осунчавања на некој изабраној тачки на површини наше планете.



Слика 2. Промене нагиба Земљине осе

Да бисмо разумели зашто је ова промена значајна замислимо шта би било када такав нагиб не би постојао. Када он не би постојао, тада би у току целе године на свакој тачци на Земљи било увек исто годишње доба. На северу би била вечита зима, што би неминовно довело до ширења леденог покривача и његовог продирања ка југу. У Европи би завладало стално ледено доба. Оваква екстремна ситуација треба само да укаже на то колико су и много мање промене од 2,4 степена важне за климу.

(б) Прецесија (која има више узрока) а услед које се пролећна или гама тачка (тачка на небу у којој се привидно налази Сунце у тренутку почетка пролећа) помера дуж привидне годишње Сунчеве путање, са периодом, чија је просечна вредност у последњих 600.000 година, које је разматрао Миланковић (када се сви узроци узму у обзир), 22.000 година, што утиче на трајање годишњих доба.

На своме путу око Сунца Земља се понаша као чигра, која се споро врти и том приликом њена оса описује површину купе. Ова појава назива се прецесија. На њу утиче и Месец који изазива додатно „тетурање“ наше планете, а та појава назива се нутација. На који начин то може да утиче на количину топлоте која нам долази од Сунца?

Ако би неко поставио питање: Када је наша планета најближа Сунцу?, колико њих би одговорило да је то зими, око 3. јануара? И управо

је то разлог што се Земља зими брже креће него лети када је најудаље- нија од наше звезде (око 4. јула), те стога у Европи најхладније годишње доба траје седам дана и четрнаест часова краће у односу на најтоплије. Међутим, услед прецесије, то ће се мењати и наступиће време када ће зима трајати дуже. Наиме, топлији део године у Европи је време када се Сунце привидно креће од пролећне до јесење тачке, односно од про- лећне до јесење равнодневице. Пролећна тачка се креће дуж привидне путање Сунца, односно, у стварности се помера место на елиптичној путањи Земље када почиње пролеће. Ако пролеће почиње када је Земља најближе или најдаље од Сунца, топлија и хладнија половина године су исте дужине. Ако је она најближа Сунцу у сред зиме или лета, разлика у трајању топлије и хладније половине године је највећа.



Слика 3. Глечер

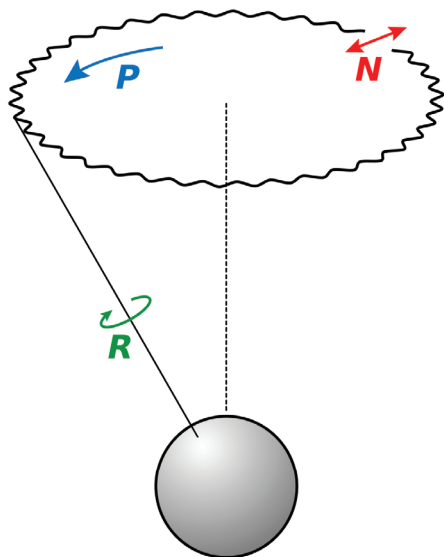
(в) Промена ексцентричности Земљине путање око Сунца са пе- риодом од 100.000 година, услед чега се мења удаљеност од Сунца, што има утицај и на трајање годишњих доба.

Француски астроном Жан Жак Ирбен Леверје, који се прославио открићем планете Нептун, показао је да Земљина путања циклично постаје више кружна па више елиптична, при чему се ексцентрицитет мења од једног до шест процената, што такође утиче на трајање годишњих доба.

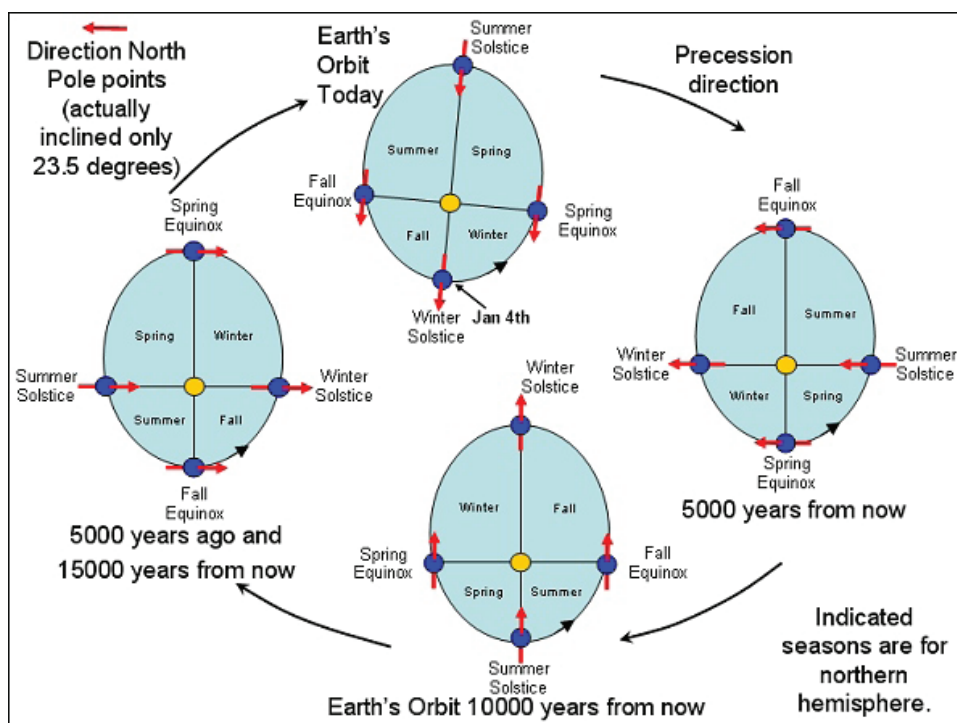
Иако су промене, изазване сваким од наведених узрока мале, када сва три истовремено делују, њихов утицај постаје значајан.



Слика 4. Глечер



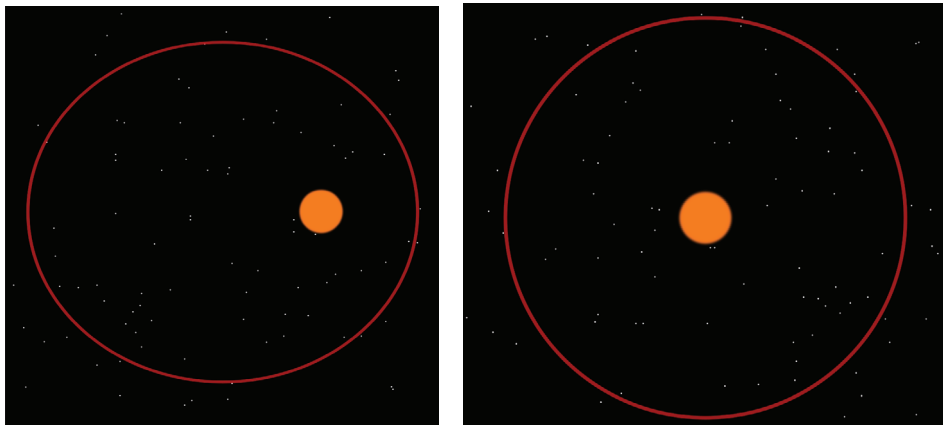
Слика 5. Прецесија (P) и нутација (N) Земљине осе ротације (R)



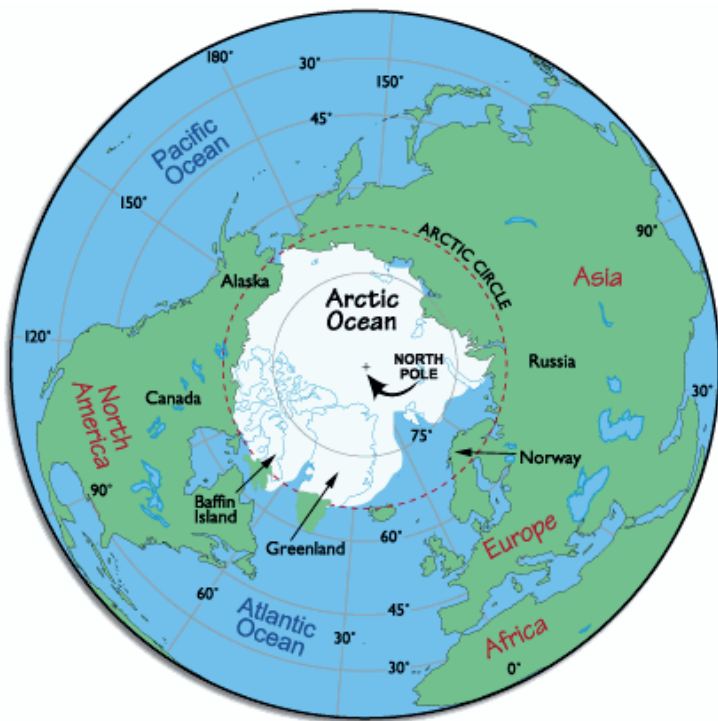
Слика 6. Промена трајања годишњих доба услед прецесије



Слика 7. Милутин Миланковић (Филипи Матутиновић, 2006)



Слика 8. Промена ексцентричности Земљине путање око Сунца. Ако је ексцентричност већа, већа је и разлика у трајању појединих годишњих доба.



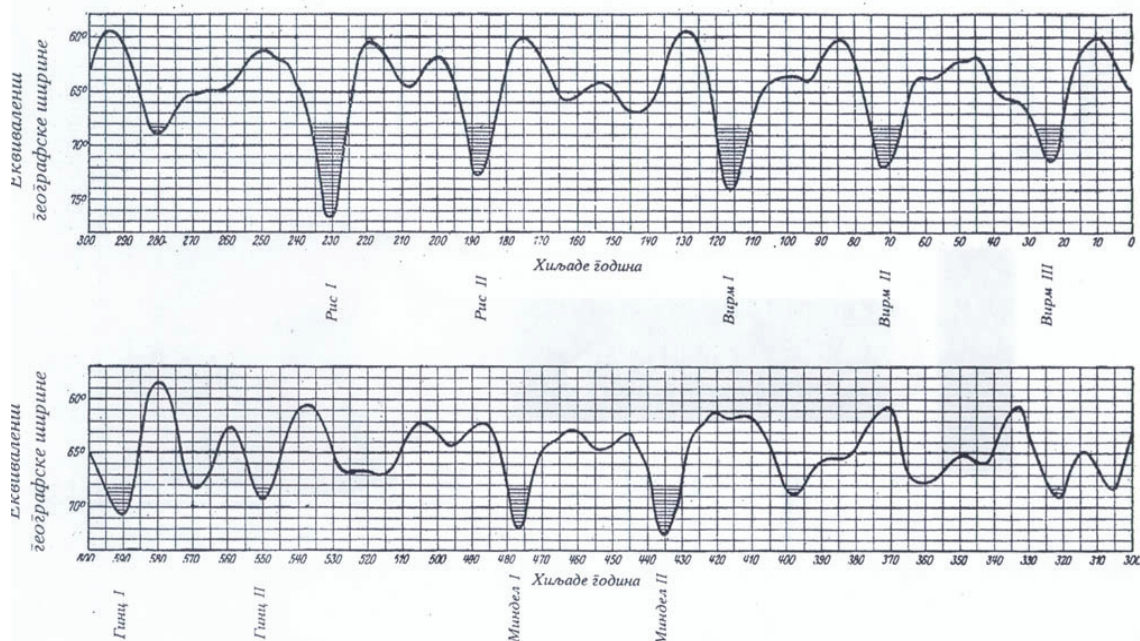
Слика 9. Арктички поларни круг ($66,562^\circ$), непосредно испод кога је географска ширина 65°

Проблем који је стајао пред Миланковићем био је и како посматрати деловање ових утицаја, односно шта мерити. Док су Адемар и Крол сматрали да треба разматрати хладне зиме, Миланковић је прихватио савет Владимира Петера Кепена (1846–1940) да су за настанак ледених доба много значајнија хладна лета (Миланковић, 1997, стр. 548), како је предложио и Џозеф Џон Марфи још 1869. године. Наиме, у Сибиру, где се температура зими спушта и до -50°C а лети може да износи и до $+30^\circ\text{C}$ нема глечера пошто високе летње температуре изазивају топљење снега. С друге стране пак велики део Гренланда, где је зими око -10°C а лети $+8^\circ\text{C}$, је под снегом и ледом. Осим тога, Миланковић је уочио да су за надирање глечера према југу нарочито важне временске прилике на великим географским ширинама, у областима у које би, ако дође до захлађења, прво почео да се спушта лед са севера. Зато је Миланковић рачунао како се у току последњих 600.000 година мењала географска ширина тачке која у току лета прими од Сунца онолико топлоте колико данас прима тачка на 65° географске ширине, односно којој данашњој географској ширини одговара осунчавање на ширини 65° у неком тренутку

прошлости. Напоменимо да је ово практично заокругљена географска ширина поларног круга ($66,562^\circ$), која пролази преко јужног дела Гренланда, Исланда, Лапоније у Скандинавији, севера Сибира, Аљаске и севера Канаде.

На слици 10 приказана је чувена Миланковићева крива осунчавања. Њену прву проверу омогућила су истраживања Албрехта Пенка и Едварда Брикнера, који су 1909, на основу трагова заглечеравања у швајцарским Алпима, претпоставили постојање четири ледена доба у последњих 600.000 година и одредили њихово трајање. Назвали су их Гинц, Миндел, Рис и Вирм, по именима речних долина у Алпима, где су пронађени њихови трагови. Видимо да је у највећем налету хладноће, у току прве фазе леденог доба Рис, тачка која се налазила на 65° географске ширине (Исланд, Архангелск), примала количину Сунчеве топлоте као данас тачка на 77° (Шпицберг, Земља Франца Јосифа у Северном леденом океану).

Ова крива је у првобитном облику била са много ужим минимумима, али они су одговарали најхладнијим периодима, које су претпоставили Пенк и Брикнер.

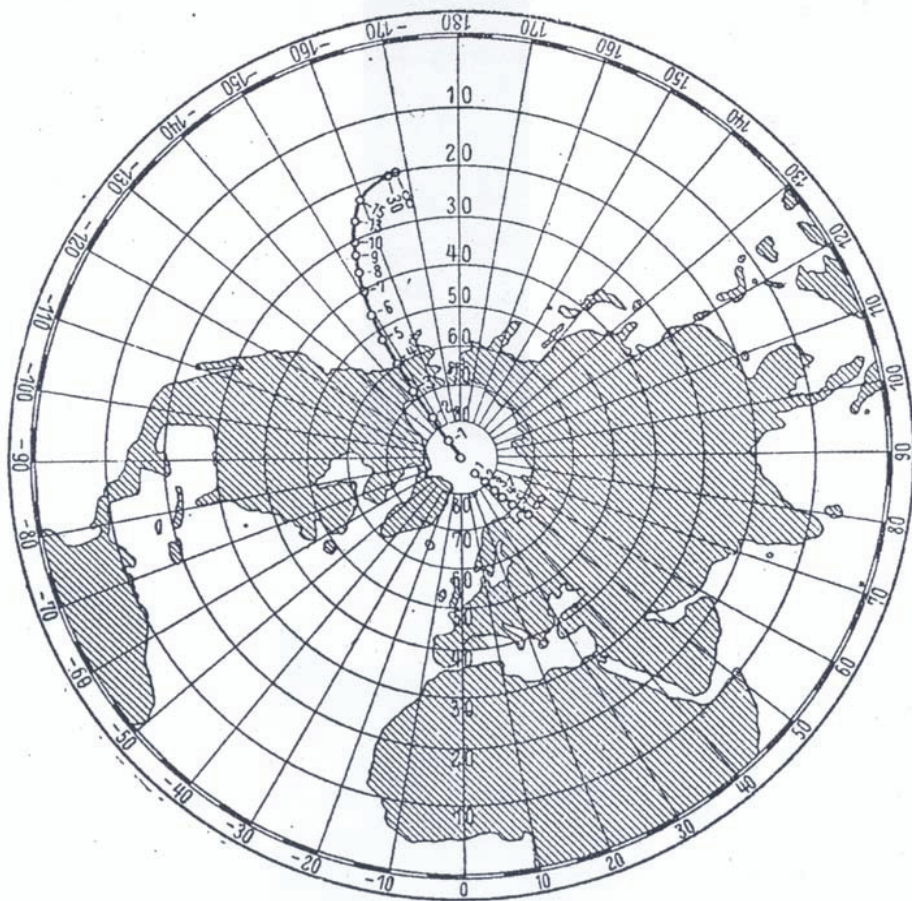


Слика 10. Миланковићева крива осунчавања. На апсциси је време од данашњег тренутка обележеног са 0 до 600.000 година уназад, а на ординати је еквивалентна ширина која показује којој данашњој географској ширини одговара осунчавање на ширини 65° у неком тренутку прошлости.

Они који су оспоравали Миланковићеву теорију указивали су на чињеницу да постоје и други узроци климатских промена, као што су промене у Сунчевој активности, периодични падови великих астероида или комета, интензивни вулканизам... Њихова основна питања била су – зашто је до изразитих и дуготрајних ледених доба у Европи долазило само у последњих 600.000 година а не и раније и зашто су ледена доба трајала веома дуго а минимуми које показује Миланковићева крива су много ужи?

Да би одговорио на питање зашто су се ледена доба у Европи јављала у периоду које геолози зову квартар, а не тако изразито и непосредно пре тог периода, Миланковић је 1932. године дошао до своје чувене диференцијалне једначине кретања Земљиних полова. Полазећи од претпоставке да се континенти не померају (што данас знамо да није тачно, али у то време то се није знало), он налази да се пре око 300 милиона година Северни пол налазио у Тихом океану на географској ширини од 20° и дужини 168° , а и данас се креће, сходно „претпоставкама које је био принуђен да направи“, према свом „крајњем, равнотежном положају“ у Сибиру, близу места где река Печора утиче у Северни ледени океан. Данас знамо да се у ствари померају континенталне плоче, али је, у време када се то још није знало, Миланковић својим елегантним решењем показао да у периоду пре разматраног није било изразитијих ледених доба у Европи пошто је она била јужније.

Осим тога Миланковић је узео у обзир и то да када почне ледено доба и снег и лед се нагомилају до неке висине, средња температура, која је на планинама све нижа и нижа како се више пењемо, почиње да опада, како висина леденог покривача расте. Зато када он достигне довољну висину, ледено доба ће трајати све док опет три удружена астрономска узрока не доведу до промене климе.



Слика 11. Путања северног Земљиног пола према Миланковићу. Бројке на путањи су у десетинама милиона година и видимо да је пре триста милиона година пол био у Тихом океану.

Миланковић је своје решење тајне ледених доба имао разасуто у 28 чланака и увидео је потребу да се научној јавности стави на располагање једна јединствена публикација. Тако је настало његово најзначајније дело, *Канон осунчавања Земље и њејовој ушњицаја на њроblem ледених доба* (Миланковић, 1941, 1997а), написано на немачком језику, у коме је дао комплетно решење ове загонетке. То је капитално научно дело, монографија која укључује резултате истраживања, претходно публиковане у 28 научних радова. У овој монографији они су сакупљени у целину, заједно са новим анализама и додацима и са бројним примерима и применама. У *Канону* Миланковић нуди математичку теорију климе на Земљи (која

се може применити и на друге планете), објашњава порекло и узроке настанка ледених доба и даје своју теорију померања Земљиних полова.

Према педантно вођеним белешкама, *Канон* је Миланковић почео да пише 30. марта 1939, а завршио га је у првој половини фебруара 1941. (Инђић, 1997). Штампане је завршено неколико дана пре почетка рата и у бомбардовању Београда, 6. априла 1941, уништено је задњих десет табака. Пошто је слог остао неоштећен, они су касније доштампани на жућој хартији.

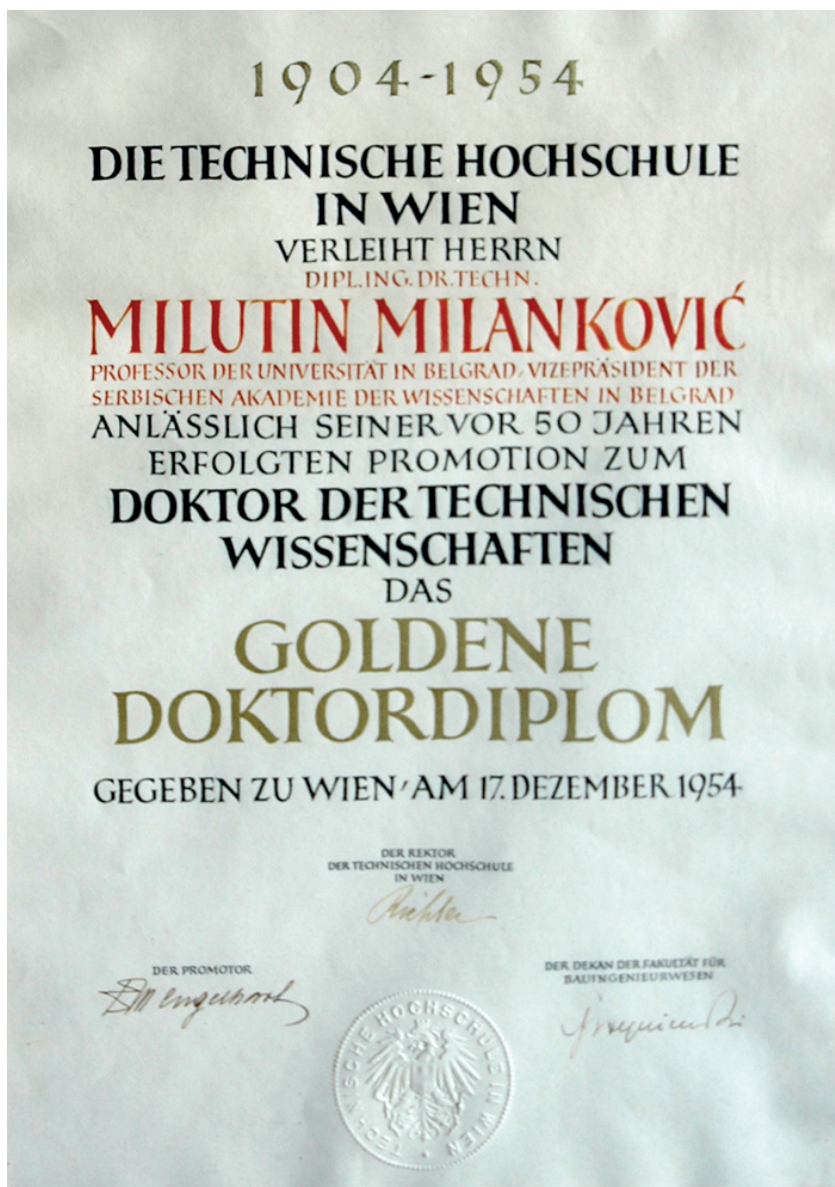
Канон је грчка реч а значи правило, пропис, мерило или узор. Употребљава се и да означи књигу или списе који су проглашени за аутентичне, као што је то Свето писмо. Миланковић је и именом свога дела хтео да покаже да иза резултата изложених у њему не стоје претпоставке и апроксимације, већ да су то универзалне законитости. У предговору је навео да је један од разлога што је своју публикацију тако насловио и то што је Ополцер тако назвао своје чувено дело у коме је дао податке о помрачењима Сунца и Месеца у прошлости и будућности.

Неки од астрономских проблема у вези са којима се користи *Канон* и група радова укључена у њега јесу и промене климе у космичкој перспективи, масена спектрометрија у космохемији, секуларне промене у звезданој структури и ледена доба, Сунчеви неутрини и промене сјаја Сунца, фундаментални астрономски систем, стабилност Сунчевог система итд. (Димитријевић, 1997, 2005).

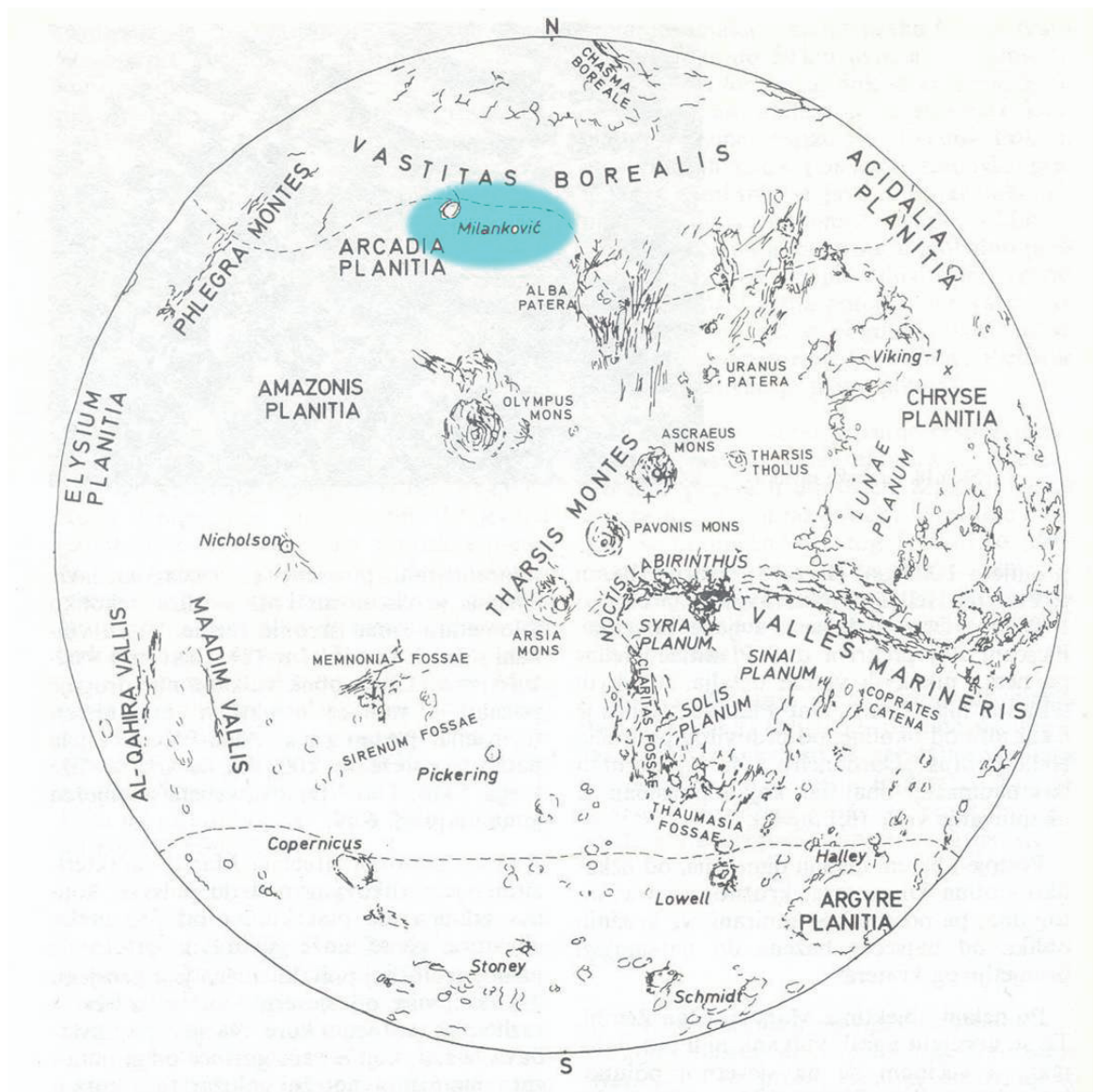
Серију радова (Инђић, 1993), у којима разматра астрономске узроке климатских промена и развија математичку теорију климе, Миланковић започиње 1912. године делом *Прилози теорији математичке климе*, затим 1913. објављује прилог *О примени математичке теорије сировођења шойлоше на проблеме космичке физике*, а 1916, *Испитивања о клими планете Марс*. У раду *Математичка теорија шойлошних појава изазваних Сунчевим зрачењем*, 1920. године, Миланковић развија теорију засновану на принципима Небеске механике и Теоријске физике, која објашњава расподелу Сунчевог зрачења у међупланетарном простору и на површинама планета. Такође, показује везу између осунчавања и температуре планетарних слојева, као и дневну, годишњу и вековну промену осунчавања.

Године 1926. објављује научни рад *Испитивање о термичкој конституцији планетарних атмосфера*. Посебну пажњу посветио је клими планете Марс и уједно је утврдио да је на њој средња годишња температура минус 17 Целзијусових степени. Његова истраживања климе ове планете као и предвиђања да ту нема високоразвијеног живота, потврдила су модерна космичка истраживања. У вези са том проблематиком, научни

радови Миланковића су коришћени и у истраживањима и расправама о течној води на Марсу, о кори и атмосфери, о површинској температури и клими, као и о астрономској теорији о климатским променама на овој планети.



Слика 12. Златна докторска диплома Милутина Миланковића
(Филип Машутиновић, 2006)



Слика 13. Кратер Миланковић на Марсу (Вујновић, 1989)

МИЛУТИН МИЛАНКОВИЋ И НАША АСТРОНОМИЈА

Милутин Миланковић је од 1909. године предавао астрономске садржаје на Београдском универзитету. Написао је уџбенике: *Небеска механика* (Миланковић, 19976), *Историја астрономске науке од њених почетака до 1727* (Миланковић, 19976), *Астрономска теорија климатских промена и њена примена у геофизици* (Миланковић, 1948), при чему је задњи намењен постдипломцима и докторандима.

Дао је велики допринос и организацији астрономије у нашој земљи. Од пензионисања Милана Недељковића, оснивача Астрономске опсерваторије 1924. године, па до доласка Војислава Мишковића 1926, он је вероватно де факто управљао овом установом (Радованац, 2009, Јанковић, 1984) и водио бригу о инструментима и опреми за нову опсерваторију, које је набавио Недељковић. Заједно са професорима Београдског универзитета, Богданом Гавриловићем, Михајлом Петровићем, Николајем Салтиковим и Антоном Билимовићем (Радованац, 2009, стр. 255), Миланковић упућује 30. априла 1925. допис Филозофском факултету, са предлогом да се на врху Авале сагради нова опсерваторија, обезбеди новац у буџету и формира Комисија за изградњу опсерваторије (Радованац, 2009). Ова Комисија формирана је на седници Филозофског факултета још истог дана. За председника је изабран Милутин Миланковић а за чланове Антон Билимовић и Војислав Мишковић (Радованац, 2009).

Од 1933. до 1940. године, Миланковић је био члан Испитне комисије за полагање државног испита за особље Опсерваторије у Београду, за предмет – Небеска механика. Од 1936. до 1939. године био је председник првог Националног комитета за астрономију, који је Југославију увео у Међународну астрономску унију. На годишњој скупштини Југословенског астрономског друштва (данас Астрономско друштво „Руђер Бошковић”), одржаној 21. јануара 1940, изабран је за почасног члана на предлог Стјепана Мохоровичића и Војислава Грујића. За почасног члана Астрономског друштва „Руђер Бошковић”, поново је изабран 22. фебруара 1953. На Конгресу Међународне астрономске уније 1948, у Цириху, изабран је за члана Комисије 7 за Небеску механику, која је тада обновљена након укидања 1932. године. Маја 1948. године постаје директор Опсерваторије и на овом положају остаје до 26. јуна 1951. Председник Научног савета Опсерваторије остаје до марта 1954. године, а за члана Научног савета Астрономско-нумеричког института Српске академије наука изабран је 26. октобра 1949. године.

Милутин Миланковић је најзнаменитији српски астроном а по неки-ма и наш најистакнутији научник. У прилог томе треба нагласити да је, за разлику од Николе Тесле и Михајла Пупина који су до својих открића дошли у иностранству, Миланковић светску славу стекао радећи у Београду, у својој скромној соби у Капетан Мишином здању.

У част његових научних достигнућа на пољу астрономије, на XIV конгресу Међународне астрономске уније у Брајтону, један кратер на невидљивој страни Месеца (са координатама $+170^{\circ} +77^{\circ}$) добио је његово име. На XV конгресу ове организације у Сиднеју, његово име је добио и један кратер на Марсу (са координатама $+147^{\circ}, +55^{\circ}$), а 1982. године мала планета са привременом ознаком 1936 GA, коју су 1936. открили Милорад Протић и Перо Ђурковић, добила је име 1605 Миланковић. Ова мала планета налази се на средњем растојању од Земље од око 450 милиона километара, обилази око Сунца за нешто више од 5,2 године а Земљи најближе прилази на удаљеност од око 270 милиона километара. Пречник јој је 32,5 км.

Три пута је био изабран за потпредседника САНУ а био је и члан ЈАЗУ и Академије природних наука „Леополдина“ из Халеа. Европска геофизичка унија додељује од 1993. медаљу „Милутин Миланковић“, а НАСА га је у једном прегледу уврстила у петнаест најзначајних научника свих времена из области наука о Земљи.

Да ли ће једнога дана и код нас његово дело *Кроз васиону и векове* (Миланковић, 1997в) постати обавезна школска лектира, као што је то било у Немачкој? Када сам за историјску секцију конференције Европског астрономског друштва, одржане 2001. у Минхену предложио усмено излагање о астрономији код Срба и постер о доприносу Милутина Миланковића, организатор, Немац који је у школи читао као лектуру дело нашег великана позвао ме је да одржим предавање о њему и прикажем постер о нашој астрономији. Такво излагање имао сам и 2004. године на Сверуској астрономској конференцији у Москви. Најтеже ми је било да одговорим на питање из публике: „Колико музеја Милутина Миланковића има у Србији?”

ЛИТЕРАТУРА

Berger A.: 2012, A brief history of the astronomical theories of paleoclimates, У "Climate Change: Inferences from Paleoclimate and Regional Aspects", Уредници А. Berger, F. Mesinger, Ђ. Šijački, Springer, 107–129.

Вујновић Владис: 1989, Астрономија, Школска књига, Загреб.

Димитријевић Милан С.: 1997, Milutin Milanković in Science citation index 1946–1996, Bull. Astron. Belgrade, 156, 205.

Димитријевић Милан С.: 2005, Српски астрономи у индексу научних цитата у XX веку, библиотека INSPIRATIO бр. 2, „Задужбина Андрејевић“, Београд.

Имбри Џ., Имбри К. П.: 1981, Ледена доба: решење тајне. Нолит – Библиотека занимљива наука, Београд.

Инђић Милица: 1993, Библиографија Милутина Миланковића, САНУ, Библиографије, Књ. II, Одељење језика и књижевности, књ. 2, уредник Мирослав Пантић, Београд, 1993.

Инђић, М.: 1997, Life, scientific and professional activity of Milutin Milanković, Bulletin Astronomique de Belgrade, 155, 169.

Јанковић Ненад: 1984, Записи и сећања на Астрономско друштво, Публикације Астрономског друштва „Руђер Бошковић“ бр. 4, Београд, стр. 86.

Миланковић Милутин: 1941, Kanon der Erdbestrahlung und seine Anwendung auf das Eiszeitenproblem, Posebna izdanja Srpske kraljevske akademije, CXXIII, Београд.

Миланковић Милутин: 1948, Астрономска теорија климатских промена и њена примена у геофизици, „Научна књига“, Београд.

Миланковић Милутин: 1997а, Канон осунчавања Земље и његова примена на проблем ледених доба, уредници: В. Вујичић, М. С. Димитријевић, Изабрана дела Милутина Миланковића 1–2, Завод за уџбенике и наставна средства, Београд.

Миланковић Милутин: 1997б, Небеска механика / Историја астрономске науке, уредник: М. С. Димитријевић, Изабрана дела Милутина Миланковића 3, Завод за уџбенике и наставна средства, Београд.

Миланковић Милутин: 1997в, Кроз васиону и векове / Кроз царство наука, уредници: Н. Пантић, А. Петровић, Изабрана дела Милутина Миланковића 4, Завод за уџбенике и наставна средства, Београд.

Миланковић Милутин: 1997г, Успомене, доживљаји, сазнања, уредник: С. Рибникар, Изабрана дела Милутина Миланковића 7, Завод за уџбенике и наставна средства, Београд.

Пантић Никола: 2001, Милутин Миланковић, у: Живот и дело српских научника 7, уредник М. Сарић, САНУ, Београд.

Радованац, М.: 2009, *Милутиин Миланковић и Астрономска опсерваторија у Београду*, Стваралаштво Милутина Миланковића, САНУ, Научни скупови СХХIV, председништво књ. 9, 251.

Филипи Матутиновић, Стела.: 2006, Милутин Миланковић: великан светске науке са Београдског универзитета: каталог изложбе, Универзитетска библиотека „Светозар Марковић”, Београд.

Астрономска опсерваторија
Београд
e-mail: mdimitrijevic@aob.rs

МИЛУТИН МИЛАНКОВИЋ И НЕБЕСКА МЕХАНИКА

Бојан Новаковић

Айсџпракѝ: Најзначајнији резултати Милутина Миланковића у теорији климатских промена и померања Земљиних полова, лако се може закључити да се у огромној мери заснивају на резултатима небеске механике. У овом раду управо желимо да прикажемо шта је то утицало да Милутин Миланковић пређе пут од врсног грађевинског инжењера и доктора техничких наука до небеског механичара, са посебним освртом на његове уџбенике из ове области и методе векторског рачуна, које је међу првима у свету користио за излагање небеске механике.

Милутин Миланковић је свакако један од највећих српских научника икада, а о његовим резултатима, интересовањима, бројним објављеним радовима и књигама, као и о његовим различитим ангажовањима могло би се много тога рећи и написати. Својим достигнућима он је без икакве дилеме то и заслужио. Наша је жеља да у овом тексту представимо Милутина Миланковића пре свега као небеског механичара, и да читаоце упознамо како са резултатима његовог рада у овој области тако и са његовом улогом у развијању ове науке у Србији.

Ипак, говорити о Миланковићу из само једног угла готово је немогуће јер је он био веома свестрана личност, и као такав често је повезивао, на први поглед, можда и различите ствари.

За Миланковића се може рећи да је био грађевински инжењер, професор на Београдском универзитету, еминентни научник, подпреседник Српске академије наука и уметности, дописни члан Југословенске академије знаности и умјетности, оснивач Катедре за небеску механику на Београдском универзитету, директор Астрономске опсерваторије у Београду, и још много тога. У главне научне области којима се бавио спадају климатологија, геофизика, астрономија, небеска механика, космичка физика, математика и др. Али кренимо редом.

1. Живот и дело Милутина Миланковића

Милутин Миланковић је рођен 28. маја 1879. године у Даљу (у данашњој Републици Хрватској), у старој српској породици која се крајем

XVII века преселила са Косова и Метохије, као најстарији од седморо деце. Његов отац Милан био је веома вредан и уважен грађанин, али је нажалост умро када је Милутину било само 8 година. Његова породица била је имућна и имала је велико имање, па је из тог разлога Милутиново детињство протекло безбрижно, иако је очева прерана смрт на њега оставила трага. Након овог догађаја, поред мајке Јелисавете, старање о њему је у великој мери преузео његов ујак Васа Муачевић, који га је помагао, подстицао и саветовао у свему, током читавог живота а посебно у томе да истраје на путу науке и стваралаштва.

Милутин је стекао кућно основно образовање, тако што је велики део знања добио од свог оца Милутина, од својих приватних учитеља, као и од бројних рођака и кућних пријатеља. Такође је и самостално савлађивао неке лекције. Од самог почетка његовог образовања Милутин је показивао колико је бистар и надарен ученик, а још у најранијој младости окретао се ка небеским просторностима посматрајући планете и звезде, и уживајући у сјају ноћног неба.



Слика 1. Преуређена родна кућа са двориштем Милутина Миланковића у Даљу

На очевом имању у Даљу живео је до своје десете године. Након основне, на ред је дошла и средња школа. У то време постајале су две врсте гимназија, класична и реална. Свака од њих припремала је ученике

за одређену врсту студија. Милутин је 1889. године у Осијеку започео своје средњошколско образовање у реалној гимназији која је припремала ученике за будуће студије технике и пољопривреде, по жељи његовог оца, који се надао да ће његов син завршити пољопривредни факултет и вратити се у Даљ да одржава породично имање. Међутим, Милутин је имао друге планове.

Пошто га пољопривреда, која је била очева жеља, није занимала, дуго је размишљао шта да студира. У том процесу једну од одлучујућих улога одиграо је његов професор у реалној гимназији Владимир Варићак, који је одмах запазио Миланковићев таленат за математику. Међутим, студирање математике није било исплативо колико и студије техничких наука. По завршетку средње школе у Осијеку, Миланковић, као ђак генерације, одлази у Беч где уписује студије грађевине на Високој техничкој школи.

На одсеку за грађевину било је доста добрих професора, али се посебно истицао професор математике Емануел Чубер који је касније имао битну улогу у Миланковићевом животу. Управо је код овог професора дошао до изражаја Миланковићев таленат. Знање стечено код професора Чубера било је од пресудног значаја за Милутинову научну каријеру.

У време док је студирао у Бечу, високим школама у Аустрији дато је право да могу додељивати и докторске титуле. То је навело Миланковића да проведе још коју годину у том граду и стекне назив доктора наука. По окончању студија грађевинске технике 1902. године, две године касније, 3. децембра 1904. године, докторирао је на Високој техничкој школи у Бечу, након што је бриљантно одбранио тезу под насловом „Теорија линије притиска”. На тај начин Милутин Миланковић је постао први Србин са докторатом из неке од техничких наука.

Убрзо након одбране докторске тезе добија посао у једној познатој бечкој грађевинској фирми која се бавила изградњом армирано--бетонских брана, мостова, аквадукта и фабричких хала. На том послу су дошли до изражаја његова стручност, знање и познавање математике и механике. Остварио је шест одобрених и штампаних патената од великог значаја. Својим радом брзо је стекао углед како у Бечу тако и у целој Аустроугарској монархији, па и шире.

Ипак и поред свих његових пословних успеха он је пре свега желео да ради и ствара у Србији. На то је морао да сачека док се неке ствари нису средиле. Најзад, 1909. године добија писмо из Београда у коме је обавештен да је изабран за ванредног професора на Београдском универзитету. Тако је 1. октобра 1909. године напустио Беч и отпутовао за Београд.

Своју професорску каријеру започео је 3. октобра 1909. године на Филозофском факултету Универзитета у Београду. На њему је требало да

предаје три предмета: рационалну механику, небеску механику и теоријску физику. Међутим, на студијама у Бечу није слушао курсеве из небеске механике и теоријске физике, па је за предавања из тих предмета морао самостално да се припрема. То је радио веома успешно. Како се касније показало, ова комбинација предмета које је морао да предаје била је одлучујућа да Миланковић започне изградњу своје теорије о осунчавању Земље и других планета.

На самом почетку Првог светског рата оженио се Христином Топузовић Тинком која му је 1915. године родила једино дете, сина Василија. Међутим, баш у време њиховог брачног путовању у родни Даљ почео је рат, а пошто је Милутин 1910. године постао држављанин Краљевине Србије, бива заробљен. Уз помоћ своје жене, која је на све могуће начине покушавала да ослободи свог мужа, и уз залагање Васе Муачевића и Емануел Чубера, коначно је ослобођен 1914. године. Након ослобађања сели се у Будимпешту, и у томе су му највише помогли ујак Васа и његов некадашњи професор математике са Високе школе у Бечу, Емануел Чубер.

Време проведено у Будимпешти Миланковић је максимално искористио за рад на својој теорији климатских промена. Имао је на располагању богату и разноврсну литературу Централног метеоролошког института у Будимпешти. Врло брзо је почео да објављује научне радове. Ипак, он је желео да све то заокружи у једну коначну математичку целину.

Са породицом се коначно вратио у Београд у марту 1919. године. Исте године је унапређен и постављен за редовног професора на Београдском универзитету. У том периоду, захваљујући свом изванредном познавању грађевинске технике био је ангажован на многим пројектима широм земље, у обнови ратом порушених градова. На месту професора Универзитета у Београду провео је укупно 46 година (рачунајући и време проведено у заробљеништву), а своје последње предавање студентима небеске механике одржао је 1955. године.

Године 1924. изабран је за редовног члана Српске краљевске академије наука (данашње Српске академије наука и уметности). Касније је био и подпреседник ове установе, редовни члан Немачке академије наука у Халеу, као и дописни члан бројних других академија и научних институција.

Миланковић је на егзактан начин објаснио периоде настанка, развоја и повлачења глацијалних фаза у току протеклих 600 хиљада година. Примењујући математички апарат и користећи претходна сазнања, Адемара, Крола, Леверијеа, Миланковић је доказао да су прецесија, промена нагиба осе ротације и ексцентричност Земљине путање око Сунца доминантни дугопериодични фактори који су утицали на промену климе у прошлос-

ти. Милутин Миланковић је свакако научни геније кога је свет дефинитивно признао 10. децембра 1976. године када су у часопису „Nature” објављени коначни резултати опсежног петогодишњег истраживачког пројекта, а чији је основни задатак био да одговори на питање јесу ли Миланковићеви прорачуни били тачни или нису. Када је потврђено да су варијације Земљине орбите у ствари иницијатор ледених доба све додашње сумње биле су распршене и Миланковићу је коначно признато заслужено место у научној елити. Од тог тренутка он је постао предмет интензивног изучавања тимова стручњака, јер је његов рад дубоко задирао у проблеме, не једне, већ више научних дисциплина.

Миланковић је истовремено и један од твораца тектонике плоча која се интензивно примењује у геологији. На наговор климатолога Кепена и геофизичара Вегенера, кога сматрају оцем те нове теорије, разрадио је нумеричку секундарну путању полова ротације, чиме је доказао да је положај континената у геолошкој прошлости био битно другачији од савременог, односно да су се они неминовно током времена кретали. Знатно касније модерна геофизичка мерења, сателитска геодезија и радиосигнали потврдили су тачност ових прорачуна.

Он није познат само по својим научним резултатима. Написао је велики број књига, а многе од њих су од огромног значаја. Миланковићево дело „Канон осунчавања Земље и његова примена на проблем ледених доба” представља најзначајније дело српске науке двадесетог века. Његова књига „Кроз васиону и векове” спада међу најлепше књиге за популаризацију науке. Он сам књигу је назвао „Популарна астрономија”. Написао ју је оригинално у виду писама упућених драгој пријатељици, у којима је на занимљив начин објаснио многе значајне појмове из астрономије, геологије и историје науке уопште. Треба поменути и његове „Успомене” које је објавила Српска академија наука и уметности. За време окупације Немци су издали пет научних књига, а издавач је био Југоисток. Једна је била „Популарна физика”, затим књига о геологији „Тајанствена земља”, уџбеник о биологији и међу њима дело „Кроз васиону и векове”. Има и оних који замерају Миланковићу што је за време рата објавио ту књигу, мада је познато да је она изашла још 1927. године, као публикација „Матице српске”. Написао је више дела из области историје науке као и књигу „Успомене, доживљаји и сазнања”. Објавио је више од 100 радова различитог карактера на нашем и другим језицима, од којих највише на немачком.

Поред наставничких и других обавеза на Универзитету, као и веома значајног научног рада, Миланковић је нашао времена и да напише три веома оригинална и квалитетна универзитетска уџбеника. Наиме,

познато је да је Миланковић с великом љубављу, у оквиру свог курса небеске механике део времена посвећивао историји астрономије. У свом сажетом али изванредно документованом уџбенику „Историја астрономске науке од њених почетака до смрти Њутнове 1727. г.” изложио је све важније научнике и открића из тог дугог временског раздобља. Други и најважнији његов уџбеник јесте „Основи небеске механике” о коме ће бити више речи нешто касније. Трећи уџбеник, под насловом „Астрономска теорија климатских промена и њена примена у геофизици”, представља његову на елегантан начин упрошћену теорију климе. Овај последњи Миланковићев уџбеник намењен је последипломцима и студентима докторских студија.

Још један Миланковићев резултат свакако завређује нашу пажњу а то је календар који је израдио. Миланковић је свој календар базирао на анулацији тадашњих 13 дана, нови календар је доведен на исти датум као и грегоријански, преступне године могу бити оне које су дељиве са 4 без остатка, а секуларне године биће само онда преступне ако њихов број векова када се подели са 9 даје остатак 2 или 6. Све остале секуларне године су просте, што даје потпуну прецизност до 2800-те године, односно до тада не може бити никаквог размимоилажења са садашњим грегоријанским календаром. Овако конципиран Миланковићев календар треба кориговати тек после 28.800. године. Нажалост, иако је у суштини прихваћен на Свеправославном конгресу 30. маја 1923. године у Цариграду, никада није ушао у употребу.

Коначно, треба поменути и то да је Миланковић са великим ентузијазмом радио и на популаризацији науке. И у томе је био велики мајстор, како по умећу правилног избора материје и њеног јасног представљања, тако и по бриљантном књижевном стилу и течним дијалозима. Написао је више књига ове врсте, од којих је свакако најпознатија његова већ поменута књига „Кроз васиону и векове”, коју слободно можемо назвати ремек-делом. У њој нам Миланковић живо илуструје сцене из Старе Грчке, Александрије, Рима, као и средњовековне и ренесансне Европе везане за велике астрономе и њихова открића. У књизи Миланковић веома прецизно и верно говори и о савременој астронаутичкој ери и њеним подвизима, много пре него што је иста и започела. Свако ко прочита ову књигу остаје запањен Миланковићевом визијом и далекосежношћу његових погледа.

Миланковић је умро 12. децембра 1958. године у Београду, оставајући за собом своје дело које ће живети заувек.

МИЛУТИН МИЛАНКОВИЋ КАО НЕБЕСКИ МЕХАНИЧАР

Ако пажљиво анализирамо рад Милутина Миланковића можемо доћи до једног закључка који на први поглед можда и није тако очигледан, а по коме је овај наш велики научник пре свега био небески механичар, а тек онда све оно друго што смо поменули у овом тексту. Да ли је заиста тако?

Опште је познато да се Миланковић бавио научним радом у области небеске механике, али су његови радови на пољу „чисте“ небеске механике релативно малобројни. Са друге стране познато је и да су његови најзначајнији резултати управо они који се односе на теорију климатских промена и померање Земљиних полова. Међутим ако само мало детаљније проучимо Миланковићеве радове на ове две поменуте теме, веома брзо и релативно лако можемо закључити да се оне у великој мери заснивају на резултатима небеске механике. Другим речима, и поред тога што главни Миланковићеви резултати далеко превазилазе оквире небеске механике, они су плод његовог рада и познавања управо те научне дисциплине. Као природна последица свега наведеног произилази да, са аспекта његовог научног рада, небеска механика заузима централно место.

Како је текао пут Милутина Миланковића као небеског механичара. Све је почело његовим већ поменутим избором за ванредног професора Филозофског факултета у Београду, на основу указа о постављењу који је потписао министар просвете и црквених дела Љуба Стојановић, 9. септембра 1909. На основу тог указа Миланковић је именован за професора примењене математике, коју су тада чиниле рационална механика, небеска механика и теоријска физика. Након тога Миланковић долази у Србију, у Београд, и започиње своју универзитетску каријеру.

Предавања је држао у циклусима од шест семестара при чему је небеској механици припадао један непун семестар. Истовремено, он започиње и свој начноистраживачки рад у области небеске механике. За редовног професора примењене математике изабран је 29. септембра 1919. године, а од школске 1920/21 године предаје само теоријску физику и небеску механику, док рационалну механику препушта Антону Билимовићу, бившем професору Универзитета у Одеси. Захваљујући увођењу векторских метода, о којима ће више речи бити нешто касније, ова предавања била су модернија него на многим познатим универзитетима.

За редовног професора Филозофског факултета Универзитета у Београду, на Катедри за теоријску и примењену математику, постављен је 6. марта 1919. и то за предмете астрономија и небеска механика. После

Другог светског рата наставља да предаје небеску механику на Београдском универзитету као посебан предмет са фондом часова 2+0. У оквиру свог курса небеске механике, један семестар користио је за обраду историје астрономије, тако да су студенти ове две научне дисциплине полагали као један предмет.

Од научних резултата до којих је Миланковић дошао, а који се могу сврстати у „чисту” небеску механику, издвајају се они које је објавио у три рада.

Први такав рад, под насловом „Особине кретања у једном специјализованом проблему трију тела”, објављен је 1910. године. Он се односи на проблем три тела која се крећу без икаквог дејства спољашњих сила, већ само под дејством силе привлачења. Главни резултати овог рада огледају се у томе што је показао постојање интеграла површине и постојање заједничке тачке у којој се секу сва три правца релативних кретања та три тела. У свом другом раду, објављеном 1911. године под насловом „О општим интегралима проблема n тела” Миланковић показује да се правци сила гравитације које дејствују на три тела такође секу у једној заједничкој тачки, коју је сам Миланковић назвао „пол гравитације”. Коначно трећи рад који ћемо поменути овде објављен је 1912. године под насловом „О кинематичкој симетрији и њеној примени на квалитативна решења проблема динамике”.

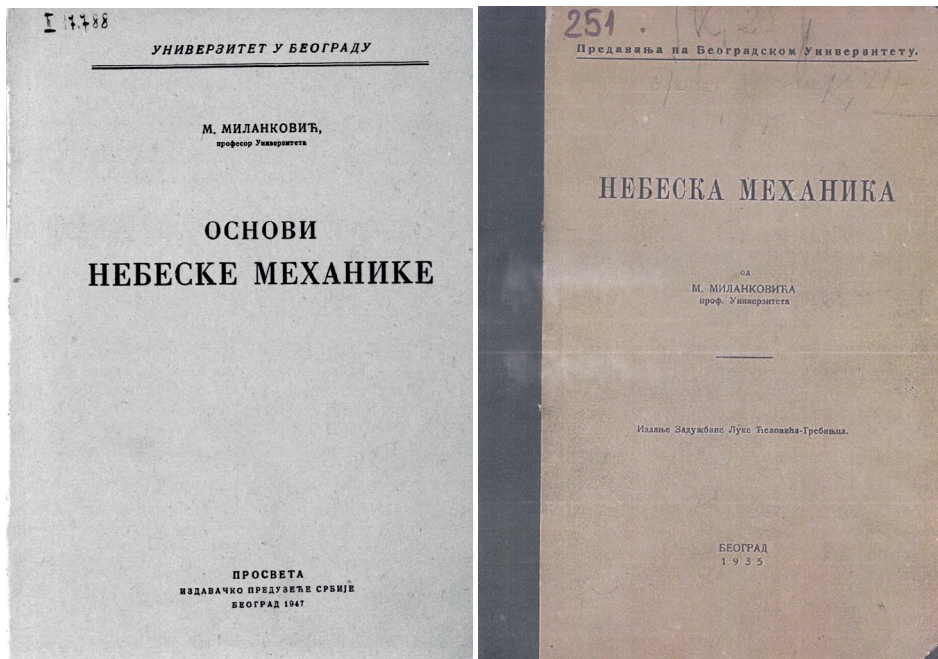
За свој рад из области небеске механике добио је признање и од Међународне астрономске уније, на чијем је Конгресу у Цириху, 1948. године, изабран за члана Комисије 7 за Небеску механику, која је те године обновљена.

1. УЧБЕНИК МИЛУТИНА МИЛАНКОВИЋА „НЕБЕСКА МЕХАНИКА”

Милутин Миланковић је написао две верзије учбеника из небеске механике. Прву верзију овог учбеника, према његовим педантним белешкама које је водио, почео је да пише 20. јула 1934. а завршио 14. јануара 1935. године. Ова верзија објављена је 1935. године под насловом „Небеска механика”, а у издању Задужбине Луке Ћеловића--Требињца. Књига која укупно има 333 стране и 22 илустрације подељена је на две целине. Прва, названа „Транслаторно кретање небеских тела” састоји се од 9 глава, док другу, која носи наслов „Ротационо кретање небеских тела”, чини 6 глава.

Први део књиге Миланковић започиње илустративним и веома интересантним излагањем историје науке која се односи на кре-

тање небеских тела, све од старог Египта па до Кеплера и Њутна. Након тога почиње да уводи читаоце у проблеме небеске маханике систематски и поступно. Најпре креће од проблема два тела а затим



Слика 2. Насловне стране два издања Миланковићевог уџбеника из небеске механике, првог, објављеног 1935. године под насловом „Небеска механика“, и другог, објављеног 1947. године под насловом „Основи небеске механике“.

прелази на општији проблем n тела. Након тога посебно обрађује проблем три тела, како у општем случају тако и у једном специјалном случају који он назива „Астероидни проблем“. Бави се и силом поремећаја, једначинама кретања као и рачуном поремећаја кретања небеских тела. Овај део уџбеника завршава прегледом неких основних података о Сунчевом систему.

Други део свог уџбеника „Небеска механика“ Миланковић посвећује проблемима везаним за ротационо кретање небеских тела. У овом делу књиге читаоци се најпре могу упознати са основним појмовима рационалне механике, а затим са ротацијом небеских тела у флуидном стању, прецесијом Земљине осе, астрономском и слободном нутацијом, и коначно, са секуларним померањем Земљиних полова.

Једна од главних карактеристика овог уџбеника јесте то што се у њему користе векторски елементи путања планета. Захваљујући томе

што је међу првима у свету за излагање небеске механике користио методе векторског рачуна он је излагање, у најмању руку, три пута сажео, скратио и упростио, а истовремено учинио разумљивијим.

САДРЖАЈ	V	IV	САДРЖАЈ
САДРЖАЈ Sadržaj ПРВИ ОДЕЉАК Translatorno kretanje nebeskih tela ГЛАВА ПРВА Постанак i razvitak nauke o kretanju nebeskih tela 3-26 § 01. Haldeji i Egipćani 3 § 02. Grci 5 § 03. Aleksandriji 6 § 04. Srednji vek 14 § 05. Kopernik 15 § 06. Galileo Galilei 17 § 07. Keplerovi zakoni 18 § 08. Njutnov zakon gravitacije 21 ГЛАВА ДРУГА Problem dvaju tela 27-43 § 09. Postavljanje problema 27 § 10. Vektorski integrali problema 27 § 11. Oblik putanje 32 § 12. Kretanje po eliptičnoj putanji 37 § 13. Eliptični elementi planetenskog kretanja 40 § 14. Problem satelita, sveden na problem dvaju tela 41 ГЛАВА ТРЕЋА Optki integrali problema n tela 44-51 § 15. Problem n tela 44 § 16. Optki integrali problema n tela 45 § 17. Translatorno kretanje Sunčevog sistema 48 § 18. Laplasova invarijabilna ravan 49 ГЛАВА ЧЕТВРТА Problem triju tela 52-61 § 19. Centar atrakcije triju tela 52 § 20. Egzaktna rešenja problema triju tela 56 ГЛАВА ПЕТА Asteroidni problem 62-79 § 21. Formulisanje problema 62 § 22. Polje skalara IV i njegove osobine 65 § 23. Jakobijev integral. Hilova granica kriva 70 § 24. Periodično putanje, simetrične prema osi X 72 § 25. Periodična rešenja u okolini centara libracije 74 ГЛАВА ШЕСТА Sila poremećaja i njeno polje 80-90 § 26. Definicija i matematski izraz sile poremećaja 80 § 27. Polje sile poremećaja i njegova primena u statičkoj teoriji plime 82 ГЛАВА СЕДМА Metod varijacije konstanta u jednačinama kretanja nebeskih tela 91-109 § 28. Lagranžov metod varijacije konstanta 91 § 29. Osobine Lagranžovih zagrada 94 § 30. O izboru konstanta za varijaciju 95 § 31. Istraživanje Lagranžovih zagrada eliptičnih elemenata 99 § 32. Obrasci za vremenske izvide eliptičnih elemenata 107 ГЛАВА ОСМА Račun poremećaja kretanja nebeskih tela 110-126 § 33. Razvijanje funkcije poremećaja u red 110		§ 34. Integriranje diferencijalnih jednačina poremećaja 114 § 35. Klasifikacija poremećaja 116 § 36. Oscilatorni karakter sekularnih poremećaja, obrasci za njihovo izračunavanje 117 ГЛАВА ДЕВЕТА Planetski sistem 127-135 § 37. Istorijski podatci 127 § 38. Sastav planetenskog sistema 131 ДРУГИ ОДЕЉАК Rotaciono kretanje nebeskih tela ГЛАВА ДЕСЕТА Teoreme i obrasci Racionalne Mehanike potrebni za proučavanje rotacionih kretanja nebeskih tela 139-151 § 39. Nebeska tela kao materijalni sistemi 139 § 40. Teoreme o impulsima 140 § 41. Teorema o kretanju težišta 141 § 42. Nezavisnost rotacionog kretanja od translatornog 142 § 43. Upotreba pokretnih koordinatnih sistema 143 § 44. Ojlerove jednačine 144 § 45. Ojlerovi uglovi 146 § 46. Polhodija i herpolhodija 146 § 47. Funkcija sila atrakcije konačnih tela 148 ГЛАВА ЈЕДНАНАЕСТА Rotacija nebeskih tela u fluidnom stanju 152-162 § 48. Zonalna rotacija 152 § 49. Apelova teorema 155 § 50. Uslovi ravnoteže 158 § 51. Klerova teorema 159 ГЛАВА ДВАНАЕСТА Precesija Zemljine ose 163-177 § 52. Istorijski podatci 163 § 53. Momenat zaokretanja spoljnih sila na Zemlju 164 § 54. Jednačine kretanja. Permanentni i periodični članovi poremećaja 166 ГЛАВА ТРИНАЕСТА Astronomska nutacija Zemljine ose 178-183 § 58. Poremećaji ravni Mesečeve putanje 178 § 59. Astronomska nutacija Zemljine ose 180 ГЛАВА ЧЕТНАЕСТА Slobodna nutacija Zemlje 184-192 § 60. Istorijski podatci 184 § 61. Mehanizam pojave 185 § 62. Ojlerova perioda i Cenderova perioda 190 ГЛАВА ПЕТАНАЕСТА Sekularno pomeranje Zemljinih polova 193-216 § 63. Istorijski podatci 193 § 64. Matematska sema izostazije i fluidalnosti Zemljine 195 § 65. Polotzaji glavnih osa inercije 199 § 66. Prilagodjivanje Zemljinog tela 201 § 67. Polifugalna sila stalnih santu 202 § 68. Osnova diferencijalna jednačina sekularnog pomeranja Zemljinih polova 204 § 69. Jednačina sekularne putanje pola i jednačina kretanja pola po toj putanji 208 § 70. Zemlja smatrana kao materijalni sistem sa četiri stepena slobode 212 Literatura 217	

Слика 3. Садржај уџбеника „Небеска механика“ објављеног 1935. године

Издање Небеске механике из 1935. године Миланковић је сажео и под насловом „Основи небеске механике“ објавио 1947. године као уџбеник за тај предмет. У овом скраћеном издању изнет је само део небеске механике који се односи на кретање планета и секуларне поремећаје. Уџбеник се састоји од 7 глава и по свом садржају веома је сличан првом делу издања из 1935. године. Интересантно је поменути и то да је 5. глава посвећена увођењу векторских елемената у рачун поремећаја.

1. УПОТРЕБА ВЕКТОРСКИХ ЕЛЕМЕНАТА

Миланковић је био један од првих научника који су користили векторске елементе путања планета. Први пут Миланковић користи ову врсту елемената у поменутом раду из 1911. године „О општим интегралима проблема n -тела”, а она долази до пуног изражаја у његовом уџбенику „Небеска механика”.

Уместо шест скаларних елемената (тј. шест Кеплерових елиптичких елемената: велика полуоса, ексцентричност, нагиб путањске равни, лонгитуда узлазног чвора, аргумент перихела и средња аномалија) који су до тада служили за одређивање елиптичких путања небеских тела у Сунчевом систему, он уводи два вектора чиме је знатно упростио и учинио елегантнијим сва решења у овој области.

22

М. Миланковић

где R означава функцију поремећаја, а где је

$$(80) \quad [c_i, c_j] = \frac{\partial \tau}{\partial c_i} \cdot \frac{\partial v}{\partial c_j} - \frac{\partial \tau}{\partial c_j} \cdot \frac{\partial v}{\partial c_i}$$

Овај израз, назван Лагранжовом бошкастом заградом, претстављен је овде као разлика скаларних производа вектора $\frac{\partial \tau}{\partial c_i}$, $\frac{\partial v}{\partial c_j}$ и $\frac{\partial \tau}{\partial c_j}$, $\frac{\partial v}{\partial c_i}$. Израчунавање тих заграда при употреби елиптичких елемената веома је замјетан посао јер свака од могућих комбинација елемената c_i и c_j захтева свој засебан метод и математску довитљивост. При употреби векторских елемената тај се посао врши на исти начин за све споменуте комбинације и постаје на тај начин стандаризован. Сем тога потребно је, као што ћемо одмах видети, израчунати само пет заграда јер све остале следеју обичном цикличном пермутацијом из тих првих пет.

Добивеним резултатима све је већ припремљено за тај рачун. Заста, потребно је само још помоћу векторских једначина (70) и (71), а водени рачуна о једначини (69), израчунати парцијалне изводе

$$\frac{\partial \tau}{\partial C_1}, \frac{\partial v}{\partial C_1}, \frac{\partial \tau}{\partial D_1}, \frac{\partial v}{\partial D_1}, \frac{\partial \tau}{\partial \tau}, \frac{\partial v}{\partial \tau}$$

где C_i означава један, било који, од елемената C_1, C_2, C_3 а D_i један, било који, од елемената D_1, D_2, D_3 .

При израчунавању тих извода послужимо се познатом, а у мојој Небеској Механици векторски доказаном особини споменутих заграда, да оне не зависе од временског момента непоремећеног кретања на који се оне односе. Зато ћемо при њиховом израчунавању одабрати за тај момент време t пролаза кроз перихел за који је због (69)

$$(81) \quad t - \tau, \quad u = 0.$$

Због тога ћемо, после извршеног диференцирања вектора τ и v по C_i, D_i, τ , у добивене обрасце ставити (81), а да бисмо видно означили да се ти изводи односе на споменути момент, ставимо их у заграду.

— 22 —

О употреби векторских елемената

23

Ставимо ли при томе због једноставнијег писања

$$(82) \quad \begin{cases} \mathfrak{A} = \frac{C^2}{r^2 - D^2} \mathfrak{D}_0 & \mathfrak{B} = \frac{C^2}{\sqrt{r^2 - D^2}} [\mathfrak{C}_0 \mathfrak{D}_0] \\ \mathfrak{M} = -\mu \frac{\sqrt{r^2 - D^2}}{C} \mathfrak{D}_0 & \mathfrak{N} = \frac{r^2 - D^2}{C} [\mathfrak{C}_0 \mathfrak{D}_0] \\ K = \frac{(r^2 - D^2)^{\frac{3}{2}}}{C^3} \end{cases}$$

то једначине (69), (70) и (71) добијају овај облик

$$(83) \quad K(t - \tau) = \mu t - D \sin u$$

$$(84) \quad \tau = \mathfrak{A}(\mu \cos u - D) + \mathfrak{B} \sin u$$

$$(85) \quad v = \frac{\mathfrak{M} \sin u + \mathfrak{N} \cos u}{r - D \cos u}.$$

Парцијалном диференцијацијом израза (83) по C_i, D_i, τ , добијамо

$$\frac{\partial K}{\partial C_i}(t - \tau) = (\mu - D \cos u) \frac{\partial u}{\partial C_i}$$

$$\frac{\partial K}{\partial D_i}(t - \tau) = (\mu - D \cos u) \frac{\partial u}{\partial D_i} - \frac{\partial D}{\partial D_i} \sin u$$

$$-K = (\mu - D \cos u) \frac{\partial u}{\partial \tau}.$$

Стављајући у ове једначине (81), добијамо за парцијалне изводе од u по C_i, D_i, τ , а који одговарају моменту $t = \tau$, ове вредности које, као што је речено, стављамо у заграду

$$(86) \quad \left(\frac{\partial u}{\partial C_i} \right) = 0$$

— 23 —

Слика 4. У књизи „О употреби векторских елемената у рачуну планетских поремећаја”, објављеној 1939. године, на 22. страни, Миланковић и сам говори о неким предностима употребе векторских елемената.

46

$$(20) \quad \mathbf{C} = C_1 \mathbf{i} + C_2 \mathbf{j} + C_3 \mathbf{k}.$$

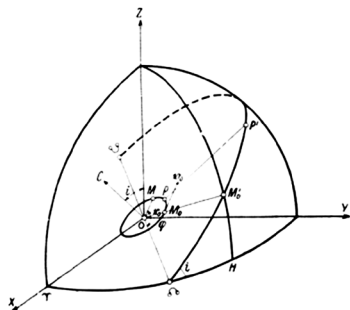
За $t = t_0$ добива једначина (15), због (18), овај с блик:

$$(21) \quad \mathbf{C} = [t_0, v_0]$$

или, због претходних једначина,

$$\begin{array}{ccccccc} & & & \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} & \\ C_1 \mathbf{i} + C_2 \mathbf{j} + C_3 \mathbf{k} = & x_0 & y_0 & z_0 & & & \\ & v_1 & v_2 & v_3 & & & \end{array}$$

Развијемо ли горњу детерминанту, то добијамо, множећи



добивену векторску једначину скаларно са $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ и $\mathbf{k}$, ове три скаларне једначине:

$$(22) \quad \begin{cases} C_1 = x_0 v_1 - z_0 v_2 \\ C_2 = z_0 v_1 - x_0 v_3 \\ C_3 = x_0 v_2 - y_0 v_3 \end{cases}$$

47

које нам дају координате вектора $\mathbf{C}$; његов је модуо

$$(23) \quad C = \sqrt{C_1^2 + C_2^2 + C_3^2}.$$

Раван планетске путање стоји нормално на вектору $\mathbf{C}$, па затвара због тога са равни $X-Y$ исти онај угао i што га затвара вектор $\mathbf{C}$ са осом Z . Тај је угао дат једначином:

$$(24) \quad C = C_3 \cos i.$$

Угао i зове се *нагиб планетске равни*, он лежи између 0 и π ; кад је већи од $\frac{\pi}{2}$ креће се планета ретроградно.

Раван планетске путање сече раван $X-Y$ дуж праве Ω која се зове *линијом чворова*. Продорна тачка те праве са привидном небеском сфером у којој се планета успне изнад равни $X-Y$, у правцу позитивног Z , зове се *улазни чвор*. Угао Ω што га правца линије чворова, наперен ка излазном чвору M , затвара са осом X , дакле дуг γ небеске сфере, зове се *лонгитудом улазног чвора*. Ту координату наћићемо на овај начин. Проекција вектора $\mathbf{C}$ у равни $X-Y$ има скаларну величину $C_1 = C \sin i$, а затвара са осом X угао који ћемо означити са α . Зато је:

$$C_1 = C_3 \cos \alpha = C \cos \alpha \sin i$$

$$C_2 = C_3 \sin \alpha = C \sin \alpha \sin i$$

Линија чворова стоји нормално на овој проекцији, па њена грана, наперена према улазном чвору M , затвара са осом X угао $\Omega = \alpha + \frac{\pi}{2}$. Зато је $\alpha = \Omega - \frac{\pi}{2}$. Стављајући ово у претходне једначине, добијамо:

$$(25) \quad C_1 = C \sin \Omega \sin i$$

$$(26) \quad C_2 = -C \cos \Omega \sin i.$$

Једначине (24), (25), (26) одређују једнозначно величине i и Ω , т. ј. положај равни планетске путање.

§ 11. Облик путање. Одаберимо у равни планетске путање поларни координатни систем тако да његов пол O лежи у центру Сунца, а његова поларна оса да је наперена према

Слика 5. На слици приказаној на 46. страни Миланковићевих „Основа небеске механике“ из 1947. године, графички је представљена веза између класичних елиптичких и векторских елемената кретања

Поред већ поменутих предности векторских елемената у односу на класичне Кеплерове треба рећи и то да постоје и други примери где је употреба векторских елемената погоднија, али да такође постоје и обрнути примери где је лакше радити са Кеплеровим елиптичким елементима. Тако нпр., ако нас интересује релативна брзина два небеска тела, много је једноставније користити векторске елементе. Са друге стране, ако желимо да закључимо нешто о облику путање неке планете, астероида или комете око Сунца, за то су много погоднији елиптички елементи.

Из тог разлога веома је важно то што постоји јасна веза између ова два скупа елемената, те је, стога, лако прећи са једних на друге, што је Миланковић и сам нагласио у својим „Основама небеске механике“, где је дао и једначине преласка између ова два типа елемената кретања.

ЗАКЉУЧАК

Приликом решавања појединих проблема научници долазе до различитих резултата. Иако су они скоро увек уверени у њихову оправданост, поткрепљујући их различитим доказима, само неки од тих резултата се потврђују током времена. Многи научници и не доживе тренутак прихватања и потпунију афирмацију својих резултата. Такав је био случај и са Милутином Миланковићем. Овог великог српског научника није мимоишла судбина оних који су дали значајне резултате не дочекавши да виде прихватања тих резултата и њихову афирмацију. Када је реч о нашој средини, он је неко време био скоро потпуно заборављен, па чак и данас, у време када су започета шира истраживања његовог живота и рада, он није довољно добро познат широј јавности. Ипак, данас смо у прилици да се из бројних извора упознамо са резултатима овог ствараоца и укажемо на њихов значај.

У средишту Миланковићеве шеме наука налазе се математичке науке. Он је био подстакнут ставом Имануела Канта да у свакој засебној науци има толико праве науке колико је у њој заступљена математика. У својим општенаучним синтезама Миланковић следи природно-научне традиције, њутновске идеје, идеје других мислилаца о васиони као механизму који је одређен извесним законитостима и у том погледу он се разликује од свог предходника, деде Уроша Миланковића. Његов истраживачки дух је био заокупљен конкретним феноменима, изучавајући конкретне и врло различите феномене трагао је за општим релацијама и законима манифестовања тих феномена.

И сам Миланковић је о себи много тога рекао, а вероватно највише у свом чувеном делу „Кроз васиону и векове”, због кога су га многи с правом назвали путником кроз простор и време, што ће остати његов синоним за сва времена. И поред свега, много тога је остало недоречено. Њега смо срели у прошлости и као путника и као тумача промене климе тих прохујалих времена. Упознали смо га и у садашњости, био је реалан човек коме ништа што је људско није било страно. Такође, налазимо га и у будућности, опет је његов циклус осунчавања светионик за све оно што је пред нама. За Милутина Миланковића време као да не постоји, он је присутан свуда.

Признања за резултате његовог научног раду, бројна су и значајна. Године 1982. у Палисаду (САД) је организован симпозијум под називом „Миланковић и клима” на коме је учествовало више од 90 најеминентнијих научника из целог света. Све их је окупило име и дело нашег генија, али и могућност даљег усавршавања и истраживања када је у питању

интеракција Сунце–Земља и бројни други пратећи ефекти. Године 1988. у Перуђи (Италија) је организован научни скуп под називом „Циклостратиграфија” на коме је званично промовисана нова истраживачка метода која у основи има Миланковићеве циклусе осунчавања, а које у ритмичким сменама слојева стена детектује хладније и топлије циклусе кроз које је прошла наша планета. Поводом стогодишњице рођења Милутина Миланковића, 1979. године, Српска академија наука и уметности (САНУ), организовала је у Београду међународни научни скуп под називом „Живот и дело Милутина Миланковића 1879–1979”, а делом и у Осијеку и Даљу. Свакако треба још поменути и скуп под насловом „Стваралаштво Милутина Миланковића”, који је 2004. године одржан у Даљу (Република Хрватска), а који је такође организовала САНУ. Поред поменутих, одржан је и велики број других скупова посвећених овом великану светске науке, како у нашој земљи тако и у иностранству.



Слика 6. Медаља „Милутин Миланковић” коју Европска геофизичка унија (European Geosciences Union) додељује од 1993. године за изванредне резултате у истраживањима и моделирању климатских промена у дугим временским интервалима.

У част његових научних открића Европско геофизичко друштво, од 1993. године, додељује медаљу „Милутин Миланковић” на својим годишњим скупштинама. На XIV конгресу Међународне астрономске уније у Брајтону, његово име добио је један кратер на невидљивој страни Месеца, док је на XV Конгресу Међународне астрономске уније у Сиднеју име Милутина Миланковића додељено и једном кратеру на Марсу. Коначно,

једна мала планета (астероид 1605) откривена 1936. године од стране Милорада Протића и Пере Ђурковића са Астрономске опсерваторије у Београду добила је име (1605) Миланковић.

БИБЛИОГРАФИЈА:

1. М. Димитријевић: *Милутиин Миланковић и асџрономија*. Публикације Астрономске опсерваторије у Београду, бр. 67, 39–49 (2000).
2. Z. Knežević: *Milutin Milankovic and the astronomical theory of climate changes*. *Europhysics News* Vol. 41, No. 3, pp. 17–20 (2010).
3. З. Кнежевић: *Милутиин Миланковић, асџроном*. Зборник радова с Међународног симпозијума Стваралаштво Милутина Миланковића, Даљ, 2004, Београд: САНУ (2009).
4. М. Миланковић: *Особине креџања у једном сџецијализираном ѓроблему ѓрију ѓела*. ГЛАС Српске Краљевске Академије, књ. LXXIX, 218–222 (1910).
5. М. Миланковић: *О оџшџим инџеџралима ѓроблема п ѓела*, Српске Краљевске Академије. књ. LXXXIII, 156–196 (1911).
6. М. Миланковић: *Небеска механика*. Универзитетски уџбеник, Задужбина Луке Ђеловића-Требињца, Београд (1935).
7. М. Миланковић: *О уџоџреби векџорских елеменаџа у рачуну ѓланеџских ѓоремеџаја*. ГЛАС Српске Краљевске Академије, књ. CLXXXI, 1–72 (1939).
8. М. Миланковић: *Основи небеске механике*. Универзитетски уџбеник, Просвета, Београд (1947).
9. М. Миланковић: *Кроз васиону и векове*. Техничка књига, Београд (1952).
10. Н. Пејовић: *Digitisation of textbook Nebeska mehanika by Milutin Milanković*. НЦД Преглед, 63–68 (2011).
11. Б. Поповић: *Небеска механика и њена ѓримена у делима М. Миланковића*. Васиона XXVII, br. 4 (1979).
12. Б. Шеварлић: *Миланковићева асџрономска оџкрића*. Васиона XXVII, бр. 4 (1979).

Универзитет у Београду
Математички факултет
Београд
e-mail: bojan@matf.bg.ac.rs

КЊИЖЕВНО ДЕЛО МИЛУТИНА МИЛАНКОВИЋА

Славица Гароња Радованац

Ајсџракић: Милутин Миланковић није постигао само значајне резултате у научној делатности по чему је познат у светским оквирима. Он је био и веома књижевно образован. Остварио је значајан књижевни опус у области мемоаристике, као писац романа и прозне књиге. Наш циљ је да прикажемо садржај и анализу Миланковићевог књижевног стваралаштва.

Заједничка карактеристика три највећа српска научника светског гласа – Николе Тесле, Милутина Миланковића и Михаила Пупина била је да су, уз своје примарно деловање из области егзактних наука, били и веома књижевно образовани, и не само то – они су остварили и значајан књижевни опус у области мемоаристике, која у том смислу долази међу најбоље у српској књижевности. Подсетимо се, Михаило Пупин између два светска рата пише своје чувено дело *Са њашњака до научењака* (1923, превод на српски 1929), за које у Америци добија Пулицерову награду; Никола Тесла, нешто раније, објављује аутобиографска сећања под насловом *Моји изуми*, првобитно у наставцима у америчкој штампи (*Century magazine*, 1894), док је књижевна фигура Милутина Миланковића сасвим особена. Уз бриљантне мемоаре под насловом *Успомене, доживљаји, сазнања*, постхумно и позно објављене тек седамдесетих (1979), односно у целини деведесетих година XX века (1997, сва три тома), Миланковић је познат и као писац романа *Кроз васиону и векове*, написаног и објављеног између два светска рата (1926-1928).

Можда је управо основна делатност М. Миланковића у свету егзактних наука и његово значајно место у њима у светским размерама, скрајнуло пажњу истраживача са његове значајне књижевне делатности, укупно најобимније међу споменутиим научницима. Понекад, очигледно, полихисторичне личности, а то је у пуном смислу био и Миланковић, остварујући се у више различитих духовних области, имају (не)срећу да само једна од њих добије примат у јавној рецепцији, док друге остају, на неки начин, занемарене. Тако је очигледно било и у Миланковићевом случају, чија се књижевна дела значајније изучавају, обнављају и прештампавају у нашој средини тек у првој деценији XXI века, оглашавајући да Миланковићево књижевно дело тек почиње свој живот у српској култури.

1.

Хронолошки гледано, Миланковић је своју књижевну делатност започео фикционалном књижевношћу, у правом смислу постмодернистичким романом *Кроз васиону и векове*. Објављивано у свескама Летописа Матице српске, у периоду од 1926. до 1928, са скромним поднасловом *Писма једној асиронома*, а потом у Матици српској и као засебно издање, дело *Кроз васиону и векове* представљало је једну од најчитанијих књига између два светска рата, са три српска и два немачка издања. Ипак, по самом Миланковићу о овој књизи никада ни један наш тадашњи критичар није написао ни реч. Посматрано из данашње позиције, реч је свакако о делу које у правом смислу представља хибридни жанр, сачињен од комбинације епистоларног, аутобиографског, путописног, историјске фикције, научне фантастике и реалистичке прозе. Са окосницом у епистоларној форми, где свако поглавље представља писмо упућено неименованој кореспонденткињи, крајње лабаве композиције, на тешко одредивој граници између фантастике и реалног документа, рађен техником фрагментата, роман *Кроз васиону и векове*, по свим наведеним елементима, као да је написан у наше дане. До ове форме Миланковић-писац је дошао давно и спонтано.

Емотивни нуклеус ове прозе представља Жена, као основни покретачки мотив пишчеве инспирације. То је неименована девојка, која потиче из земаља немачког говорног подручја, док јој се писац већ на крају романа обраћа као удатој госпођи, којој обећава да ће је посетити у њеној „калвинској вароши“. Мада су њихови „стварни“ сусрети уговорани током читаве преписке, они се у роману никада не срећу. Писац и његова кореспонденткиња су заједно само у имагинарним световима пишчеве маште, у далекој прошлости и у космичкој будућности.

На недефинисаној граници између стварности и маште, тако писац постаје јунак властитог дела, чиме је извршио и својеврсну „провалу“ у радњу свог романа, што чини да управо данас Миланковићево дело доживљавамо као постмодернистичко. Полазећи од реалних околности сопственог живота, писац се као један од јунака свог романа упушта у двоструко путовање: кроз стварне дестинације, са којих пише неименованој драгој, и имагинарне – када са фиктивном драгом прелази невероватне временске и просторне даљине, походи далеке светове прошлости, односно, фантастичне светове будућности. Писма/ поглавља, додатно су атрактивизована различитим топонимима настанка: од пароброда „Сатурнус“ на Дунаву, којим писац/јунак пливи из Беча, преко Атине и Цариграда, до Београда и родног Даља (што су све стварне географске

тачке кретања у пищевом животу, током тог периода). Тако, три писма из Београда, датирана у чувеној Миланковићевој радној соби у Капетан Мишином здању Београдског Универзитета – где смо управо и ми сада – означавају тематско усмерење романа, изазвано „удовољењем жеље Непознате за знањима из астрономије”, која представљају прелазак у домен фикције. Она је започета заједничком посетом Вавилонској кули, у доба освита цивилизације, где ће двоје главних јунака лично видети саме почетке астрономске науке. Потом, кроз писма из Атине (где је Миланковић тада стварно службено боравио) на исти начин, адекватно одевени у одећу античке прошлости, „хитон”, њих двоје ће се (након туристичке гужве) састати на зидинама Акропоља и присуствовати разговору Аристотела и Теофраста, али чути и управо пристиглу вест гласника – да је у далеком Вавилону, изненада преминуо Александар Велики. Потом, у писмима из Београда, писац договара са Незнанком ново имагинарно путовање Архимедовим бродом (чудом ондашње бродоградње) из Сиракузе за Александрију, са препорукама исписаним на папирусу, лично за Ератостена.

Импресивне су странице, нарочито за љубитеље културне историје, Миланковићевог прецизног описа чувене Александријске библиотеке, спаљене пре толико векова, а коју њих двоје, уз ученог Ератостена, обилазе, као и слике саме Александрије, са њених „осам великих мудраца, копчи источног и западног научног света”. Лутања Александријом прекидају се хуморним подсећањем аутора писма да вечерас има рибарско вече са пријатељима (судећи по мемоарима, у редовној организацији чувеног математичара и пријатеља Мике Аласа) и да мора да га заврши.

Група писама датираних у Цариграду, у којима је представљен реалан оквир Миланковићевог живота (Конгрес православних цркава о новом календару на којем је лично учествовао 1923), започетих, маштовито, у чувеном „Оријент-Експресу” (возу на релацији Париз–Београд–Истанбул), а настављених сменом реалних збивања на Конгресу (живо је описан тренутак великог научниковог открића, у соби хотела, најтачнијег календара на свету, што је он духовито упоредио са њухом ловачког пса – тзв. „спри”), у којима су садржане и приче о Клеопатри „најлепшој жени света”, као и једна од прворазредних мистификација (поглавље „Прича пергаментских листића”), у којима незауостављива машта писца изнова открива делове некада повезаних и изгубљених сабраних Архимедових дела, сада само палимпсеста, из којих Миланковић твори праву антологијску прозу.

Најзад, тематски последњу групу писама Незнанки сачињавају писма из Миланковићеве родне кући у Даљу, потом из Беча и Београда, која

предостављају заокрет из света прошлости старог века ка фантастичним световима будућности. Из породичне баште писац са драгом остварује још једном имагинарне походе у сва три временска плана – даљу прошлост (епизода о Галилеју, Кеплеру и Њутну, не без сентименталности и прича о „очинском дому” и сопственом детињству у Даљу), док последњим писмима Миланковић започиње своје велико космичко путовање са Незнанком „кроз васиону и векове”, које можемо назвати блиставим страницама научне фантастике у српској књижевности. Са великом прецизношћу али и незаустављивом маштом, у некој врсти технички прецизно осликаног васионског брода, као и космичких скафандера, двоје јунака посећује Земљу, али у доба када се она као ужарена лопта тек хладила. Ови пасуси приказују Миланковића и као уметника са неоспорно песничким даром.

Оригиналан је, у том смислу, Миланковићев поступак паралелног навођења цитата из Светог писма о постанку света/Земље, у којима он налази потврду и веома прецизне астрономске законитости Земљиног настанка тумачећи их Незнанки. Најзад, у 31. писму/поглављу, остварен је и футуристички пут на Месец, у свемирском возу (некој врсти васионског брода), необично близак стварним достигнућима човечанства у другој половини XX века). Завршна писма, датирана опет у немачким земљама (Киб на Семерингу, Салзбург) са путописним пасажима о тим местима, доследно се наставља летом на Венеру, а затим и дуж читавог Сунчевог система, чиме се пишчева имагинација изједначаје са космосом, у бескрају. Нема сумње, Миланковићев ум је заиста ходао по тим световима.

Завршно поглавље у Даљу, такође брише границу између стварности и фикције, данас тако омиљеног постмодернистичког поступка. („Ви желите, дакле, да се астрономска писма која сам Вам некада писао предаду јавности и уверавате ме да ће се она допасти многим читаоцима...”). Доследно, као у великим романима, Миланковић ово дело довршава – продајом очевог имања и куће у Даљу (иако је то стварно уследило тек двадесет година доцније, непосредно након Другог светског рата). Визија се тиме у потпуности стопила са стварним животом писца, односно, избрисала се граница која раздваја стварност од маште. У одабиру симболичких тачака властитог живота, које је прерадио у прворазредне литерарне чињенице и пре мемоарског исказа, поступком мистификације, Миланковић је као писац у делу *Кроз васиону и векове* показао не само изузетан књижевни таленат, већ је овим делом ушао у клуб аутора светски признатих књижевних остварења.

2.

Да роман *Кроз васиону и векове* није случајан литерарни производ разиграног духа Милутина Миланковића сведочи и његова позна збирка прича *Кроз царсџво науке* (1950). Ова књига је настајала у специфичним, ратним условима, усред окупације и по времену писања комплементарна је са завршним поглављима трећег тома Миланковићевих мемоара. Насловивши је у поднаслову као *Слике из животоа великих научника*, и сам Миланковић, чини се, није био свестан вредности свог књижевног рада, очигледно сматрајући своју књижевну делатност само другостепеном, креативном забавом и допуном свом научном раду, па је, тако, своје писање и одредио као „популарну науку”, чиме је дуго и сам искључио могућности његовог тумачења у оквиру литературе.

Шта је подстакло великог научника да оствари ову књигу, која је била, свакако, више од литерарне разбјибриге, или духовне терапије у тешким временима? Годинама се велики научник носио мишљу да литерарно оживи животе најпознатијих научника, оних који су на њега лично оставили највећи утисак и од којих је примио највећи утицај. О њима је имао и солидну литературу у свом дому у Професорској колонији у Београду. У условима окупације, када је времена имао напретек, али у тим тренуцима писањем остварујући и својеврстан ментални отклон од ратних и тешких животних прилика окупације, писац се коначно вратио свом давно планираном науку – и то на оригиналан и креативан начин. По личном сведочењу у мемоарима, све је започело као духовна игра, дописивањем једног Виландовог текста из 1781. Домишљајући из те приче дијалог два тад највећа античка филозофа: Демокрита и Хипократа, Миланковић ствара своју прву причу *Демокриџос*, која би могла ући у сваку антологију савремене српске приповетке.

Читава прича заснована је на анегдоти: становници града Абдере позивају Хипократа, славног лекара, да испита неуравнотеженост Демокрита и то писмено потврди. Након упознавања и дијалога два најузвишенија античка ума, Хипократ утврди супротно: да је Демокрит једини житељ њихове вароши који је душевно потпуно читав! Позорница збивања у Миланковићевој причи, сва је у дионизијском култу обожавања живота и његових радости, попут уводне, живописне и хумористичке сцене на пијаци:

„Било је то, ако се не варам, године 397. пре нове ере, претпоследњег дана месеца априла. У те дане је пролеће као што знам из властитог искуства, лепше но у којегод било друго његово доба, а боравак на обалама Трако је најугоднији. Њене пољане су сочно-зелене, море је ведро-плаво,

ваздух мио, иако несташан; његов весели дах подмлађује копно и море” (275).¹

Да би се избегла патетика, цео приказ је уоквирен комичним врхунцем, датим у приказу уплашеног „номофилаксовог” магарца, са чијих леђа је одједном полетела сва купљена роба на пијаци:

„Зеље, воће и рибе – све полете у великом луку мајци земљи у крило. За трен ока лежаху на земљи испретурани краставци, артичоке, наранџе, трешње и јагоде, јаретина и говедина, а рибе се праћакаху у прашини...” (282).

Демокритов громогласни смех на рачун „номофилакса”, увођење је славног античког филозофа у радњу.

У највећем броју прича из антике, приповедање тече са лежерношћу свезнајућег приповедача, док у већини прича из новијих епоха, као један од јунака у прози, присутан је и сам писац. Дакле, примењујући поступак као и у свом роману *Кроз васиону и векове*, писац се, по начелима савременог постмодернистичког дискурса умешао у радњу и животе својих литерарних јунака. Он се, одевен у одећу епохе о којој приповеда, дружи и разговара са својим јунацима, доживљава са њима заједничка путовања, ратове, пријатељства и аудијенције... Изузетак је једино начињен у причи *Пиџаџора*. Писац овде лично не упознаје свог главног јунака, већ себи даје улогу притајеног посматрача, ослушкујући Питагору и његове ученике, у „очигледној” настави испод чистог, звезданог неба, када, у величанственој атмосфери, штапом упртим у небо, чувени учитељ исписује пред ученицима космичке једначине. И завршетак ове приче обележен је хуморним епилогом: након Питагориног ноћног предавања, један од заспалих ученика са урођеном маном (краћом ногом), којем су другови из обести бацили сандалу са дебелим дрвеним ђоном, изненада се пробудио:

„Неки од њих зграбише неколико камичака и бацише их на Паролоса који је још спавао. Он се трже из сна и појури за њима, поскакујући на левој нози” (274).

Прича о Аристотелу, изведена је такође без директног учешћа писца у радњи. Писац бира из Аристотеловог живота само један, али важан тренутак: долазак уплашеног, провинцијског осамнаестогодишњег младића из Страгире у престоницу Атину, са намером да из ње што пре побегне. Међутим, приказ успона на Акропољ, и нарочито Аристотелово заустављање пред Партеноном, фасцинираност храмом, ствара душевни преокрет у њему, и, нема сумње, пишчев је лични доживљај. Поглед младића, затеченог лепотом фриза Партенона, послужио је за једно од

¹ Сви наводи су према издању *Сабраних дела Милуџина Миланковића*, књ. 4, Завода за уџбенике и наставна средства, Београд, 1997.

генијалних Аристотелових открића: проблема кинематике и оптичких последица релативног кретања.

Основа за причу *Аристѡрахос са Самоса*, која се догађа у Александрији, у чувеном Музеиону, дата је кроз љубавни мотив, као покретач радње. Надарени млади научник Аристрахос, у безнадежној љубави према прелепој кћери Птоломеја, сублимирао је своју љубавну чежњу у љубав према науци, створивши први у историји, генијалну теорију о хелиоцентричном систему. И девојка, која није равнодушна према њему, омогућава код оца, када је уследио прогон научника због његових смелих тврдњи, да он неопажен отплови из Александрије. „Нико више никада није чуо за њега”, завршава писац.

Једна од најбољих прича из ове књиге, свакако је она посвећена Архимеду. Писац је изабрао драматичан историјски тренутак са којим се укрстио живот (и смрт) славног научника, а то је римска опсада Сиракузе на Сицилији. Док римске легије продире у град, Архимед је заокупљен својим великим (последњим) капиталним делом, које убрзано довршава на свицима папируса и не примећујући злокобно приближавање римске војске. И крај ове приче је достојан највећих мајстора пера: духовно великог и несавитљивог научника, бесног што су га омели упадом у лабораторију, римски војници варварски убијају. Отимајући се у пљачки о плен, они цепају трубе папируса са епохалним открићем о интегралном рачуну и геометријским фигурама, Архимедовим ремек-делом које више никада у историји човечанства неће бити поново написано.

И у осталим причама из књиге *Кроз царствено науке*, из каснијих периода развоја науке у крилу западног хришћанства, провејавају особности Миланковићеве књижевне поетике: оригиналан избор мотива (угао гледања и посебно битан детаљ из живота личности коју описује), мистификација, алегорија, депатетизација, (сада готово са обавезним уласком писца у епоху и у живот својих јунака о којима говори). Тако прича о Николи Копернику прати долазак младог болоњског студента Коперника у манастир Светог Павла крај Рима. Рад у Ватиканској библиотеци, над збирком рукописа александријског научника Аристраха и питагорејаца, Коперника доводи до поновног открића хелиоцентричног система света. У епилогу, уместо било каквог коментара, писац само наводи документ католичке Свете Конгрегације, којим се осуђује као јеретичка наука Питагорејаца, „како је проповедају Коперник и неки други...”.

И у причи о Исаку Њутну, нема сумње, писац је позајмио много од својих личних животних и научних недоумица и искустава кроз која је сам прошао. У раскошном опису Њутнове куће из XVII века, и у сцени за вечером која окупља Њутнову породицу, неодољиво се намеће асоција-

ција са атмосфером и топлином која је владала у окупљањима његове породице у Даљу. Писац прати свог јунака, такође кроз један специфичан тренутак и то сентименталне природе, када је млади Њутн морао да бира између науке и љубави према девојци из родног места. Муке одлуке приказане су тако уверљиво да такође могу имати аутобиографску подлогу у самом личном животу писца. Симболично, одлука је пала онога дана када је Њутн видео у излогу новопридошле робе једну стаклену призму, неопходну за његове опите, и када је мајци свечано изјавио да се од тог дана „венчао са науком”.

Последња прича, *Чарлс Дарвин*, понешто се разликује од наведених. Дата је као лична посета самог писца славном научнику, иначе противнику Кивијеа, на његовом сеоском имању у Дауну, у Енглеској. Писац реалистички описује своје путовање прашњавим путем од Лондона до Дарвиновог имања, где га дочекује Дарвинова брижна и добра жена, са чопором унучади. Свакодневица и идила у којој је најмање науке, одваја ову приповетку од осталих. Дарвин је приказан као старац на заласку живота, као научник који је доживео све почаст и врхунац славе у научној каријери, али и као остварен породични човек. Тако је на најбољи начин Миланковић у својим причама још једном проживео можда и најважније сцене из властитог живота.

Овим причама Миланковић је само потврдио свој изузетан књижевни дар, винувши се у просторе креације и стваралачке слободе, које можда себи не би допустио да је радио у неком другом времену и под другачијим околностима. Оне су за остарелог научника, у туробним окупацијским данима, сем „забаве”, имале неоспорно и духовно-терапеутско дејство, потврђујући правило да су најбоља уметничка дела настајала у некој ванредној друштвеној ситуацији (најчешће ратној), далеко од свакодневице и стварних прилика, и тим више налазећи инспирацију у далекој прошлости (пример за то је и настанак најважнијих романа Иве Андрића). То се у најбољем смислу може применити и на ову Миланковићеву књигу. Одабрани Миланковићеви ликови научника су фикционализовани, дакле дати као књижевни јунаци, са упечатљивим, људским карактеристикама (и несавршеностима), у раскошном колориту свог времена, у свакодневици која је често и банална, и стога људска, али и са тренуцима оног божанског надахнућа када се, поручује мудри писац, из божанске искре јављају они блескови спознаја и великих (научних) открића, који и јесу, усред тривијалности живљења и живота, истински продори човечанства, али и остварење вечности у појединцу и његовој пролазности.

3.

Миланковићеви тротомни мемоари, објављени 1979, интегрално 1997, са закашњењем од скоро пола stoleћа, свакако су кључни за сагледавање његовог књижевног и научног развоја, али и књижевних утицаја, најзад и пример његовог брижљиво однегованог књижевног стила и језика. Своје мемоаре, писац је прецизно поделио у три периода: *Детинство и младост* (1879–1909); *Из година 1909. до 1914* (прелазак из Беча у Београд и период до Другог светског рата); *После 1944. године* (период окупације и наставак научног рада).

Литерарни образац у мемоарима примењиван је на свим нивоима текста (у формалном, односно, композиционом смислу), али и кроз јединствену филозофску потку, тј. поглед на свет, а унутар текста и разноврсним књижевно-уметничким поступцима, као и богатом, литераризованом употребом језика. Животни став који налазимо у Миланковићевим мемоарима – да се „наживао живота и свих његових лепота“, доиста је редак за српске историјске (не)прилике, за човека нашег поднебља, човека пониклог са овог тла, који временом рођења није могао да избегне, на пример, један локални (Балкански) и два светска рата. Та духовна ведрина краси све чега се пером у својим мемоарима Миланковић дотакао. Миланковићеве мемоаре такође одликује линеарна нарација, подељена у тематски насловљена поглавља.

Систематичност његовог излагања и временски распон у мемоарима су изузетни – он започиње од времена давно пре свог рођења, условно, захватајући историју сопственог народа (од сеобе Срба 1690, под патријархом Арсенијем Чарнојевићем). У занимању за сопствене корене, Миланковић реконструише, уз доиста импресиван родослов своје породице од осам покољења – стар преко двеста педесет година – дакле и историју војвођанских Срба, како сам каже, у које убраја и оне Србе насељене на левој страни Дунава, у источној Славонији (Даљ, Бијело Брдо, Борово, Ердут), међу којима су и његови преци били значајни представници српске историје и културе XVIII и XIX века. По континуитету и значају родослов породице Миланковић може се поредити само са још једним генеолошким стаблом, такође Срба из Хрватске – Медаковићима (књижевно оваплоћених у петотомним мемоарима *Ефемерис* Дејана Медаковића). За разлику од Медаковићевих предака, који су се појавили у књижевности и политици у некадашњем аустријском царству, Миланковићеви преци су највеће појединце дали науци и уметности, и никада се нису бавили политиком, што као једну од основних одлика којима се поноси, истиче и сам Миланковић.

Посебно поглавље у мемоарима, стога, Миланковић посвећује првом значајном Миланковићу у том родослову, брату свога деде, Урошу Миланковићу, који је умро без потомства, али којег, на неки начин, он издваја као свог духовног претка. Дајући својеврсне литерарне портрете предака, Миланковић све документује сачуваним предметима, архивом, трговачким књигама, писмима и преписком са значајним личностима XVIII и XIX века, књигама и часописима из богате породичне библиотеке у Даљу, док физички изглед и опис предака врши према њиховим сачуваним бројним уљаним портретима који су красили кућу, а који су били радови познатих српских барокних сликара. Наводећи у мемоарима да је само мањи део те велике породичне архиве пренео код себе у Београд, ни сам Миланковић није слутио да је тиме део вредније документације породице спасао сигурне пропасти, јер је нажалост, огромно богатство вековима наслеђиваних породичних драгоцености пропало у породичној кући у Даљу, на самом крају Другог светског рата.

Потпуни литерарни замах Миланковићеви мемоари добијају са првим сећањима из његовог најранијег детињства, која су, по накнадном пишевом прорачуну, започела од друге године живота и представљају заиста фасцинантно људско памћење. Поглављем „Кућа” (са њеним нацртом), Миланковић даје маха својој литерарној вокацији. Комбинацијом важних тачака „спољашње биографије”, а још више пратећи и свој унутрашњи духовни развој, Миланковић успева да на матрици сопственог животног искуства, раскошно прикаже живот и прилике у нашим крајевима, али и Средњој Европи, од краја XIX до половине XX века. Ми, наравно, овом приликом нећемо наводити све књижевне вредности анализираних у ранијим радовима, али ћемо поменути неке од најважнијих елемената Миланковићевог литерарног поступка, употребљеног у овом обимном мемоарском делу. То су: нарација, дескрипција, жанр-сцене, дијалог, портрети, путописни пасажии, литерарне реминисценције, лексички наноси из народне књижевности, чиме Миланковић ствара сопствени и аутентичан литерарни исказ.

О књижевним узорима и литерарним утицајима и сам Миланковић пише врло опширно у првим поглављима о свом детињству. Ти утицаји су текли спонтано и од најранијих дана, а падали су на изузетно плодно тле маштовитог дечака, склоног сањарењу, који је сатима био у стању да живи у свом свету фантазија. Први утицаји у најранијим годинама (сем вежбања из математике) везани су за његовог рано преминулог оца, Милана. Он му је читао Вукове *Српске народне ђесме*, међу којима је Миланковић, наводи, чувши само једном песму о Марку Краљевићу и Муси Кесеџији, након поновљеног читања, исте вечери оцу је изгово-

рио напамет. У гимназијским данима у Осијеку, Миланковић упознаје великане немачке класике и чита их у оригиналу: Гетеа, Шилера, затим преводе Хомера и Шекспира, наводећи такође да је и те стихове тада научио напамет за цео живот. Имајући и у родној кући богату библиотеку наслеђену од предака, за које с поносом наводи да су били претплаћени „на сваку српску књигу” која је штампана током XVIII и XIX века, лишен материјалних брига, надарени дечак био је у могућности да из Беча, од немачких књижара поручи сваки нови наслов који би запазио у редовним годишњим каталозима и да му жељена књига већ исте недеље буде испоручена бродом из Беча, на даљско пристаниште, које је било недалеко од дечакове куће. Још као студент бечке технике, читавао једно лето проводи у Женеви „одредивши себи да прочита 10.000 страница на француском језику”, како би савладао и тај језик. Нарочито је ишчитавао Русоа због блискости са његовим ставовима о природи. То је углавном сва и веома солидна предспрема Миланковићева у литерарном стилу и изразу, коју је он оригинално разрадио и надоградио у својим делима, са честим литерарним реминисценцијама из ових прочитаних и омиљених лектира. По сопственом признању, домаћу, савремену књижевност никада није посебно пратио.

Уз видну систематичност излагања у мемоарима, која крећу од кратке историје аустро-турских ратова са последицом сеобе Срба под патријархом Чарнојевићем крајем XVII века и описа родног Даља, Миланковић спонтано почиње да се служи литерарним језиком и остварује свој аутентичан литерарни свет. То се пре свега односи на описе пејзажа родног Даља (поток Јама, или храм Св. Димитрија), што одаје естету са великим смислом запажања склада творевина људских руку са светом природе.

И портрети предака, креирани према причама старијих, а потом и према властитим сећањима, представљају Миланковића као великог писца реалисту, чија се импозантна галерија упечатљивих ликова остварених у овим мемоарима може бројчано мерити са ликовима у великим романима-рекама XIX и XX века (Толстој, Шолохов). Као мајстор за реалистичку сцену Миланковић, између осталих, тако описује и муњевиту љубав која се десила између његових родитеља, хуморно заокружујући све коментаром да се та љубав плодносно излила на породицу у којој је настало бројно потомство (које је започело рођењем самог Миланковића и његове сестре, близнакиње).

Супротно претходним примерима, изразито реалистичког дискурса, Миланковићев стил карактеришу и лирски пасажии, нарочито у опису очинског дома у Даљу, и они, посвећени нарочито Дунаву као нуклеусу

и исходишту свих његових најзначајнијих духовних искустава, која ће му и трасирати животни пут. У овим редовима Миланковићев стил је наглашено евокативан, у оној ситуацији када речи имају уметничку улогу да надоместе прошлост које више нема. Са песничким погледом упереним у даљско небо, пред дечаком су се несвесно разоткривале многе нерешене тајне космоса, којима ће се он касније бавити рационално и као научник, али које у овим описима приказују недвосмислено и Миланковићеву песничку природу.

Дунав у Миланковићевим мемоарима има, стога, једну од најлепших литерарних апотеоза. Ова митска река на којој се свакога дана напајало дечаково радознало око, као да је пресудно допринела да се управо са овог простора изнедри један од највећих светских умова. Живописно описане дечакове робинзонске авантуре по обалама Дунава, уоквирује антологијска сцена са јатом даљских гусака, фрагментом такође у улози испољавање дечакове ране надарености и способности за дубља уочавања законитости природе, блиска оним проблемима којима ће се он касније бавити у науци.

Колико је део незаборавне и упечатљиве слике једног непатвореног сеоског живота, Миланковић је задужио српску и хрватску књижевност и описом Осијека – града његове прве младости и места гимназијског школовања, дајући живописне слике овог питомог славонског градића поткрај XIX века. Он је „...добродушна мешавина“, како каже, „разних раса, језика и вера, који су живели маловарошким животом, без икаквих политичких и социјалних трзавица...“. Миланковић је овековечио и свој гимназијски период изврским портретима својих професора Реалне гимназије (професор математике, Варићак, Србин из Оточца у Лици, који је на њега извршио пресудан утицај), дајући у подтексту своја духовна сазревања, али и прве ђачке љубави и заносе.

Бечки период као најпресуднији и најлепши у Миланковићевом животу, оставио је снажан траг и у његовим мемоарима. („Опремљен, како каква удавача, новом опремом смештеном у кофер у који је стало још нешто књига, кренух 5. октобра 1896. у Беч са својим другом Веселином...” (201).² Бечки период у мемоарима М. Миланковића дат је такође кроз паралелно праћење сопственог духовног развоја (откриће метода самосталног решавања математичких проблема), но, не и без слуха и за стварни, опипљиви живот Беча и свих његових лепота, које су се нудиле младом студенту и за које он није остајао слеп. Бечка Опера, у том смислу, за писца представља најлепше сећање из његовог студентског живота

² Сви наводи из мемоара су према издању *Сабраних дела М. Миланковића*, књ. 7, Завода за уџбенике и наставна средства, Београд, 1997.

у престоници Монархије. Странице о Бечу могу се подвести такође под успеле путописне пасаже о једном граду. Оне су комбиноване са друштвеним окружењем – портретима вршњака, студената, и професора, од којих ће тројица бити и у комисији за његов докторски испит (Чубер, Брик и Фингер). Бечки период такође красе и галантне сцене са припадницама лепшег пола. О својим сентименталним бечким успоменама Миланковић пише са пуно стила и рафинираности.

Бечки период у Миланковићевом животу, након докторирања (што је с поносом истакао: „...Тако сам, први од свију Срба, постао доктор техничких наука...”) наставио се инжењерском праксом. Кроз целокупне мемоаре посебно је присутна Миланковићева врлина да апстрактне појмове из својих научних расправа предочи сликовитим језиком, јасно представљеним за обичног читаоца, у сликовитим аналогијама са видљивим светом природе. Тако се један од његових главних проналазака – наручена конструкција водоторња за завичајни град Осијек – генијално разрешава сликовитом паралелом из природе – торњем у облику водене капи! („Водена кап представља, дакле, сићушни, но савршени модел мог резервоара запремине од милион литара” (373)). Сложенија научна проучавања из климатологије, које Миланковић у својим мемоарима назива „првим великим космичким проблемом”, предочио је читаоцу такође чисто песничком аналогијом:

„Наша атмосфера, о томе нема сумње, женске је природе. Она трепери под жарким пољупцима сунца, често се наоблачи и намргоди, а кадгод хуче, бесни и зипара.” Из ове сликовите паралеле настала је његова теорија о осунчавању Земље „и температурама њиме изазваних”.

Велик преокрет у Миланковићевом животу и научној каријери, десио се готово истовремено са Анексионом кризом 1908, када је у жељи да се бави само науком, прихватио позив Београдског универзитета, и 1909. постао његов професор, прихватавши да ради за десет пута мању плату него што ју је као инжењер имао у Бечу. Анексиона криза учинила је, наиме, да се Миланковић по први пут осетио у Аустроугарској „као у непријатељској земљи”. Позив за професора Универзитета у Београду, дошао је, дакле, у прави час.

Тачно 1. октобра 1909, Миланковић је напустио Беч, не без сетно-меланхоличног расположења. Прелазак у Београд, тај велики чин у животу, ипак је хуморно депатетизовао следећом сценом:

„Из куће свога деде Мите, у малој Мишарској улици Београда, пођох на своју нову дужност и крочих у нов живот. *Но већ љри љрвом кораку умало се не сјоѡшакох на сјѡарој неравној калдрми ѡѡдашњег Беоѡрага...*” (подв. С. Г.)

Доласком у Београд и примањем српског држављанства, Миланковић се по први пут осетио, како каже, „у крилу свога народа”. Међутим, ускоро ће са Србијом, Миланковић поделити и све њене ратне недаће. У балканским ратовима учествоваће, по сопственом признању, „у позадини”. Са универзитетским професором Станојем Станојевићем, имаће задатак да, због знања страних језика, контактира са страном штампом. Балкански рат о којем Миланковић оставља низ реалистичких сцена (попут Кумановске битке), заокружује, такође на себи својствен начин, у хуморном тону („...Вратисмо се после двомесечног одуства из крвава рата не омирисавши барут...”).

Пошто га је Први светски рат, јула 1914. затекао у родном Даљу, као српски поданик „на непријатељској територији” интерниран је прво у Осијек, потом у Карловац, затим у Нежидер. Ни у новим околностима, у незавидној ситуацији, Миланковића не напушта ведар дух и оптимизам. Штавише, као да тек у тамници доминира супериорност његовог духа над ограниченом материјалном егзистенцијом. Ноћ у тамници, у којој је завршио захваљујући својој изузетној уобразиљи и започетом решавању великих космичко-климатолошких проблема, он је потпуно духовно неутрализовао, одвојивши се далеко, не само од властите незавидне ситуације, већ и од стварности, са коментаром који спада у најјача места ове прозе:

„Када се обазрех по собици (тамници – прим. С. Г.), запитах се где се налазим. *Изгледало ми је као ђреноћишће на моме ђушовању ђо васиони...*” (483 – подв. С. Г.).

Период Миланковићевог мирнодопског и плодног научног рада између два светска рата у Београду описан је кроз поглавља такође проткана чисто књижевним пасажима. Његово око запажало је све, попут једног типичног радног дана на Позоришном тргу у Београду, у подне, у чувеној кафани „Коларац” где је ручавао са породицом, уз бројне посланике из суседне Народне скупштине – не без сјајних сатиричних жаока, упућених новој политичкој елити – достојних једног Домановића или Нушића.

Посебно место у Миланковићевим мемоарима заузимају и путописна поглавља и пасажии. Живописност стила, уочавање детаља, присутни су већ у опису Беча. Његови дужи или краћи боравци (службени и приватни) у Женеви, Кибу на Семерингу (у Аустрији), Атини, Цариграду или Риму, откривају Миланковића као писца са изузетним даром запажања и недвосмислено уметничком природом. Путопис као жанр је главна литерарна окосница и његових фикционалних дела (*Кроз васиону и векове, Кроз царство науке*).

Запис о Риму на обали Тибра, у самоћи, Миланковић упечатљиво фиксира једном филозофском реминисценцијом:

„Сео бих на једну клупу испод хладовитих стабала који оивичавају реку, одмарао бих се, освежавао и сређивао доживљаје тога дана *да би их начинио усјоменама*.” (подв. С. Г.)

Други светски рат је поново покварио живот (како би рекао Црњански), али не и рад Милутина Миланковића. Срећом, он је неколико дана пре бомбардовања Београда, имао завршено и одштампано своје капитално дело *Канон осунчавања Земље*, чији су штампани табаци чудом избегли пропаст у штампарији. У научној каријери постигао је готово све што један човек може постићи. Свестан тог степеника у животу, ратне дане под немачком окупацијом провео је у својој незнатно оштећеној кући у Професорској колонији у Београду, када су и настала сва три тома ових мемоара. У трећем тому, Миланковић обухвата текуће ратне догађаје: савезничко бомбардовање Београда 1944, прокоментарисано не без отменог цинизма:

„Она разорна бомба која је била пала пред наше склониште пресекала је водовод и електрику, али је колонија (Професорска – прим. С. Г.) била целу ноћ раскошно осветљена ватрометом својих запаљених домова” (711).

Миланковићев закључак на крају мемоара, након виђеног призора спаљеног Математичког института и његове библиотеке, коју је с љубављу скупљао читавог живота, дат је такође у саркастичној помирености са парадоксима новог времена и људске историје:

„Сва дела, часописи и расправе што смо их у току година онде прикупили, ризнице свих мојих знања, све то изгоре до последњег листића... Дигох очи увис и видех вечерње небо зарумењено интензивним црвенилом. Осетих да сам ступио на праг Новог доба...” (728, подв. С. Г.).

Композиционо, мемоаре довршава поглављем о родном Даљу, односно, правом елегијом о разрушеној породичној кући. Наглашавајући да не зна праве виновнике њеног пљачкања, у поглављу под насловом *Некролој моме очинском дому*, Миланковић описује прву послератну посету Даљу и тешку, мада рационалну одлуку, да свој дом прода.

На овом месту Миланковић долази до најзначајније спознаје: речи и језика као чувара у вечности – јер само оно овековечено у речи и (књижевном) тексту, превализали људску пролазност. Може се закључити да је Даљ био и остао митски предео Миланковићеве литературе и свеукупног његовог живота. Њиме започиње и завршава његово обимно мемоарско дело, као својеврсно литерарно завештање.

Миланковић је оставио у својим мемоарима и низ незаборавних портрета личности, својих пријатеља и сарадника, који су данас непро-

цењиво сведочанство у проучавању ових знаменитих личности наше културне прошлости (Михајло Петровић Алас, Богдан Поповић, Иван Ђаја, Станоје Станојевић, ујка Васа-поочим, и још многи други).

Иако са неминовним одблеском пролазности, Миланковићеви мемоари су ипак саткани у славу живота и свих његових лепота, они су једна велика химна животу, литерарно завештање, које постајући ванвремено, чини и дух њиховог творца бесмртним.

Доиста, космополитски дух обележава читаво научно, али и књижевно дело Милутина Миланковића и можемо бити само поносни што се у српском језику учитала тако велика, непоновљива и изузетна људска егзистенција и личност. Миланковићеви духовни дарови, донети и сазнања, дати у његовом књижевном делу требало је да буду одавно наша свакодневица, а младим нараштајима путоказ за будућност и стално надахнуће.

Универзитет у Крагујевцу
Филолошко-уметнички факултет
Крагујевац
e-mail: sgaronja@gmail.com

МИХАИЛО ПЕТРОВИЋ И МИЛУТИН МИЛАНКОВИЋ – ЈЕДНО ВИШЕДЕЦЕНИЈСКО ПРИЈАТЕЉСТВО

Владо Милићевић 1,2

Ајсџракић: Михаило Петровић, познатији у народу као Мика Алас и Милутин Миланковић били су дугогодишњи професори математике на Филозофском факултету Београдског универзитета. Трајало је то више од четири деценије. Остали су упамћени не само као врхунски научници и просветитељи, већ и као велики пријатељи чије је дружење трајало све до смрти Михаила Петровића 1943. године. Математичку науку утемељили су у Србији, применили своја знања и подарили отаџбини и свету нова открића корисна и данас. И Петровић и Миланковић ће остати упамћени и по неким другим доприносима који се веома јасно уочавају и прожимају са савременим догађајима и кретањима у свету:

- а) били су свестрано образоване личности, познавали су више врста послова – што је у потпуности модеран тренд – да би се људи што лакше преквалификовали и прилагодили данашњим брзим и динамичним технолошким променама;
 - б) многе појаве сагледавали су и планетарно, чак и ванпланетарно, што је не само претеча савременог глобализма, већ и доказ њиховог универзалног знања и
 - в) веома дуго су сачували радну динамику, младалачки полет и жеђ за сталним усавршавањем, тако да сасвим поуздано можемо да констатујемо да су остали „вечно зелени научници”.
- Све три наведене категорије су циљ коме данас тежи савремен човек, а ако реално сагледамо да су то Петровић и Миланковић остварили пре више од осам деценија, безмало пре један век, јасно је да тиме имамо у виду личности достојне поштовања и дивљења.

Једно дуго и плодносно пријатељство обележила су двојица српских математичара – Михаило Петровић, Мика Алас и Милутин Миланковић.

Према Миланковићевом казивању (1952. и 1997) и Миланковић-Михаиловићевим успоменама (1946) оно је било *корисно, дујовечно и нејо-мућено*. На основу појединих писаних фрагмената и Миланковићевих мемоарских саопштења могло би се закључити да је отац математичке климе и климатског моделирања на Петровића гледао као на комплексну и никад у потпуности докучиву личност: час га је сагледавао као старијег брата, час као поштованог и уваженог колегу са факултета и Академије,

час као на непоправљивог авантуристу и човека зараженог боемијом и изворном народном музиком, непресушно жељног забава и лудорија, час као на речног, али и морско-океанског аласа коме ни груби и тежачки рибарски послови нису били страни, час као на крутог војничину који није познавао страх од рањавања, смрти и непријатеља, али, у свему томе наведеном, увек је то било са Миланковићевом наглашеном дозом уважавања и поштовања, које никаква тешка искуства, рђави догађаји или странпутице нису могле да преокрену, а још мање да измене.

Миланковић је увек на уму имао једно: Петровић се родио 11 година пре њега, према томе, био је старији у математичкој струци, по докторату, стажу на факултету, Академији, животу у престоном граду, искуственији, по било ком основу да се посматра, па се зато Миланковићево пречанско васпитање (касније и високошколско-аустријско) морало повиновати елементарним основама европског опхођења и понашања, али и традиционалном старосрпско патријархалном – да је старије неизоставно требало уважавати и поштовати.

Можда је зато Петровић и био један од ретких Миланковићевих научних узора? Можда чак и једини?

Први сусрет двојице великих математичара одиграо се, може се то и тако посматрати, посредно или преко Миланковићевог првог, и вероватно најпресуднијег, професора математике Владимира Варићака (1865–1942), који му је једног дана поносито саопштио да се у Београду појавио изузетно надарен млади математички вундеркинд и већ са 26 година постао професор тако знамените науке на Високој школи, образован у Паризу од стране најеминентнијих француских математичара тога доба. Други сусрет, који се збио много касније, иницирао је сам Миланковић, у тренутку када је титуларно постао Петровићу „равноправан”, а опис тог састанка могао би да уђе у све школске анале не само по свом садржају, већ и као доказ о непосредности и једноставности свеукупног Петровићевог бића, оличеног у карактеру и простодушности у опхођењу домара те високошколске установе. Израз његовог чуђења: „Петровић? Не познајем таквог!” могао би да се квалификује и као одговор неприменом обраћању једног страног лица свеколикој београдској породици тога доба, јер је у то време свако свакога познавао, памтио њихове дедове и прадедове, познавао надимке боље него имена, меморисао наличја, а не лица.

Прве године службовања у Београду, као и рад на Филозофском факултету у својству ванредног професора примењене математике у потпуности су одраз темељног Миланковићевог дивљења према колеги Петровићу. У својим белешкама о Мики Аласу он наглашава да су *живели*

и радили као два анђијода, али се баш у томе и огледала сва њихова не само стручна и колегијална, већ и људска привлачност која се толико дуго протезала и дубоко усецала у биће младог придошлице, тако да се исти тај Миланковић, сем вишка килограма зарађених по Микиним добро организованим забавама, пијанкама и масној храни, заразио и вирусом заједништва, да би се на крају, после свега тога и оженио, како сам казује.

Мика Алас, ветропир, зафрконт, љигав као јегуља по овом питању, такав „луксуз“ себи никада није дозволио, остао је, дакле, нежења, што је, такође морамо да констатујемо, свеукупна и национална штета. Петровићево потомство, да га је било, верујемо да би било „иверасто“, слично плодотворно као што је и сам био.

Миланковић је био упућен у садржај дела *Елементи математичке феноменологије* (Петровић, 1911) и пре чина објављивања наведене књиге, а Петровић, са друге стране, у тајне капиталног издања *Канон осунчавања Земље и њејова примена на проблем леденој доба* (Milankovitch, 1941) много пре штампања наведене „купусаре“, како је Миланковић у шали називао своје вишегодишње дело. Као два антипода често су се допуњавали, присно дружили, забављали, сарађивали, уважавали, и о томе је могуће наћи читав низ сведочанстава (Томић, 1979, 1997, 1999. и 2009; Трифуновић, 1979, 1991. и 2007; Стојковић, 1988; Пејовић, 1992. итд.).

Пажљиво анализирајући биографије обојице научника и правећи неку врсту упоредне животне синтезе, а све са аспекта савремених догађаја, дакле, оних који су више од пола века у заостатку од смрти и Петровића и Миланковића, а још више од времена њиховог животног и радног напона и најзрелије активности, неоспорна је чињеница да се из свега тога издижу и намећу три изразито квалитетна елемента која кристално јасно доказују колико су наведени услови били далеко испред времена и средине у којој су живели и стварали. Те елементе не морамо сврставати по њиховој примарности и значају зато што су се они међусобно прожимали и допуњавали или произишлаго један из другог, те смо због свега наведеног прибегли хронолошкој категорији као логичној последици израженој код обојице ствараоца. Ти елементи су следећи:

✓ свестрано образовање, вишеструке квалификације, способност обављања већег броја различитих и хетерогених занимања;

✓ глобално сагледавање појава, проблема, тема, задатака итд., планетарно и ванпланетарно тумачење и

✓ стручна и радна дуговечност, очување значаја искуствености и њена доследна примењивост („вечно зелени научници“).

Ако за Михаила Петровића кажемо да је био *комплексна личност*, можда тиме чинимо терминолошку погрешку, јер он је суштински био

хијер слојевииа особа, немиран дух коме је математика била средство, а сва друга занимања, бројна и исто тако успешно заступљена, начин опстајања. Микине способности заиста су биле вишеструке, он је био: алас, виолиниста-вођа музичке групе „Суз“, иноватор, виноградар, путописац, ратник (Трифуновић, 1991). Уколико томе придодемо академска звања и бројне позиције и различите државне функције (преговарач, делегат, војни и дипломатски шифрант, хонорарни инспектор итд.), тада добијамо слику о широком спектру Петровиће делатности и његовим пољима интересовања.

Са друге стране, Миланковић се првобитно школовао за грађевинског инжењера (армирано-бетонске конструкције, статички прорачуни, патенти итд.), затим је прешао на области као што су небеска механика, математика и клима, питање календара, проблем настанка ледених доба итд., а уз све то, као и Петровић, равноправно је делао на Универзитету и Академији, па и по том основу не можемо да кажемо да нису један другог непрестано подстицали и готово се такмичили у свестраности и разноврсности.

Можда у свему томе постоји и она значајна нит која повезује две врсте активности, интелектуалну и физичку, а за које је познато да су одувек у позитивном начелу и равнотежном положају. За њих, како Миланковић преноси, Мика Алас каже да *при комбинацији обају њослова и шиело и дух имају љравилну алѿијернацију најора и одмора*.

Све предочено у вези свестраног образовања (а тога је било много више када се говори о Петровићу и Миланковићу) мора да се посматра и са данашње тачке гледишта. Наиме, појам „једно занимање – читава радна каријера“, у XXI веку постепено ће бити потиснут другим размишљањем и праксом која ће се трансформисати у савременији облик биквалификације или чак поликвалификације. Такав тренд иницираће, а затим и диктирати нове технолошке иновације потпомогнуте бржим и савршенијим генерацијама компјутера. Наравно, ни Петровић ни Миланковић нису могли да осете благодети компјутерске ере, али су је наслућивали или директно радили на постављању њених темеља (Петровићев хидроинтегратор, нпр., који поједини научници тумаче као претечу кибернетике).

Оно што обојицу неоспорно спаја, и поред бројних различитости карактера, гледишта, начина живота, организованости, отворености, поступака итд., била је њихова стална жеђ за хетерогеним занимањима и разноврсним пословима – код Петровића је то било још израженије. Његов немирни дух и вечити црв истраживања (можда и фантом рада?) гонили су га да непрестано трага за новим задацима и ишчачкава наизглед познато, *ѿроналази везе између љојава и факаиша који изљегају*

сасвим диспарайни (Миланковић и Михаиловић, 1946), без обзира на то о којој се области радило, изузетно значајној или пак мање значајној, тако да је у своје последње две деценије живота створио исто онолико колико и у зрелим и најактивнијим годинама рада (Петровић, 1929, 1932а, 1932б, 1933а, 1933б, 1935, 1936, 1937, 1938, 1939, 1940, 1941).

Миланковић је у том погледу био другачији, што би могло да се тумачи његовим њутновским ставом да *младе ѿгине сѣварају чуда* или принципом да *кад једном уловиш крујну рибу, остале ѿи нису занимљиве*. Зато је његов узвик, да је *ѿребродиѿи шесѿ ѿуѿа океанске ѿучине и враѿиѿи се исѿо ѿолико ѿуѿа наѿраѿ, ѿрекорачиѿи чеѿири ѿуѿа екватор и два ѿуѿа ѿоларни круѿ досѿа за морейловца, а камоли ѿрофесора маѿемаѿиѿе*, било је то за Мику Аласа истовремено и депласирано и тривијално, јер је у свему и свачему проналазио нове бургије да би њима побеђивао многобројне горогане. Када је, рецимо, свирао виолину немирно би шарао очима по кафанској сали не би ли међу присутнима пронашао некога ко би му био пожељан предмет за још луђу забаву за народ (Пејовић, 1992) или је једва чекао ослобођење да би обновио свој оркестар „Суз”, како казује Михаиловић у својим успоменама итд.

И за Петровића и Миланковића може да се констатује да су били истински глобалисти – за Петровића планетарни, а за Миланковића планетарни и ванпланетарни.

Петровић је трагао за дубиномером, специјалним рибарским мрежама, китовима и јегуљама по светским морима и океанима (Петровић, 1935, 1936, 1940), патентирао је аутоматски мењач за аутомобиле, пронашао методу за израду вечитог календара, залагао се да Српска краљевска академија објављује научне радове на страним језицима итд. Све то јасно говори да му је београдска средина била тесна, боемство презасићена категорија, а Сава и Дунав, и уздуж и попреко, препознатљиви.

Миланковић се пак упућивао у прошлост и будућност Земље, пратећи секуларно померање њених полова ротације, развој ледених доба (Милићевић, 2000), трагајући за идеалним календарским решењем (Миланковић, 1923а), али није запостављао ни Месец, Венеру, посебно је проучавао Марс, па и читав Сунчев систем (Миланковић, 1916, 1926, 1935, 1956; Милићевић, 2011). Изван њега није ни желео да истражује, нити је за тим жудео, иако му поједини астрономи мереају да је то само скромно поље рада одакле се тек почиње са проналажењем безброј астрономских непознаница.

Петровићев и Миланковићев глобални поглед на свет ишао је у правцу „поковавања” природних закона за добробит човечанства или ка складном, скоро идеалном прилагођавању константним природним

законитостима како би се придобила корисност и сврсисходност у виду опстајања на планети. Како другачије тумачити Петровићеве метафоре и алегорије или његово објашњење различитих врста мириса као део глобалне феноменологије? (Петровић, 1997) Да ли је Миланковићево канонско осунчавање само поглед у плеистоценску прошлост или је то и корисна опомена шта човечанство треба да очекује и како да се понаша у будућности и при новим процесима захлађења? (Миланковић, 1923б, 1941, 1948, 1957; Милићевић, 2008а, 2008б)

Ипак, оно што највише истиче и једног и другог научника као глобалисте, то је време у коме су живели. Они, наравно, нису глобализам схватили на начин како га ми схватамо данас, у XXI веку, у коме би свет требало, дакле, посматрано са модерног аспекта, да „покори” савремена технологија у корист гиганата-корисника светског потрошачког менталитета и навика. Мика Алас је пут јегуља пратио само зато што је у њему наслућивао недокучив инстинкт рибе оличен у њеној вековној организацији живота, који само наизглед има несхватљиве потребе да, људски посматрано, просто замени сложеним. Ипак, јако је добро знао, као прекаљени рибар, да су и Природа и стари животи већину својих особености поједноставили до те мере и из потребе да кроз ту једноставност могу успешно да опстану више милиона година.

Шта се крије иза Миланковићеве нумеричке трајекторије полова ротације? Иста та једноставност. „Коначан” положај пола у његовој бесконачности на ушћу реке Печоре (Миланковић, 1932а, 1932б, 1933а, 1933б) садржи у себи једноставну математичку путању и консеквентно удаљавање од савременог положаја, посматрано и временски и просторно (Милићевић 1997, 2009), али су зато из ње изренили планетарни дивови у именима: глобална тектоника, континентални дрифт, сужавање и ширење океанских простора, субдукција, а даље и вулкански лукови, границе плоча, сеизмички активне зоне итд. Ништа од свега тога не би било да Миланковић Алфреду Вегенеру није предао поклон, да му није у руке положио златну јабуку – тврди математички аргумент.

Петровић-глобалиста и Миланковић-глобалиста највише су деловали и утицали на француском и немачком језичком подручју, онда када је енглеско још било у повоју, мање доминантно него што је то данас. Ипак, и то је било довољно да се свет за њих заинтересује и сазна ко су они.

Посматрајмо и трећи аспект овог излагања који се назива дуговечност, значај искуствености или стручно-младачка одрживост. Чинимо то из једног посебног разлога, чинимо то зато јер се у новије време све више размишља о категорији продужавања радног века и коришћења богато нагомиланог знања код појединаца, посебно оних који раде у

науци. Наиме, добро је познато да је процес стварања научника веома скуп, али је још скупље прерано се одрећи таквих вредности.

Да су Петровић и Миланковић били „вечно зелени научници” доказује низ примера. Представимо само неке (Слика 1).

Михаило Петровић је активно радио 42. године, започео је свој радни век 1896. године као млади професор математике, а званично је пензионисан 1938. године. Наравно, стварао је читавог свог живота, тврдо се везујући за Београдски универзитет и Академију, делајући до последњег дана свог живота. Само је тврђи био као житељ Београда, симболизован у душу тога града.

Са друге стране, Милутин Миланковић је радио равно пола века, од 1905. године, када је започео свој први посао у Аустроугарској као грађевински инжењер, па све до коначног пензионисања 1955. године. У Србији је радио 46 година, никада не признајући да га је старост сустигла, само се понекад вајкајући да су му *мислима крила ђошкресана, али да и даље у њима васкрсне ђо каква корисна идеја*. Није говорио истину када је саопштавао да је засићен радом и посебно својим дијаграмом осунчавања, јер га је суштински дограђивао до последњег дана живота, знајући да иза њега остаје бесмртна вредност која ће надживети свога творца, како то саопштава професор математике Миодраг Томић (1912–2001) у својим успоменама на Миланковића.

Искуство, нагомилано знање, акумулација сазнања у једној личности и дуготрајно усавршавање и стална глад за новим правцима развоја нису у последњих пола века имали ни покриће ни позитивно мишљење у Србији. Изговор „младима уступити место” значило је живо сахрањивање претходног знања и понављање нове-старе грешке – дисконтинуитета у развоју друштва. „Младима уступити место” био је у ствари бумеранг који се враћао истим тим младима, јер су увек започињали свој посао од нуле, никад или ретко кад наслеђивали претходно знање. Такав начин рада сводио се на пабирчење или мукотрпно успињање уз огољено научно стабло са најчешће беспотребно или огромно утрошеним временом које је често водило ка научном анахронизму.

Зашто се данас у свету интензивно размишља о све дужем ангажовању људи типа Петровић или Миланковић? Зашто се таква гледишта преносе и на друге, са циљем да њихов радни век траје, ако је могуће, скоро до девете деценије живота? Да ли је, рецимо, шест и по деценија стварни биолошки лимит или је то административна граница рођена у главама неких који су од стварности удаљени више еона или астрономских јединица?

Петровићев наследник, професор Тадија Пејовић (1892–1982) можда је ово најбоље објаснио у својим успоменама, а и личним примером. Он

није био само први Петровићев математички настављач, већ је био и члан његове музичке дружине „Суз“, али и више од тога, јер је од Мике Аласа научио најважнију животну лекцију – да дух и тело живе онолико дуго колико су активни. Професор Пејовић је доживео 90. годину, свога претходника надживевши пуних 15 година!

Вероватно Петровићев најбољи пријатељ Јеленко Михаиловић (1869–1957), такође је доживео дубоку старост, нешто мало мање од професора Пејовића, али се и у тим позним годинама крила она Микина магија да на живот треба гледати као на велику игру у коју се мора уложити пуна радна ангажованост и то до последњег даха и неизоставно све допунити смехом и забавом. Да је то заиста било тако најбоље сведоче Михаиловићеве успомене без којих бисмо вишеструко били ускраћени, јер је Мика Алас био у потпуности затворена личност када је о себи требало више да каже. Бежао је од изношења приватности, али су зато легенда и слава неуморно за њим трчали.

Петровић је иза себе оставио српску математичку школу, Миланковић није имао наследника у проучавању математичке климе, зато је створио нови приступ у изучавању дугопериодичних климатских промена, поклонио циклусе осунчавања и циклостратиграфију; обједињавали су диспаратне области (Миланковићев познати израз „разор обрађених њива“) и нашли логичне везе, за многе тешко уочљиве; пронашли су формулу за дуговечност и открили огромно задовољство у дугогодишњем раду; остали су вечно оригинални и бесмртни. Немогуће је копирати Петровића или Миланковића, али је зато пожељно пратити њихове стопе, јер оне су као фосилни трагови – трајне и упечатљиве. На који год су камен стали, изродио се у мудрост.

Из овог врло сажетог приказа три различита осавремењена аспекта или светска тренда веома јасно може да се запази колико су и Петровић и Миланковић били далеко испред свог времена. Њих ништа није могло да спречи да своју животну и изразито позитивну мисију не окончају. Веома је, рецимо, популарна мисао да је Мика Алас пошао у рат против хитлеровске Немачке 1941. године онда када је имао 73 лета, али се заборавља једна још важнија чињеница, а то је да му је то било четврто ратовање и да никада ни један светски ни научник ни просветитељ није толико пута замењивао катедру за пушку, умство за одбрану слободе, перо за ров.

Миланковић, мање ратоборан на бојном пољу, а више оријентисан ка писању мемоара и описивању догађаја из историје науке, рађању научне мисли и открићима која су мењала свет, утемељио је потпуно нову научну дисциплину коју сви светски уџбеници обележавају као *Миланковиће-*

ви циклуси осунчавања и као такву је изучавају. Изузетак представљају веома познати амерички климатолози Валас Брекер и Роберт Кунциг (Broecker & Kunzig, 2008) који је називају – *српска теорија*, одајући на тај начин почаст не једном човеку, већ читавом народу коме је припадао. Чини се као да нису само проучавали Миланковићев научни допринос него су и знали за његову изреку да и *колевка малој народа може дива да изроди*. Можда су зато и разумљиве Петровићеве једноставне речи да ако на дебелом мору умре, нека га баце у воду, па да га рибе поједу и освете му се за све „злочине” које им је нанео.

Из свега овога видимо да се из обојице просто ширила бујица једноставности и скромности, које су своме народу могле да дарују само бескрајно богатим умством посебно одабране личности.

Различити у много чему, а опет сличних особина, Петровић и Миланковић као да су један другог погуркивали да их не сустигне *умор целој рога и њрејорелост ишчекивања*, како Добрило Ненадић каже за генерацију јунака која је у Српско-турском рату 1878. године дефинитивно осветила косовске јунаке, али није имала снаге, после вишевековног надања и страдања, да се истински и зарадује (Ненадић, 2007).

Петровићево и Миланковићево вишедеценијско пријатељство превазилазило је математичке оквире и време у коме је настало – зато их је једноставно препознати у данашњици, а верујемо да ће их и будуће генерације памтити као визионаре, бесмртнике и оне чији су погледи досезали иза хоризонта сазнања. Због тога су и реална очекивања да ће протећи многе деценије и векови да би се поновила српска математичка бајка и поново родио сличан математички двојац и моћници ератостенског погледа и практичног архимедовског умећа.

ЛИТЕРАТУРА

Broecker, W. & Kunzig R. 2008: Fixing Climate: What Past Climate Reveal about the Current Threat – and how to Counter it. Hill & Wang, pp. 1–248.

Milanković, M. 1916: Ispitivanja o klimi planete Marsa. *Knjižara Jugoslavenske akademije L. Hartmana*, str. 1–33.

Миланковић, М. 1923а: Реформа јулијанског календара. *Српска краљевска академија наука и уметности*, стр. 1–41.

Миланковић, М, 1923б: Калорична годишња доба и њихова примена у палеоклиматском проблему. *Глас, Српска краљевска академија, СХ*, стр. 1–30.

Миланковић, М. 1926: Испитивања о термичкој конституцији планетских атмосфера. *Државна шћамѣарија Краљевине Србије*, стр. 1–34.

Milankovitch M. 1932a: Bahnkurve der sakularen Polverlagerung. *Math. Univ. Belgrade*, I, 129–133, Belgrade.

Миланковић, М. 1932б: Секуларна померања Земљиних полова ротације. *Глас СКА*, CLII, стр. 39–74.

Миланковић, М. 1933а: Нумеричко израчунавање секуларне путање полова ротације. *Глас СКА*, CLIV, стр. 39–74.

Milankovitch M. 1933b: Sakulare Polverlagerungen. y: *Handbuch der Geophysik* (B. Gutenberg, ed.), 438–500, Berlin.

Миланковић, М. 1935: Небеска механика. *Задужбина Луке Ђеловића Требињаца*, стр. 1–333.

Milankovitch, M. 1941: Kanon der Erdbestrahlung und Seine Anwendung auf das Eiszeitenproblem. *Koniglich Serbische Akademie*, 1–633.

Миланковић, М. и Михаиловић Ј. 1946: Мика Алас: белешке о животу великог математичара Михаила Петровића. *Космос*, стр. 1–110, Београд.

Миланковић, М. 1948: Астрономска теорија климатских промена и њена примена у геофизици. *Научна књиѣа*, 1–159.

Миланковић, М. 1952: Успомене, доживљаји и сазнања из године 1909. до 1944., *Посебна издања САН, СХСВ*, Одељење природно-математичких наука, бр. 6, стр. 1–322.

Миланковић, М. 1956: Кроз васиону и векове – једна астрономија за свакога. *Јуѣиосћок*, стр. 1–331.

Milanković, M. 1957: Astronomische Theorie der Klimaschwankungen: ihr Werdegang und Wiederhall. *Naućno delo*, стр. 1–58.

Миланковић, М. 1997: Успомене, доживљаји и сазнања. *Завод за уѣбенике и насћавна средсћва*, Изабрана дела Милутина Миланковића, књ. 7, стр. 1–937.

Милићевић, В. 1997: Миланковићева нумеричка секуларна путања полова ротације и палеомагнетне трајекторије лутајућих путања. *Радови Геоинсћишћуѣа*, књ. 34, стр. 49–65.

Милићевић, В. 2000: Миланковић – прошлост, садашњост, будућност. *Клуб НТ*, стр. 1–228.

Милићевић, В. 2008а: Разор обраћених њива. Есеј о Миланковићу. *Удружење „Милућин Миланковић” и 3VM Geo Ltd.*, стр. 1–268.

Милићевић, В. 2008б: Миланковићева крива осунчавања од максимума последње лгацијације до почетка културе Лепенског Вира. Зборник радова конференције „Развој астрономије код Срба V”, (М. С. Димитријевић, уред.), *Публ. Асћр. груш. „Рућер Бошковић”*, бр. 8, стр. 355–376.

Милићевић, В. 2009: Миланковићев „крај света”. Зборник радова „Стваралаштво Милутина Миланковића”, (Ч. Оцић, уред.), САНУ, научни скупови, СХХХ, књ. 9, стр. 223–234.

Милићевић, В. 2011: Марсов кратер *Миланковић*. *3VM Geo Ltd.* и *Уг-ружење „Милућин Миланковић”*, стр. 1–226.

Ненадић, Д. 2007: Победници. *Жиравца*, Пожега, стр. 1–255.

Петровић, М. 1911: Елементи математичке феноменологије. *Посебна издања СКА*, природњачки и математички списи, књ. 8, стр. 1–774.

Petrovic, M. 1929: *Intégrales premières à restrictions. Académie royale de Serbie*, spéc. editions, LXXII, 9, 1–50, Paris.

Петровић, М. 1932а: Рачунање са бројним размацима. *Задужбина Луке Ћеловића Требињца*, 1–193.

Петровић, М. 1932б: Кроз поларну област. *Српска књижевна задруга*, XXXV, књ. 237, стр. 1–248.

Петровић, М. 1933а: Феноменолошко пресликавање. *Српска краљевска академија*, посебна издања, ХСVII, књ. 26, стр. 1–236.

Петровић, М. 1933б: У царству гусара. *Српска књижевна задруга*, књ. VII, стр. 1–269.

Петровић, М. 1935: Са океанским рибарима. *Српска књижевна задруга*, V, књ. 19, стр. 1–245.

Петровић, М. 1936: По забаченим острвима. *Српска књижевна задруга*, IX, стр. 1–294.

Петровић, М. 1937: Елиптичне функције. *Задужбина Луке Ћеловића Требињца*, 1–128.

Петровић, М. 1938: Интеграција диференцијалних једначина помоћу редова. *Задужбина Луке Ћеловића Требињца*, 1–219.

Петровић, М. 1939: Једна класа одређених интеграла са променљивим параметрима. *Глас Српске краљевске академије*, CLXXVIII, књ. 88, стр. 167–206.

Петровић, М. 1940: Роман јегуље. *Српска књижевна задруга*, књ. 11, стр. 1–187.

Петровић, М. 1941: Ђердапски риболови у прошлости и у садашњости. *Српска краљевска академија*, LVII, књ. 24, стр. 1–120.

Петровић, М. 1997: Метафоре и алегорије. *Завод за уџбенике и наставна средства*, књ. 13, стр. 1–254.

Пејовић, Т. 1992: Моје успомене и доживљаји 1892–1945, *Породица Пејовић*, стр. 1–351. Интернет издање прве и друге књиге myelab.net/cane.pdf.

Стојковић, А. 1988: Филозофски погледи Милутина Миланковића. *Посебна издања САНУ*, DLXXXI, књ. 97, стр. 1–230.

Трифуновић, Д. 1979: Прилог изучавању паралела Петровић – Миланковић. У: *Живот и дело Милутина Миланковића 1879–1979, САНУ*, књ. 36, стр. 157–175.

Трифуновић, Д. 1991: Бард српске математике Михаило Петровић Алас. *Српски извори, Завод за уџбенике и наставна средства*, књ. 4, стр. 1–206

Трифуновић, Д. 2007: Из преписке Милутина Миланковића. *Београд*, стр. 1–319.

Томић, М. 1979: Милутин Миланковић – наставник и научник. У: *Живот и дело Милутина Миланковића 1879–1979, САНУ*, књ. 36, стр. 35–52.

Томић, М. 1997: Милутин Миланковић – наставник и научник. *Завод за уџбенике и наставна средства*, Изабрана дела Милутина Миланковића, књ. 6, Чланци, говори, преписка, стр. 444–454.

Томић, М. 1999: Успомене на Миланковића. Симпозијум: Миланковић – јуче, данас, сутра, *Рударско-геолошки факултет и Астрономска опсерваторија* (Старчевић и Милићевић, уред.), стр. 13–16.

Томић, М. 2009: Успомене на Миланковића. *САНУ*, симпозијум: Стваралаштво Милутина Миланковића, (Оцић, уред.), научни скупови СХХIV, књ. 9, стр. 367–372.

CL Consultants Ltd.,
3601 – A – 21 st NE, Calgary, AB T2E 6T5, Canada

3VM Ltd.,
3219 Signal Hill Dr SW, Calgary, AB T2P T3H, Canada
vladomilicevic@shaw.ca

СРПСКИ МАТЕМАТИЧАРИ
Зборник предавања одржаних на скупу
Српски математичари у оквиру манифестације
Мај месец математике 2012.

Издавачи
Српска академија наука и уметности, Универзитет у Београду и
Завод за уџбенике

Графички уредник
АЛЕКСАНДАР РАДОВАНОВИЋ

Лектор
ОЛИВЕРА ШОЛАЈА

Коректор
ГРАДИМИР ДРАГАШЕВИЋ

Дизајн и припрема за штампу
ГОРАН СКАКИЋ

Обим 11 штампарских табака
Формат $16,5 \times 23,5$ cm
Тираж: 1000 примерака
Рукопис предат у штампу новембра 2015. године.
Штампање завршено новембра 2015. године.

Штампа
„Сајнос”, Нови Сад

ДОДАТАК



Свечана сала ректората Универзитета у Београду



Милена Симић, конферансије Скупа



Проф. др Бранко Ковачевић, ректор Универзитета у Београду



Академик Никола Хајдин, председник САНУ



Мр Славко Максимовић, председник Удружења Милутићин Миланковић



Слева надесно у 1. реду: Владо Милићевић, Милан Димићријевић, Љубомир Пројић, Александар Николић, Милева Првановић, Бојолуб Сћанковић



*У 1. реду слева надесно: Бранко Ковачевић, Никола Хајдин, Ђорђе Шијачки,
Градмир Миловановић, Милољуб Алдијанић, Славко Максимовић*



Љубомир Пројић



*У 1. реду сдесна на лево: Славко Максимовић, Милољуб Алдијанић,
Градимиr Мировановић, Ђорђе Шијачки, Никола Хајдин, Бранко Ковачевић,
Бојољуб Сјанковић, Милева Првановић, Александар Николић,
Милан Димићријевић, Владо Милићевић*



Каџица Р. (Сџевановић) Хедрих



Александар Николић



Александар Николић и Неда Бокан, председавајућа Скупштина



Бојолуб Сџанковић



*У њрвом њлану Александар Лийковски и Бошко Јовановић, у њозадини Зоран Пе-
ѡровић (лево) и Александар Ивић (у даљини)*



Милева Првановић



Слике ректора Универзитета у Београду: Дејан Пойовић, Марија Бојдановић, Јајош Пурић, Драган Кубуровић, Драгутин Величковић, Рајко Врачар



Милан Димић



Бојан Новаковић



Славица Гароња Радованац



Владо Милићевећ



Поїлед на учеснике Скуїа у свечаној сали Универзиџеїша у Беоїраду



Поїлед на учеснике Скуїа у свечаној сали Универзиџеїша у Беоїраду



Неда Бокан, председавајућа Скупи

CIP - Каталогизација у публикацији -
Народна библиотека Србије, Београд

51:929 Миланковић М.(082)

51:929 Петровић М.(082)

СКУП Српски математичари (2012 ; Београд)

Српски математичари : зборник предавања одржаних на скупу Српски математичари у оквиру манифестације Мај месец математике 2012. / [главни уредник Драгољуб Којчић]. - Београд : САНУ : Завод за уџбенике, 2015 (Нови Сад : Сајнос). - 159 стр. : илустр. ; 24 cm

“Српска академија наука и уметности и Универзитет у Београду организовали су 28. маја 2012. године једнодневни скуп ...” --> Предговор. - Тираж 1.000. - Стр. 8-9: Предговор / уређивачки одбор. - Библиографија уз поједине радове.

ISBN 978-86-17-19185-4 (ЗУ)

1. Мај месец математике (2012 ; Србија)

а) Миланковић, Милутин (1879-1958) - Зборници б) Петровић, Михаило (1868-1943) - Зборници

COBISS.SR-ID 218136332

