



Faculty of Mechanical Engineering, University of Belgrade
Mathematical Institute, Serbian Academy of Sciences and Arts
Belgrade, July 13, 2016

Booklet of Abstracts

Mini-symposium “ Fractional Calculus with applications in
problems of diffusion, control and dynamics of complex
systems”

Мини-симпозијум “Рачун фракционог реда са
применама у проблемима дифузије, управљања и
динамике сложених система”

Editor: Mihailo P. Lazarević
Professor at the University of Belgrade
Faculty of Mechanical Engineering



Faculty of Mechanical Engineering, University of Belgrade
Mathematical Institute, Serbian Academy of Sciences and Arts
Belgrade, July 13, 2016

Booklet of Abstracts

**Mini-symposium “ Fractional Calculus with applications in
problems of diffusion, control and dynamics of complex
systems”**

**Мини-симпозијум “Рачун фракционог реда са
применама у проблемима дифузије, управљања и
динамике сложених система”**

Editor: Mihailo P. Lazarević
Professor at the University of Belgrade
Faculty of Mechanical Engineering

Acknowledgments: Parts of the presented research and the organization of the Mini-symposium were supported by the Faculty of Mechanical Engineering, University of Belgrade, Mathematical Institute of the Serbian Academy of Sciences and Arts and Ministry of Education, Science and Technological Development of the Republic of Serbia through grant number OI 174001 and Serbia-China scientific-bilateral project number 3-12.

Захвалност: Део приказаних истраживања и организација Мини-симпозијума су подржани од стране Машинског факултета, Универзитета у Београду, Математичког института САНУ и Министарства за образовање, науку и технолошки развој Републике Србије преко пројекта број ОИ 174001 и српско-кинеског научно-билатералног пројекта број 3-12.

Program of Mini-symposium

"Fractional Calculus with applications in problems of diffusion, control and dynamics of complex systems".

Mathematical Institute of the SASA, Faculty of Mechanical Engineering Belgrade and Bilateral project number
3-12, Belgrade, 13th July 2016, from 10:30-16:30h, Kneza Mihaila 36.

Програм мини-симпозијума

"Рачун фракционог реда са применама у проблемима дифузије, управљања и динамике сложених система".

Математички институт САНУ, Машински факултет у Београду и Билатерални пројекат 3-12, Београд, 13
јул 2016, од 10,30h-16,30h, сала 301f, Кнез Михаилова 36.

General Chair:

Prof. Dr Mihailo Lazarević, Faculty of mechanical engineering, University of Belgrade, coordinator of the
bilateral project between Serbia and China number 3-12.

Организатор и председавајући:

Проф. др Михаило Лазаревић, Машински факултет, Универзитет у Београду, координатор билатералног
пројекта 3-12 између Србије и Народне Републике Кине.

* * *

Session Chairmans: Prof. Katica (Stevanović) Hedrih, Mathematical Institute of the SASA and Prof.
HongGuang Sun, College of Mechanics of Materials, Hohai University, China.

Председавајући: Проф. др Катица (Стевановић) Хедрих, Математички институт САНУ у Београду и проф.
др HongGuang Sun, Колеџ Механике и материјала, Хохаи Универзитет, Кина.

Тема: Разумевање процеса делимичног кретања речног наноса: анализа базирана на експериментима
и стохастичком моделу

Understanding partial bed-load transport: Experiments and stochastic model analysis

Аутор: **Prof. dr HongGuang Sun**, College of Mechanics and Materials, Hohai University, No. 8 Focheng West
Road, Nanjing, Jiangsu 211100, China. Email: shg@hhu.edu.cn

Тема: Модели са фракционим и фракталним изводом за карактеризацију аномалне
дифузије у томографији магнетном резонанцом

Fractional and fractal derivative models for the characterization of anomalous diffusion in magnetic resonance imaging

Аутор: **Yingjie Liang**, College of Mechanics and Materials, Hohai University, No. 8 Focheng West Road,
Nanjing, Jiangsu 211100, China. Email: liangyj1989@gmail.com

Тема: Модел аномалне дифузије са фракталним изводима променљивог реда

A variable-order fractal derivative model for anomalous diffusion

Аутор: Xiaoting Liu, College of Mechanics and Materials, Hohai University, No. 8 Focheng West Road, Nanjing, Jiangsu 211100, China. Email: lxt5572918@foxmail.com

Тема: Временски вискозни модел полуврстих намирница са фракционим изводом

Time-based fractional viscosity model for semisolid foodstuffs

Аутор: Xu Yang, College of Mechanics and Materials, Hohai University, No. 8 Focheng West Road, Nanjing, Jiangsu 211100, China. email: 393869366@qq.com

Тема: Теорија осцилација дискретног система фракционог реда: преглед серије теорема

Theory of oscillations of the fractional order discrete systems: a review of the series of theorems

Аутор: Prof. dr Katica R. (Stevanović) Hedrih^{1,2}

¹ Matematički institut Srpske akademije nauka i umetnosti, Odeljenje za mehaniku, ul. Knez Mihailova 36/III, 11 000-Beograd, Srbija. E-mail: khedrih@sbb.rs

² Mašinski fakultet, Univerzitet u Nišu, Srbija, e-mail: katica@masfak.ni.ac.rs, khedrih@eunet.rs

Тема: Моделирање топлотне проводљивости применом теорије фракционог рачуна

Heat conduction modelling within the theory of fractional calculus

Аутори: Teodor Atanacković¹, Alfio Grillo², Sanja Konjik³, Ljubica Oparnica⁴ i Dušan Zorica⁵

¹ Department of Mechanics, Faculty of Technical Sciences, University of Novi Sad, Novi Sad, Serbia, e-mail: atanackovic@uns.ac.rs

² Department of Mathematical Sciences "G.L. Lagrange" (DISMA), Politecnico di Torino Torino, Italy e-mail: alfio.grillo@polito.it

³ Department of Mathematics and Informatics, Faculty of Sciences, University of Novi Sad, Novi Sad, Serbia, e-mail: sanja.konjik@dmi.uns.ac.rs

⁴ Faculty of Education University of Novi Sad, Sombor, Serbia, e-mail: ljubica.oparnica@pef.uns.ac.rs

⁵ Mathematical Institute Serbian Academy of Arts and Sciences, Beograd, Serbia, e-mail: dusan_zorica@mi.sanu.ac.rs

* * *

Session Chairmans: Dr Dušan Zorica, Mathematical Institute of the SASA, senior research associate and Dr Ivana Atanasovska, Mathematical Institute of the SASA, research associate.

Председавајући: др Душан Зорица, Математички институт САНУ у Београду, Виши научни сарадник и др Ивана Атанасовска, Виши научни сарадник Математички институт САНУ

Тема: Нелокално еластични и фракционо вискоеластични модели наногреда и
наноплоча

Nonlocal elasticity and fractional viscoelasticity models of nanobeams and nanoplates

Аутори: Milan S. Cajić¹, Mihailo P. Lazarević² and Danilo Z. Karličić³

¹Department of Mechanics, Mathematical Institute of the Serbian Academy of Sciences and Arts
Belgrade, 11000, Serbia, e-mail: mcajic@mi.sanu.ac.rs, web page: <http://www.mi.sanu.ac.rs/~mcajic/>

²Department of Mechanics, University of Belgrade, Faculty of Mechanical Engineering Belgrade,
11000, Serbia e-mail: mlazarevic@mas.bg.ac.rs, web page: <http://www.mlazarevic-fracmeh.com/>

³Department of Mechanics University of Niš, Faculty of Mechanical Engineering, Niš, 18000, Serbia
e-mail: mlazarevic@mas.bg.ac.rs, web page: <http://www.mlazarevic-fracmeh.com/>

Тема: Напредно моделирање и управљање фракционог реда динамички
комплексних система: недавни резултати

Advanced fractional order modeling and control of dynamic of complex systems: recent results

Аутор: Проф. др **Михаило Лазаревић**, Катедра за Механику, Универзитет у Београду, Машински
факултет, Београд 11000, Србија, 11000, Serbia e-mail: mlazarevic@mas.bg.ac.rs, web page:
<http://www.mlazarevic-fracmeh.com/>

Тема: Анализа енергетског стања дискретног фракционог једно - и двослојног модела осцилаторне
сферне мреже zone pelucida-е миша

Analysis of energy state of a discrete fractionally one- and two -layer oscillatory spherical net model of mouse zona pelucida

Аутори: Andjelka N. Hedrih¹, Mihailo Lazarević²

¹Department for biomedical science, State University of Novi Pazar, Vuka karadzica bb, 36 300 Novi
Pazar Serbia, e-mail: handjelka@hm.co.rs

²Faculty of Mechanical Engineering, The University of Belgrade, Kraljice Marije 16, 11120 Belgrade
35, e-mail: mlazarevic@mas.bg.ac.rs

ТЕМА: Динамика зупчаника-приказ динамике система фракционог реда у поређењу са другим
приступима

Gear Dynamics – Overview of Fractional Order System Dynamics vs. other Approaches

Аутор: Ivana D. Atanasovska, Mathematical Institute of Serbian Academy of Sciences and Arts, Knez Mihailova
36/III, 11000 Belgrade, Serbia, e-mail: iviatanasov@yahoo.com

ТЕМА: Нелинеарне принудне осцилације функционалних нелокалних наногреда у
фракционо вискоеластичној средини

Nonlinear forced vibration of a functionally graded nonlocal nanobeam embedded in a fractional viscoelastic medium

Аутори: Danilo Z. Karličić¹, Milan S. Cajić², Predrag Kozić¹, Mihailo Lazarević³

¹Faculty of Mechanical Engineering, University of Niš, Aleksandra Medvedeva 14, Niš, Serbia
e-mail: danilo.karlicic@masfak.ni.ac.rs

²Mathematical Institute of the Serbian Academy of Sciences and Arts, University of Belgrade, Kneza
Mihaila 36, Belgrade, Serbia, mcajic@mi.sanu.ac.rs,

³Department of Mechanics, University of Belgrade, Faculty of Mechanical Engineering, Kraljice Marije
16, Belgrade, Serbia, mlazarevic@mas.bg.ac.rs

ТЕМА: Стабилизационо управљање система инверзног клатна помоћу ПД контролера
фракционог реда заснованог на техници Д- разлагања

**Stabilization control of inverted pendulum systems by fractional order PD controller based on D-
decomposition technique**

Аутор: Петар Д. Мандић¹, Михаило П. Лазаревић², Томислав Б. Шекара³

¹ Машински Факултет, Универзитет у Београду, Краљице Марије 16, 11120 Београд
е-пошта: pmandic@mas.bg.ac.rs

² Машински Факултет, Универзитет у Београду, Краљице Марије 16, 11120 Београд
е-пошта: mlazarevic@mas.bg.ac.rs

³ Електротехнички Факултет, Универзитет у Београду, Булевар краља Александра 73, 11120 Београд
е-пошта: tomi@etf.rs

UNDERSTANDING PARTIAL BED-LOAD TRANSPORT: EXPERIMENTS AND STOCHASTIC MODEL ANALYSIS

HongGuang Sun¹

¹College of Mechanics and Materials
Hohai University
Nanjing, Jiangsu 211100, China
e-mail: shg@hhu.edu.cn

Keywords: Bed-Load Transport; Stochastic models; Fractional derivative models; Experimental Analysis

ABSTRACT

The complex dynamics of partial bed-load transport in a series of well-controlled laboratory experiments are explored systematically and simulated by a stochastic model in this study. Flume experiments show that the leading front of bed-load on a 20-m-long, mixed-size gravel-bed moves anomalously, where the transient transport rate of the accelerating front varies with the observation time scale. In addition, observations show that moving particles may experience bimodal transport (i.e., coexistence of long trapping time and large jump length) related to bed coarsening and the formation of clusters on a heterogeneous gravel-bed, which is distinguished from the traditional theory of hiding–exposing interactions among mixed-size particles. A fractional derivative model is finally applied to characterize the overall behavior of partial bed-load transport, including the coexistence of the sub-diffusion and non-local feature caused by turbulence and the micro-relief within an armor layer.

Acknowledgments: This research and presentation were supported by the National Science Foundation of China (11572112, 11528205) and Serbia-China bilateral project under the number 3-12.

REFERENCES

- [1] Sun, H., Chen, D., Zhang, Y., & Chen, L. (2015). Understanding partial bed-load transport: Experiments and stochastic model analysis. *Journal of Hydrology*, 521, 196-204.
- [2] Chen, D., Sun, H.G., & Zhang, Y.(2013). Fractional dispersion equation for sediment suspension. *Journal of Hydrology*, 491: 13-22.
- [3] Zhang, Y., Chen, D., Garrard, R., Sun, H.G., & Lu, Y.(2016). Influence of bed clusters and size gradation on operational time distribution for non-uniform bed-load transport. *Hydrological Processes*, doi: 10.1002/hyp.10837.
- [4] Zhang, Y., Martin, R.L., Chen, D., Baeumer, B., Sun, H.G., & Chen, L.(2014). A subordinated advection model for uniform bedload transport from local to regional scales. *Journal of Geophysical Research-Earth Surface*, 119(12): 2711-2729.

РАЗУМЕВАЊЕ ПРОЦЕСА ДЕЛИМИЧНОГ КРЕТАЊА РЕЧНОГ НАНОСА – АНАЛИЗА БАЗИРАНА НА ЕКСПЕРИМЕНТИМА И СТОХАСТИЧКОМ МОДЕЛУ

HongGuang Sun¹

¹College of Mechanics and Materials
Hohai University
Nanjing, Jiangsu 211100, China
e-mail: shg@hhu.edu.cn

Кључне речи: Кретање речног наноса; Стохастички модел; Модели са фракционим изводима; Експериментална анализа.

АПСТРАКТ

Сложена динамика делимичног кретања речног наноса је испитана серијом добро контролисаних експеримената и симулирана одговарајућим стохастичким моделом. На основу експеримената изведених у каналу показано је да је дужина главног фронта речног наноса 20 метара, у коме се шљунак различитих величина креће неправилно, док се таласни фронт креће убрзано са променљивом брзином која зависи од посматране временске скале. Такође, из експерименталних посматрања се може запазити дво-модално кретање честица наноса (тј. истовремено постојање честица које се крећу у дугим скоковима и оних које дуго мирују) услед грубе површине и постојања кластера у хетерогеном шљунковитом кориту, што се битно разликује од постојеће теорије скривених-видљивих интеракција честица различитих величина. На крају, примењен је модел са фракционим изводима за карактеризацију оштег кретања речног наноса, укључујући истовремено постојање суб-дифузије и нелокалних својстава као последице постојања турбуленције и микро рељефа површине корита.

Захвалност: Ово истраживање је подржано од стране Кинеске националне фондације за науку (11572112, 11528205) и српско-кинеског билатералног пројекта број 3-12.

РЕФЕРЕНЦЕ

- [1] Sun, H., Chen, D., Zhang, Y., & Chen, L. (2015). Understanding partial bed-load transport: Experiments and stochastic model analysis. *Journal of Hydrology*, 521, 196-204.
- [2] Chen, D., Sun, H.G., & Zhang, Y. (2013). Fractional dispersion equation for sediment suspension. *Journal of Hydrology*, 491: 13-22.
- [3] Zhang, Y., Chen, D., Garrard, R., Sun, H.G., & Lu, Y. (2016). Influence of bed clusters and size gradation on operational time distribution for non-uniform bed-load transport. *Hydrological Processes*, doi: 10.1002/hyp.10837.
- [4] Zhang, Y., Martin, R.L., Chen, D., Baeumer, B., Sun, H.G., & Chen, L. (2014). A subordinated advection model for uniform bedload transport from local to regional scales. *Journal of Geophysical Research-Earth Surface*, 119(12): 2711-2729.

FRACTIONAL AND FRACTAL DERIVATIVE MODELS FOR THE CHARACTERIZATION OF ANOMALOUS DIFFUSION IN MAGNETIC RESONANCE IMAGING

Yingjie Liang¹, Wen Chen² and Richard L. Magin³

¹College of Mechanics and Materials
Hohai University
Nanjing, Jiangsu 211100, China
e-mail: liangyj1989@gmail.com

²College of Mechanics and Materials
Hohai University
Nanjing, Jiangsu 211100, China
e-mail: chenwen@hhu.edu.cn

³Department of Bioengineering,
University of Illinois at Chicago,
Chicago, IL, 60627, USA
e-mail: rmagin@uic.edu

Keywords: Anomalous Diffusion; Magnetic Resonance Imaging; Fractional Derivative; Fractal Derivative; Spectral Entropy

ABSTRACT

Anomalous diffusion is wide spread in biological tissues where its effects modulate chemical reactions and membrane transport. When viewed using magnetic resonance imaging (MRI), anomalous diffusion is characterized by a persistent or ‘long tail’ behavior in the decay of the diffusion signal [1]. Recent MRI studies have used the fractional derivative to describe diffusion dynamics in normal and post-mortem tissue by connecting the order of the derivative with changes in tissue composition, structure and complexity [1]. In this study we consider an alternative approach by introducing fractal time and space derivatives into Fick’s second law of diffusion [2]. This provides a more natural way to link sub-voxel tissue composition with the observed MRI diffusion signal decay following the application of a diffusion-sensitive pulse sequence. The result is a simpler, computationally faster, and more direct way to incorporate tissue complexity and microstructure into the diffusional dynamics. Furthermore, the results are readily expressed in terms of spectral entropy [3], which provides a quantitative measure of the overall complexity of the heterogeneous and multi-scale structure of biological tissues. As an example, we apply this new model for the characterization of diffusion in fixed samples of the mouse brain. These results are compared with those obtained using the mono-exponential, the stretched exponential, the fractional derivative, and the diffusion kurtosis models. Overall, we find that the order of the fractal time derivative, the diffusion coefficient, and the spectral entropy are potential biomarkers to differentiate between the microstructure of white and gray matter. In addition, we note that the fractal derivative model has practical advantages over the existing models from the perspective of computational accuracy and efficiency.

Acknowledgments: The work described in this paper was supported by the National Science Funds for Distinguished Young Scholars of China (11125208), the 111 project under Grant B12032, the China Scholarship Council (CSC) (Grant No. 201406710047).

REFERENCES

- [1] Magin, R., Akpa, B., Neuberger, T. and Webb, A. (2011), “Fractional order analysis of Sephadex gel structures: NMR measurements reflecting anomalous diffusion,” *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 16, pp. 4581-4587.
- [2] Chen, W. (2006), “Time-space fabric underlying anomalous diffusion,” *Chaos, Solitons & Fractals* 28, pp. 923-929.
- [3] Ingo, C., Magin, R. and Parrish, T. (2014), “New insights into the fractional order diffusion equation using entropy and kurtosis,” *Entropy* 16, pp. 5838-5852.

МОДЕЛИ СА ФРАКЦИОНИМ И ФРАКТАЛНИМ ИЗВОДИМА ЗА КАРАКТЕРИЗАЦИЈУ АНОМАЛНЕ ДИФУЗИЈЕ У ТОМОГРАФИЈИ МАГНЕТНОМ РЕЗОНАНЦОМ

Yingjie Liang¹, Wen Chen² and Richard L. Magin³

¹College of Mechanics and Materials
Hohai University
Nanjing, Jiangsu 211100, China
e-mail: liangyj1989@gmail.com

²College of Mechanics and Materials
Hohai University
Nanjing, Jiangsu 211100, China
e-mail: chenwen@hhu.edu.cn

³Department of Bioengineering,
University of Illinois at Chicago,
Chicago, IL, 60627, USA
e-mail: rmagin@uic.edu

Кључне речи: аномална дифузија; томографија магнетном резонанцом; фракциони изводи; фрактални изводи; спектрална ентропија.

АПСТРАКТ

Аномална дифузија је процес који се често јавља у биолошким ткивима и чији ефекат се огледа у модулацији хемијских реакција и транспорту кроз мембране. Томографија магнетном резонанцом (ТМР) омогућава карактеризацију процеса аномалне дифузије кроз присуство "дугачког репа" са слабљењем дифузијског сигнала. Недавно приказане ТМР студије користе изводе за описивање динамике дифузије у живом и мртвом ткиву везивањем параметра реда фракционог извода за промене у саставу, структури и сложености ткива. У овом раду смо применили алтернативни приступ увођењем фракталних временских и просторних извода у Фиковом другом закону дифузије. Овак приступ се показао природнијим за повезивање суб-воксела ткива са посматраним слабљењем ТМР сигнала праћених применом пулсирајућих секвенци осетљивих на дифузију. Добијени резултат је једноставнији, рачунарски ефикаснији, и директнији начин за инкорпорирање сложене микроструктуре ткива у динамичку дифузиони процес. Даље, резултати су приказани у функцији спектралне ентропије, који је квантитативна мера опште сложености, хетерогености и више скаларне структуре биолошких ткива. Као пример наводимо примену приказаног модела на карактеризацију дифузије у фиксираним узорцима мишијег мозга. Добијени резултати су упоређени са резултатима добијеним моделима са једним експоненцијалом, развученим експоненцијалом, фракционим изводима и куртозис моделом дифузије. По свему судећи, можемо рећи да смо открили да су ред фракталног временског извода, дифузионог коефицијента и спектралне ентропије потенцијални биомаркери за разликовање микроструктуре беле и сиве материје. Треба додати да фрактални модел има практичних предности у односу на постојеће у погледу тачности и ефикасности нумеричких израчунавања.

Захвалност: Овај рад је подржан од стране Кинеског националног фонда за младе таленте (11125208), пројекта број В12032, Кинеског одбора за стипендије (CSC) (Grant No. 201406710047).

РЕФЕРЕНЦЕ

- [1] Magin, R., Akpa, B., Neuberger, T. and Webb, A. (2011), "Fractional order analysis of Sephadex gel structures: NMR measurements reflecting anomalous diffusion," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 16, pp. 4581-4587.
- [2] Chen, W. (2006), "Time-space fabric underlying anomalous diffusion," *Chaos, Solitons & Fractals* 28, pp. 923-929.
- [3] Ingo, C., Magin, R. and Parrish, T. (2014), "New insights into the fractional order diffusion equation using entropy and kurtosis," *Entropy* 16, pp. 5838-5852.

A VARIABLE-ORDER FRACTAL DERIVATIVE MODEL FOR ANOMALOUS DIFFUSION

Xiaoting Liu¹

¹College of Mechanics and Materials
Hohai University
Nanjing, Jiangsu 211100, China
e-mail: lxt5572918@foxmail.com

Keywords: Variable Order; Fractal Derivative; Anomalous Diffusion.

ABSTRACT

This report pays attention to develop a variable-order fractal derivative model for anomalous diffusion. We introduce a variable-order fractal derivative diffusion model, in which the index of fractal derivative depends on temporal moment or spatial position, to characterize the above mentioned anomalous diffusion (or transport) processes[1, 2]. Compared with other models, the main advantages in description and the physical explanation of new model are explored by numerical simulation. We also make discussion on computational efficiency, diffusion behavior and heavy tail phenomena of the new model and variable-order fractional derivative model.

Acknowledgments: This research is supported by the National Science Foundation of China (11572112, 11528205) and partially supported by Serbia-China bilateral project under the number 3-12.

REFERENCES

- [1] Sun H., Zhang Y., Chen W., Reeves D.M., Use of a variable-index fractional-derivative model to capture transient dispersion in heterogeneous media, *Journal of contaminant hydrology*, 157 (2014), pp. 47-58.
- [2] Chen W., Sun H., Zhang X., Korošak D., Anomalous diffusion modeling by fractal and fractional derivatives, *Computers & Mathematics with Applications*, 59 (2010), pp. 1754-1758.

МОДЕЛ АНОМАЛНЕ ДИФУЗИЈЕ СА ФРАКЦИОНИМ ИЗВОДИМА ПРОМЕНЉИВОГ РЕДА

Xiaoting Liu¹

¹College of Mechanics and Materials
Hohai University
Nanjing, Jiangsu 211100, China
e-mail: lxt5572918@foxmail.com

Кључне речи: извод променљивог реда; фрактални извод; анономална дифузија.

АПСТРАКТ

У овом саопштењу дужна пажња биће посвећена развоју модела аноналне дифузије променљивог реда. Уводимо фрактални модел дифузије променљивог реда, где индекс фракталног извода зависи од временског тренутка или позиције у простору, како би смо представили поменути процес аноналне дифузије. Главне предности у описивању и појашњењу физичких појава новог модела у поређењу са другим моделима су испитане одговарајућим нумеричким симулацијама. Такође, биће дискутована ефикасност израчунавања, дифузиног понашања и феномена тешког репа у случају новог модела и модела са фракционим изводима променљивог реда.

Захвалност: Овај рад је подржан од стране Кинеске националне фондације за науку (11572112, 11528205) и делимично од стране српско-кинеског билатералног пројекта број 3-12.

РЕФЕРЕНЦЕ

- [1] Sun H., Zhang Y., Chen W., Reeves D.M., Use of a variable-index fractional-derivative model to capture transient dispersion in heterogeneous media, *Journal of contaminant hydrology*, 157 (2014), pp. 47-58.
- [2] Chen W., Sun H., Zhang X., Korošak D., Anomalous diffusion modeling by fractal and fractional derivatives, *Computers & Mathematics with Applications*, 59 (2010), pp. 1754-1758.

TIME-BASED FRACTIONAL VISCOSITY MODEL FOR SEMISOLID FOODSTUFFS

Xu Yang¹

¹College of Mechanics and Materials
Hohai University
Nanjing, Jiangsu 211100, China
e-mail: 393869366@qq.com

Keywords: Fractional Viscosity; Semisolid Foodstuffs; Thixotropy.

ABSTRACT

Recent years have witnessed a research boom in food engineering, especially in the new foodstuffs, such as compound foodstuffs and three-dimensional (3D) foodstuffs made from 3D food printer. However, the thixotropic behavior of semisolid foodstuffs remains confusing [1], because the most existing models ignore the vital role of “memory” nature in apparent viscosity, which causes dilemma when applied. In the current study, we propose a novel theoretical model via fractional derivative to address the high demand by food industries. The physical mechanism underlying the thixotropic behavior is also explored. We find that the parameters α (fractional derivative order) and K (ideal initial viscosity) can be recognized as unique indexes for foodstuffs, which directly determine the thixotropic behavior. Since thixotropic phenomenon is a hotspot in soft matter mechanics [2], the proposed model has a great application potential in characterizing other kinds of soft matters.

Acknowledgments: This research were supported by the National Natural Science Foundation of China (11572111, 11572112, and 11528205).

REFERENCES

- [1] Mewis, J. and Wagner, N. J. (2009), “Thixotropy,” *Advance in Colloid and Interface Science* 147-148, pp. 214-227.
- [2] Bauer, W. H. and Collins, E. A. (1967), “Thixotropy and dilatancy,” *Rheology: Theory and applications* 4, pp. 423-459.

VREMENSKI VISKOZNI MODELI POLUČVRSTIH NAMIRNICA SA FRAKCIONIM IZVODOM

Xu Yang¹

¹College of Mechanics and Materials
Hohai University
Nanjing, Jiangsu 211100, China
e-mail: 393869366@qq.com

Кључне речи: фракциона вискозност; получврсте намирнице; тиксотропија.

АПСТРАКТ

Последњих година дошло је до пораста броја истраживачких студија на тему прехранбених технологија, нарочито на тему израде нових врста намирница, као што су сложене намирнице састављене од више компоненти и намирнице направљене помоћу 3Д принтера. Ипак, и поред великог броја истраживачких радова феномен тиксотропије је остао неразјашњен јер већина постојећих модела занемарује важну улогу "меморије" код вискозности, што изазива недоумице код примена. У овом раду, предлажемо нови теоријски модел са фракционим изводом у намери да задовољимо велике захтеве индустрије хране. Механизам феномена тикситропије је такође посматран и истражен. Откривено је да се параметри a (ред фракционог извода) и парамеар K (идеална почетна вискозност) могу идентификовати као јединствени индекси за конкретне намирнице, што директно одређује својства тикситропије у тим намирницама. Како је тикситропија актуелна тема у механици меких супстанци, предложени модел има велику примену у карактеризацији других врсти меких супстанци.

Захвалност: Овај рад је подржан од стране Кинеске националне фондације за науку (11572111, 11572112, и 11528205).

РЕФЕРЕНЦЕ

- [1] Mewis, J. and Wagner, N. J. (2009), "Thixotropy," *Advance in Colloid and Interface Science* 147-148, pp. 214-227.
- [2] Bauer, W. H. and Collins, E. A. (1967), "Thixotropy and dilatancy," *Rheology: Theory and applications* 4. pp. 423-459.

THEORY OF OSCILLATIONS OF THE FRACTIONAL ORDER DISCRETE SYSTEMS: A REVIEW OF THE SERIES OF THEOREMS

Katica R. (Stevanović) Hedrih^{1,2}

¹ Mathematical Institute of Serbian Academy of Sciences and Arts,
Department of Mechanics, ul. Knez Mihailova 36/III, 11 000-Belgrade, Serbia.

e-mail: khedrih@sbb.rs

² Faculty of Mechanical Engineering, University of Niš, Serbia

e-mail: katica@masfak.ni.ac.rs, khedrih@eunet.rs

Keywords: Fractional order discrete system oscillations, generalized function of fractional order dissipation of system energy, main fractional order modes, theorems.

ABSTRACT

Theory of oscillations of the fractional order discrete system with finite number of degrees is presented [1-3, 5]. The generalized function of fractional order dissipation of system energy [4] is presented. For a class of fractional order discrete systems with finite number of degrees of freedom, main independent fractional order oscillators are identified and corresponding independent fractional order modes are identified. On the basis of the energy analysis a series of theorems are defined and presented. For a number of analogous mechanical and electrical oscillators with finite number of degrees of freedom energy analysis is presented.

Properties of the eigen time functions for a class of discrete continuum hybrid systems containing coupled a finite number deformable bodies (beams, or plates, or membranes) coupled by discrete continuum fractional order layers are presented. An analogy between these eigen time functions and generalized coordinates of a fractional order chain system is identified. Some theorems of independent eigen main fractional order modes of these eigen time functions are defined.

Eigen main chains, and eigen main surface nets for a class of fractional order discrete continuum oscillatory models will be presented.

Petrovic's theory of Elements of mathematical phenomenology is visible on the presented results about analogous disparate nature fractional order oscillators.

Acknowledgments: Parts of this research were supported by the Ministry of Sciences of Republic Serbia through Mathematical Institute SANU Belgrade Grants OI 174001 "Dynamics of hybrid systems with complex structures; Mechanics of materials", and through Faculty of Mechanical Engineering University of Niš.

REFERENCES

- [1] Goroško O.A. and Hedrih (Stevanović) K.R., (2001), „Analitička dinamika (mehanika) diskretnih naslednih sistema,“ (Analytical Dynamics (Mechanics) of Discrete Hereditary Systems), University of Niš, 2001, Monograph, p. 426, YU ISBN 86-7181-054-2.
- [2] Hedrih (Stevanović) K., (2008), „The fractional order hybrid system vibrations,“ Monograph, Chap in Monograph. Advances in Nonlinear Sciences, ANN, 2008, Vol. 2, pp. 226-326.
- [3] Hedrih (Stevanović) K. (2011), „Analytical mechanics of fractional order discrete system vibrations,“ Chap in Monograph. Advances in nonlinear sciences, Vol. 3, JANN, Belgrade, pp. 101-148, 2011. ISSN: 978-86-905633-3-3.
- [4] Hedrih (Stevanović) K., (2014), „Generalized function of fractional order dissipation of system energy and extended Lagrange differential Lagrange equation in matrix form,“ Dedicated to 86th Anniversary of Radu MIRON'S Birth., Tensor, Vol. 75, No. 1. pp. 35-51. Tensor Society (Tokyo), c/o Kawaguchi Inst. of Math. Soc. , Japan.. ISSN 0040-3604.
- [5] Hedrih (Stevanović) K., Tenreiro Machado J., (2013), „Discrete fractional order system vibrations,“ International Journal Non-Linear Mechanics (January 6, 2014), Volume 73, July 2015, Pages 2–11, DOI: 10.1016/j.ijnonlinmec.2014.11.009 ; ISSN 0020-7462
<http://authors.elsevier.com/authorforms/NLM2407/7c32b6b4f19f2471fb24556142da3cd1>

ТЕОРИЈА ОСЦИЛАЦИЈА ДИСКРЕТНОГ СИСТЕМА ФРАКЦИОНОГ РЕДА: ПРЕГЛЕД СЕРИЈЕ ТЕОРЕМА

Катица Р. (Стевановић) Хедрих^{1,2}

¹ Математички институт САНУ, Одељење за механику,
ул. Кнез Михаилова 36/III, 11 000-Београд, Србија. е-пошта: khedrih@sbb.rs

² Машински факултет, Универзитет У Нишу, Србија
е-пошта: katica@masfak.ni.ac.rs, khedrih@eunet.rs

Кључне речи: Дискретни осцилаторни систем фракционог реда, генерализована функција дисипације енергије фракционог типа, главни модови фракционог реда, теореме.

АПСТРАКТ

Теорија осцилација дискретних система фракционог реда, и са коначним бројем степени слободне осциловања је приказана [1-3, 5]. Генерализована функција дисипације фракционог реда енергије система је приказана [4]. Идентификовани су независни сопствени главни осцилатори фракционог реда за једну класу дискретног система фракционог реда, и са коначним бројем степени слободне, као и одговарајући независни сопствени главни модови фракционог реда. На бази енергијске анализе, серија теорема је дефинисана и представљена. Представљена је енергијска анализа на аналогним моделима једног броја механичких и електричних осцилатора фракционог реда са коначним бројем степени слободне осциловања.

Својства сопствених временских функција једне класе дискретно континуалних хибридних система, који садрже спрегнут коначан број деформабилних тела (греда, или плоча или мембрана) спрегнутих дискретно континуалним слојевима фракционих својстава су приказана. Аналогија између тих сопствених временских функција и генерализованих координата ланца фракционог реда је показана. Дефинисане су неке теореме о независним сопственим главним модовима фракционог реда тих сопствених временских функција.

Дефинисани су и приказани сопствени главни ланци и сопствене површинске мреже за једну класу дискретно континуалних модела фракционог реда.

Петровићева теорија о елементима математичке феноменологије је видљива кроз приказане резултате у овом прегледном раду кроз аналогне осцилаторе фракционог реда, а дисператне физичке природе.

Напомена: Део истраживања финансијски је потпомогнут од Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије преко Математичког института Српске академије наука и уметности пројекат ОИ 174001 "Динамика хибридних система сложених структура. Механика материјала", као и Машинског факултета Универзитета у Нишу.

РЕФЕРЕНЦЕ

- [1] Goroško O.A. and Hedrih (Stevanović) K.R., (2001), „Analitička dinamika (mehanika) diskretnih naslednih sistema,“ (Analytical Dynamics (Mechanics) of Discrete Hereditary Systems), University of Niš, 2001, Monograph, p. 426, YU ISBN 86-7181-054-2.
- [2] Hedrih (Stevanović) K., (2008), „The fractional order hybrid system vibrations,“ Monograph, Chap in Monograph. Advances in Nonlinear Sciences, ANN, 2008, Vol. 2, pp. 226-326.
- [3] Hedrih (Stevanović) K. (2011), „Analytical mechanics of fractional order discrete system vibrations,“ Chap in Monograph. Advances in nonlinear sciences, Vol. 3, JANN, Belgrade, pp. 101-148, 2011. ISSN: 978-86-905633-3-3.
- [4] Hedrih (Stevanović) K., (2014), „Generalized function of fractional order dissipation of system energy and extended Lagrange differential Lagrange equation in matrix form,“ Dedicated to 86th Anniversary of Radu MIRON'S Birth., Tensor, Vol. 75, No. 1. pp. 35-51. Tensor Society (Tokyo), c/o Kawaguchi Inst. of Math. Soc., Japan. ISSN 0040-3604.
- [5] Hedrih (Stevanović) K., Tenreiro Machado J., (2013), „Discrete fractional order system vibrations,“ International Journal Non-Linear Mechanics (January 6, 2014), Volume 73, July 2015, Pages 2–11, DOI : 10.1016/j.ijnonlinmec.2014.11.009 ; ISSN 0020-7462
<http://authors.elsevier.com/authorforms/NLM2407/7c32b6b4f19f2471fb24556142da3cd1>

HEAT CONDUCTION MODELLING WITHIN THE THEORY OF FRACTIONAL CALCULUS

Teodor Atanacković¹, Alfio Grillo², Sanja Konjik³, Ljubica Oparnica⁴ and Dušan Zorica⁵

¹Department of Mechanics, Faculty of Technical Sciences
University of Novi Sad, Novi Sad, Serbia
e-mail: atanackovic@uns.ac.rs

²Department of Mathematical Sciences "G.L. Lagrange" (DISMA)
Politecnico di Torino, Torino, Italy
e-mail: alfio.grillo@polito.it

³Department of Mathematics and Informatics, Faculty of Sciences
University of Novi Sad, Novi Sad, Serbia
e-mail: sanja.konjik@dmi.uns.ac.rs

⁴Faculty of Education
University of Novi Sad, Sombor, Serbia
e-mail: ljubica.oparnica@pef.uns.ac.rs

⁵Mathematical Institute
Serbian Academy of Arts and Sciences, Beograd, Serbia
e-mail: dusan_zorica@mi.sanu.ac.rs

Keywords: Cattaneo Heat Conduction Model; Hereditariness; Non-locality.

ABSTRACT

Fractional derivative is the non-local operator, represented in case of the Caputo derivative by a convolution of a power type kernel with the ordinary derivative of the function. Non-locality of the fractional derivative plays a major role in its applications in modelling hereditary processes, where the current value of some physical quantity is influenced by its history, as well as in the modelling spatial non-locality, where the value of some physical quantity in a point of space is influenced by the values of that quantity in other points as well. Both of these properties will be used in modelling heat conduction phenomena.

The classical heat conduction equation is obtained from the energy balance equation and the constitutively given heat conduction law (Fourier's law). The energy balance equation is not subject to generalization, while the constitutive heat conduction law, connecting the heat flux and temperature gradient, is generalized by introducing history dependent heat flux through the time-fractional derivative, as well as by introduction of spatial non-locality via generalization of the temperature gradient by employing the space-fractional derivatives.

Diffusion-wave equation, under appropriate assumptions on the constitutive equations, can be regarded as the generalization of both wave equation and heat conduction (or diffusion) equation. In particular, the fractional telegraph equation and the distributed-order diffusion wave equation represent the generalizations of the diffusion-wave equation.

NONLOCAL ELASTICITY AND FRACTIONAL VISCOELASTICITY MODELS OF NANOBEAMS AND NANOPlates

Milan S. Cajić¹, Mihailo P. Lazarević² and Danilo Z. Karličić³

¹Department of Mechanics
Mathematical Institute of the Serbian Academy of Sciences and Arts Belgrade, 11000, Serbia,
e-mail: mcajic@mi.sanu.ac.rs, web page: <http://www.mi.sanu.ac.rs/~mcajic/>

²Department of Mechanics
University of Belgrade, Faculty of Mechanical Engineering, Belgrade, 11000, Serbia
e-mail: mlazarevic@mas.bg.ac.rs, web page: <http://www.mlazarevic-fracmeh.com/>

³Department of Mechanics
University of Niš, Faculty of Mechanical Engineering, Niš, 18000, Serbia
e-mail: mlazarevic@mas.bg.ac.rs, web page: <http://www.mlazarevic-fracmeh.com/>

Keywords: Nonlocal Elasticity; Fractional Viscoelasticity; Nanoplates, Nanobeams; Damped Vibration

ABSTRACT

It is well known that nonlocal elasticity models are successfully applied to various nanostructure based systems to study their stability or vibration behavior [1]. Such modified continuum approach shows to be reliable and much more efficient way to study complex nano-scale systems and structures compared to atomistic methods based on discrete nature of nanostructures. Nonlocal elasticity introduces the scale effects into the model via single material parameter also called nonlocal parameter. Dissipation of mechanical energy in nanostructures is important feature of nano-scale system that significantly affects their dynamic or stability behavior. Various rheological models can be applied to describe such effects. However, well known comparison of fractional derivative rheological models compared to classical integer order one, candidates them for this application [2]. Finally, combination of nonlocal elasticity and fractional order viscoelasticity constitutive relations yield hybrid models that due to their nonlocal nature can describe nonlocality in space domain as well as relaxation/retardation processes in time domain. Here, we apply nonlocal elastic and fractional viscoelastic models to study vibration behavior of nanoplate and nanobeam like structures [3]. Euler-Bernoulli beam theory and Kirchhoff-Love plate theory are used for nanobeams and nanoplates, respectively. Several fractional derivative rheological models are shown and some of them applied to given nanostructure models. Governing equations are derived using D’Alembert’s principle and solutions for the simply supported boundary conditions are found using separation of variables, Laplace transform and Mellin-Fourier inverse transform methods as well as residue theory. Complex poles of unknown functions are determined by finding the roots of the characteristic equation using technique that is available in the literature. In order to show the effects of fractional derivative parameters, damping coefficients and nonlocal parameter on complex roots i.e. damped frequencies and damping ratios as well as on transient response of the systems, several numerical examples are given.

Acknowledgments: This research was supported by the Ministry of Education, Science and Technological Development of the Republic of Serbia, Grant No. OI 174001 and Serbia-China bilateral project number 3-12.

REFERENCES

- [1] Arash, B. and Wang, Q. (2012), "A review on the application of nonlocal elastic models in modeling of carbon nanotubes and graphenes," *Computational materials science* 51, pp. 303-313.
- [2] Rossikhin, Y. A. and Shitikova, M. V. (2010), "Application of fractional calculus for dynamic problems of solid mechanics: novel trends and recent results," *Applied Mechanics Reviews* 63, 010801.
- [3] Cajić, M., Karličić, D. and Lazarević, M. (2016), "Damped vibration of a nonlocal nanobeam resting on viscoelastic foundation: fractional derivative model with two retardation times and fractional parameters," *Meccanica*, pp. 1-20.

НЕЛОКАЛНО ЕЛАСТИЧНИ И ФРАКЦИОНО ВИСКОЕЛАСТИЧНИ МОДЕЛИ НАНОГРЕДА И НАНОПЛОЧА

Милан С. Цајић¹, Михаило П. Лазаревић² и Данило З. Карличић³

¹Department of Mechanics
Mathematical Institute of the Serbian Academy of Sciences and Arts, Belgrade, 11000, Serbia
e-mail: mcajic@mi.sanu.ac.rs, web page: <http://www.mi.sanu.ac.rs/~mcajic/>

²Department of Mechanics
University of Belgrade, Faculty of Mechanical Engineering, Belgrade, 11000, Serbia
e-mail: mlazarevic@mas.bg.ac.rs, web page: <http://www.mlazarevic-fracmeh.com/>

³Department of Mechanics
University of Niš, Faculty of Mechanical Engineering, Niš, 18000, Serbia
e-mail: mlazarevic@mas.bg.ac.rs, web page: <http://www.mlazarevic-fracmeh.com/>

Кључне речи: нелокална еластичност; фракциона вискоеластичност; наноплоче; наногреде; пригушене осцилације.

АПСТРАКТ

Познато је да су нелокално еластични модели успешно примењени на изучавање проблема стабилности и осцилација различитих системима базираних на наноструктурама [1]. Тако модификовани континуум приступ се показао поузданим и много ефикаснијим код изучавања сложених система и структура на нано скали у поређењу са атомистичким методама који се базирају на дискретној природи наноструктура. Нелокална теорија еластичности уводи у модел ефекте величине само преко једног параметра модела који се назива нелокални параметер. Дисипација механичке енергије у наноструктурама је важно својство система на нано скали које утиче на њихову стабилност и динамичко понашање. Могу се применити разни реолошки модели да би се обисали такви ефекти. Ипак, познате предности реолошких модела базираних на изводима фракционог реда у односу на класичне моделе са целобројним изводима, чини их приоритетним за примену у овом случају [2]. Коначно, комбинација нелокално еластичних и фракционо вискоеластичних конститутивних релација даје хибридне моделе чија нелокална природа описује како нелокалност у просторном домену тако и процесе релаксације/ретардације у временском домену. Овде смо применили нелокално еластичне и фракционо вискоеластичне моделе код осцилација структура као што су наноплоча и наногреда [3]. Еулер-Берноулли-јева теорија греде и Кирицхофф-Лове теорија плоче су примењене за наногреду односно наноплочу. Приказана су неколико различита реолошка модела фракционог реда и неки од њих примењени на датим моделима наноструктура. Изведене су једначине кретања система на основу Д'Аламберт-овог принципа и решења дата за случај граничних услова слободно ослоњених наноструктура користећи метод раздвајања променљивих, Лапласове и инверзне Меллин-Фурјеиер-ове трансформације као и Кошијеве теорије остатака. Комплексни полови непознате функције су одређени налажењем коренова карактеристичне једначине користећи методе из литературе. Да би смо показали ефекте фракционог параметра, параметра пригушења и нелокалног параметра на вредности комплексних корена тј. пригушене фреквенције и односе пругушења као и временски одзив система, дато је неколико нумеричких примера.

Захвалност: Ово истраживање финансијски је потпомогнуто од Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије, пројекат број ОИ 174001 и српско-кинеског билатералног пројекта 3-12.

РЕФЕРЕНЦЕ

- [1] Arash, B. and Wang, Q. (2012), "A review on the application of nonlocal elastic models in modeling of carbon nanotubes and graphenes," Computational materials science 51, pp. 303-313.
- [2] Rossikhin, Y. A. and Shitikova, M. V. (2010), "Application of fractional calculus for dynamic problems of solid mechanics: novel trends and recent results," Applied Mechanics Reviews 63, 010801.
- [3] Cajić, M., Karličić, D. and Lazarević, M. (2016), "Damped vibration of a nonlocal nanobeam resting on viscoelastic foundation: fractional derivative model with two retardation times and fractional parameters," Meccanica, pp. 1-20.

ADVANCED FRACTIONAL ORDER MODELING AND CONTROL OF DYNAMICS OF COMPLEX SYSTEMS: RECENT RESULTS

Mihailo P. Lazarević¹

Department of Mechanics

¹University of Belgrade, Faculty of Mechanical Engineering

Belgrade, 11000, Serbia

e-mail: mlazarevic@mas.bg.ac.rs, web page: <http://www.mlazarevic-fracmeh.com/>

Keywords: Electromechanical Analogies; Memristor; Fractional Derivative; Iterative Learning Control, Singular System.

ABSTRACT

In this presentation, we provide some applications of memristors and mem-systems with a particular focus on electromechanical systems and analogies that holds great promise for advanced modeling and control of complex objects and processes. In science and engineering, the ideas and concepts developed in one branch of science and engineering are often transferred to other branches. In addition to the analogy between mechanical and electrical systems, it was observed that phenomena from other physical domains exhibit similar properties, [1]. Representative example is nonlinear element -memristor which was postulated by Chua in 1971 [1] by analyzing mathematical relations between pairs of fundamental circuit variables. Besides, the relation between current and voltage which defines a memristive system, the relation between charge and voltage also specifies a memcapacitive system, and the flux-current relation gives rise to a meminductive system [2]. Here, we give a short review of available mem-systems integer order. In addition, important property of fractional operators is that they capture the history of all past events which means that fractional order systems [3] have intrinsically a memory of the previous dynamical evolution. Particularly, we present the connection between fractional order differintegral operators and behavior of the mem-systems which can be used for modeling dynamics of complex systems. Several potential applications of electromechanical analogies of integer and fractional order are discussed. Further, we investigate and suggest an open-closed-loop P/PDalpha type iterative learning control (ILC) [4] of fractional order singular complex system [5]. Particularly, we discuss fractional order linear singular systems in pseudo state space form. Sufficient conditions for the convergence in time domain of the proposed fractional order ILC for a class of fractional order singular system are given by the corresponding theorem together with its proof. Finally, numerical example is presented to illustrate the effectiveness of the proposed open-closed ILC scheme of fractional order for a class of fractional order singular complex system.

Acknowledgments: This research was supported by the research grants of the Serbian Ministry of Education, Science and Technological Development under the numbers TR35006, III41006, and Serbia-China bilateral project number 3-12.

REFERENCES

- [1] Chua L.O, Sung, M.K. (1976) “Memristive devices and systems”, Proceedings of the IEEE, Vol. 64, no. 2, pp. 209–223.
- [2] Di Ventra, M., Y. V. Pershin, and L. O. Chua,(2009) „Circuit elements with memory: memristors, memcapacitors, and meminductors” , Proceedings of the IEEE 97 (10), 1717-1724
- [3] M. Lazarević, Editor of, (2014) “Advanced Topics on Applications of Fractional Calculus on Control Problems, System Stability and Modeling”, Sci. Int. Mon., WSEAS, ID9028, ISBN:978-960-474-348-3 pp.202.
- [4] Ahn H.-S., Moore K., Chen Y., (2007) “Iterative learning control robustness and monotonic convergence for interval systems”, Springer-Verlag London Limited London.
- [5] Lazarević M.P., Tzekis P, (2014), “Robust second-order PD type iterative learning control for a class of uncertain fractional order singular systems”, Journal of Vibration and Control, Dec., doi:10.1177/1077546314562241,2014.

НАПРЕДНО МОДЕЛОВАЊЕ И УПРАВЉАЊЕ ДИНАМИКОМ КОМПЛЕКСНИХ СИСТЕМА ФРАКЦИОНОГ РЕДА: НЕДАВНИ РЕЗУЛТАТИ

Михаило П. Лазаревић

Машински Факултет, Универзитет у Београду, Краљице Марије 16, 11 120 Београд
e-mail: mlazarevic@mas.bg.ac.rs, web page: <http://www.mlazarevic-fracmeh.com/>

Кључне речи: електромеханичке аналогije, мемристор, фракциони извод, итеративно управљање путем учења, сингуларни систем

АПСТРАКТ

У овој презентацији, дате су неке апликације мемристора и мемристивних система са посебним нагласком на електромеханичке системе и аналогije које садрже велики потенцијал за напредно моделирање и управљање комплексних објеката и процеса. Познато је да у науци и инжењерству, развијене идеје и концепти у једној грани науке и технике се често могу искористити и у другим гранама науке и технике [1]. Један репрезентативни пример представља нелинеарни елемент-мемристор, који је постулиран од стране Чуа (Chua), 1971 [1], анализирајући математичке везе између основних величина струјног кола. Осим тога, релација између напона и струје који дефинишу један мемристивни систем, веза између наелектрисања и напона дефинишу сада један мемкапацитивни систем, док веза између флукса и струје одређује један меминдуктивни систем [2]. У том смислу, овде се даје и кратак преглед расположивих мемристивних система целог реда. Поред тога, важно својство фракционих оператора огледа се у особини да меморише претходна понашања система што другим речима омогућује [3] да системи фракционог реда имају меморију претходног динамичког понашања система. Посебно, овде је представљена веза између диференцијално-интегралних оператора фракционог реда и понашања мемристорских система где се исти могу применити за моделирање динамике комплексних система. Неколико потенцијалних примена електромеханичких аналогija целог и фракционог реда су посебно представљене и дискутоване.

У другом делу, сугерише се [4] и проучава итеративно управљање путем учења (ИЛЦ), ПИД тип фракционог реда у отвореној-затвореној петљи за један комплексни динамички систем фракционог реда,[5]. Посебно се дискутују сингуларни системи фракционог реда у простору псеудо-стања. Довољни услови за конвергенцију у временском домену предложеног фракционог реда ИЛЦ за класу фракционог реда сингуларног система су дати одговарајућом теоремом са пратећим доказом. Коначно, нумерички пример је представљен у циљу илустрације ефикасности предложене ИЛЦ схеме фракционог реда за класу сингуларног комплексног система фракционог реда.

Захвалница: Ово истраживање је подржано од стране пројекта Министарства образовања, науке и технолошког развоја Републике Србије, бр. TR35006, III41006 и српско-кинеског билатералног пројекта 3-12.

РЕФЕРЕНЦЕ

- [1] Chua L.O, Sung, M.K., (1976) "Memristive devices and systems", Proceedings of the IEEE, Vol.64, no. 2, pp. 209–223.
- [2] Di Ventra, M., Y. V. Pershin, and L. O. Chua,(2009) „Circuit elements with memory: memristors, memcapacitors, and meminductors”, Proceedings of the IEEE 97 (10), 1717-1724
- [3] M. Lazarević, Editor of, (2014) "Advanced Topics on Applications of Fractional Calculus on Control Problems, System Stability and Modeling", Sci. Int. Mon., WSEAS, ID9028, ISBN:978-960-474-348-3 pp.202.
- [4] Ahn H.-S., Moore K., Chen Y., (2007) "Iterative learning control robustness and monotonic convergence for interval systems", Springer-Verlag London Limited, London.
- [5] Lazarević M.P., Tzakis P.,(2014), "Robust second-order PD type iterative learning control for a class of uncertain fractional order singular systems", Journal of Vibration and Control, Dec., doi: 10.1177/1077546314562241,2014.

**ANALYSIS OF ENERGY STATE OF A DISCRETE FRACTIONALLY ONE- AND
TWO -LAYER OSCILLATORY SPHERICAL NET MODEL OF MOUSE ZONA
PELUCIDA**

Andjelka N. Hedrih¹, Mihailo Lazarević²

¹ Department for biomedical science, State University of Novi Pazar, Vuka karadzica bb, 36 300 Novi
Pazar Serbia,

e-mail: handjelka@hm.co.rs

² Faculty of Mechanical Engineering,

The University of Belgrade, Kraljice Marije 16, 11120 Belgrade 35

e-mail: m.lazarevic@mas.bg.ac.rs

Key words: Zona Pelucida; Energy Dissipation; Multi-layer Fractional Oscillatory Spherical Net Model; Oscillations; Coupled Meshes.

ABSTRACT

As there are experimental evidences that Zona Pelucida (ZP) changes its elasticity during process of maturation we may supposed that ZP changes its oscillatory states as well. One of biological functions of this multi-layer mesh-like 3D structure that surrounds mammalian oocytes is selectivity regarding sperm penetration. On a basis of single-layered oscillatory spherical net model of mouse ZP (mZP) the improved double layer model is developed. Two new variables were included into the model: double-layered network and visco-elastic properties between its constructive elements. Due to visco-elastic properties of ZP and its importance for mechanism of sperm penetration double layered oscillatory net model of mZP has fractional order properties. Molecules in double-layered oscillatory mZP model are interconnected with standard light fractional order visco-elastic element defined by constitutive relation force - elongation expressed by fractional order derivatives.

Oscillatory behavior of this double-layered system is discussed. As the sperm has to penetrate ZP it is of great importance what is the energy barrier it has to pass or what is the energy it has to own to fulfill the demands of ZP selection criteria. The energy states of one and double layered ZP oscillatory fractional order model of mZP are analyzed.

Acknowledgements: Authors would like to thank to prof. Katica (Stevanović) Hedrih from the Mathematical Institute of SASA, Belgrade, Serbia for valuable consultation and suggestions. This work was supported by the Ministry of Education, Sciences and Technology of the Republic of Serbia through the Mathematical Institute SANU Belgrade, Faculty of Mechanical Engineering University of Belgrade and State University of Novi Pazar Grant ON174001 as well as Project III No. 41006.

REFERENCES

- [1] Murayama Y, Mizuno J, Kamakura H, Fueta Y, Nakamura H, Akaishi H. 2006. Mouse zona pellucida dynamically changes its elasticity during oocyte maturation, fertilization and early embryo development. *Human Cell* 19:119–125.
- [2] Hedrih NA, and (Stevanović) Hedrih, RK. 2014. Analysis of energy state of discrete fractional order spherical net of mouse zona pellucida before and after fertilization. *International Journal of Mechanics SI*, 8: 371-376.
- [3] Hedrih N.A, Lazarević M. 2015. Multi-layer oscillatory spherical net model of mouse zona pelucida. *Proceedings of 5th International Congress of Serbian Society of Mechanics, Jun15-17th 2015, Arandjelovac, Serbia*. Published by Serbian Society of Mechanics and Faculty of Technical Sciences Novi Sad, Editors: Spasić T.D, Lazarević M, Grahovac N, Žigić M, ISBN 978-86-7892-715-7, COBISS.SR-ID 296997639. Electronic USB Proceedings. 1-8 pp.
- [4] Yanez Livia Z., Han Jinnuo, Behr Barry B., Reijo Pera Renee A. &. Camarillo David B. 2016. Human oocyte developmental potential is predicted by mechanical properties within hours after fertilization. *NATURE COMMUNICATIONS* 7:10809. DOI: 10.1038/ncomms10809. Published 24 Feb 2016.

АНАЛИЗА ЕНЕРГЕТСКОГ СТАЊА ДИСКРЕТНОГ ФРАКЦИОНОГ ЈЕДНО- И ДВОСЛОЈНОГ МОДЕЛА ОСЦИЛАТОРНЕ СФЕРНЕ МРЕЖЕ ZONE PELLUCIDA-Е МИША

Анђелка Н. Хедрих¹, Михаило Лазаревић²

¹ Департман за Биомедицинске науке, Државни Универзитет у Новом Пазару, Нови Пазар, Вука
Караџића бб, 36 300 Нови Пазар
електронска пошта: handjelka@hm.co.rs

² Машински Факултет, Универзитет у Београду, Краљице Марије 16, 11 120 Београд
електронска пошта: m.lazarevic@mas.bg.ac.rs

Кључне речи: zona pellucida, енергија дисипације, вишеслојни модел осцилаторне сферне мреже са фракционим својствима, осцилације, купловане мреже.

САЖЕТАК

С обзиром да експериментални подаци указују да Zona Pellucida (ZP) мења своја еластична својства током процеса сазревања, можемо да претпоставимо да ZP мења и своје осцилаторно стање. Једна од биолошких улога ове вишеслојне тродимензионалне структуре налик мрежи која окружује јајну ћелију сисара је селективност када је у питању пенетрација сперматозоида.

На основу једнослојног модела осцилаторне сферне мреже ZP миша (mZP) поставили смо побољшан, двослојни модел. У двослојни mZP модел су укључени нови параметри: двослојна мрежа и вискоеластичне везе између њених конститутивних елемената- mZP гликопротеина. Собзиром да ZP показује вискоеластична својства и да су она од значаја за механизам пенетрације сперматозоида, двослојна осцилаторна mZP мрежа има фракциона својства. Молекули у двослојној осцилаторној мрежи mZP су међусобно повезани стандардним лаким елементом фракционог реда чија су вискоеластична својства дефинисана конститутивним релацијама сила-издужење израженим преко оператора фракционог реда. Разматрано је осцилаторно понашање двослојног осцилаторног mZP модела. Собзиром да сперматозоид треба да прође кроз mZP од великог је значаја енергетска баријера коју треба при том да савлада или енергија коју сперматозоид треба да поседује да би испунио селекционе критеријуме mZP. Анализирано је енергетско стање дискретног фракционог једно- и двослојног модела осцилаторне сферне мреже mZP.

Захвалница: Аутори се захваљују проф. Др Катици (Стевановић) Хедрих са Математичког Института САНУ, Београд, Србија на корисним сугестијама и консултацијама. Настанак овог рада подржан је средствима Министарства просвете, науке и технолошког развоја преко пројеката ОИ 174001 и III 41006 који се реализују на Државном универзитету у Новом Пазару и Машинском факултету Универзитета у Београду.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Murayama Y, Mizuno J, Kamakura H, Fueta Y, Nakamura H, Akaishi H. 2006. Mouse zona pellucida dynamically changes its elasticity during oocyte maturation, fertilization and early embryo development. *Human Cell* 19:119–125.
- [2] Hedrih NA, and (Stevanović) Hedrih, RK. 2014. Analysis of energy state of discrete fractional order spherical net of mouse zona pellucida before and after fertilization. *International Journal of Mechanics SI*, 8: 371-376.
- [3] Hedrih N.A, Lazarević M. 2015. Multi-layer oscillatory spherical net model of mouse zona pellucida. *Proceedings of 5th International Congress of Serbian Society of Mechanics*, Jun15-17th 2015, Arandjelovac, Serbia. Published by Serbian Society of Mechanics and Faculty of Technical Sciences Novi Sad, Editors: Spasić T.D, Lazarević M, Grahovac N, Žigić M, ISBN 978-86-7892-715-7, COBISS.SR-ID 296997639. Electronic USB Proceedings. 1-8 pp.
- [4] Yanez Livia Z., Han Jinnuo, Behr Barry B., Reijo Pera Renee A. & Camarillo David B. 2016. Human oocyte developmental potential is predicted by mechanical properties within hours after fertilization. *NATURE COMMUNICATIONS* 7:10809. DOI: 10.1038/ncomms10809. Published 24 Feb 2016.

GEAR DYNAMICS – OVERVIEW OF FRACTIONAL ORDER SYSTEM DYNAMICS VS. OTHER APPROACHES

Ivana D. Atanasovska¹

¹Mathematical Institute of Serbian Academy of Sciences and Arts,
Knez Mihailova 36/III, 11000 Belgrade, Serbia, e-mail: iviatanasov@yahoo.com

Keywords: Nonlinear Dynamics; Gears; Fractional Calculus; Finite Element Analysis

ABSTRACT

Gear power transmission systems have extensive fields of application last decades. In addition to conventional applications in operation machines, their modern application in generators of renewable energy sources with request for high efficiency and noise reduction is very important. These requirements initiate new research activities in all aspects of gear operating. The all parameters of dynamics behavior of gears are the most important input for state-of-art application of gears. Therefore, many new or improved approaches for gear dynamics solving are published during recent years. They all start with the same main mechanical model of gear pair system, but used different analytical and numerical methods and approximations for model solving.

One of very extensive research attempts to find an analytical solution is certainly the work of Theodossiades and Natsiava [1], who explain the fundamentals for different analytical methods, but similarly as other authors concluded that only approximate solutions could be found. One of the new and original approaches to modeling and solving the gear dynamics is model developed by Prof. Hedrih and Prof. Nikolic-Stanojevic, [2]. This model of multistep gear transmission dynamics used the assumption that teeth contact could be modeled with standard light element with constitutive stress-strain relation expressed by members with fractional order derivatives, [3]. The fractional calculus is then used for obtaining the eigen fractional order modes. The same approach is used for fractional order dynamics of planetary gears, [4]. It is very interesting comparison of this approach with Finite Element Analysis (FEA) models for gear dynamics, which are developed by different research groups. The special attention should be dedicated to the discussion of possibilities for building in the new FEA procedures for periodic varying mesh stiffness, [5, 6], in developed fractional order system dynamics model for gears, [2].

Acknowledgments: Parts of this research were supported by the Ministry of Sciences of Republic Serbia trough Mathematical Institute SANU Belgrade, Grants OI 174001 "Dynamics of hybrid systems with complex structures; Mechanics of materials".

REFERENCES

- [1] Theodossiades S., Natsiavas S. (2000), "Non-linear Dynamics of Gear-Pair Systems with Periodic Stiffness and Backlash on-linear dynamics of gear-pair systems with periodic stiffness and backlash", *Journal of Sound and Vibration*, Vol.229, No.2, pp. 287-310.
- [2] Hedrih (Stevanovic) K., Nikolic-Stanojevic V. (2010), "A Model of Gear Transmission: Fractional Order System Dynamics", *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2010, pp. 1-23.
- [3] Hedrih (Stevanovic) K. (2008), "Dynamics of Multi-Pendulum Systems with Fractional Order Creep Elements", *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 46, No.3, pp.483-509.
- [4] Nikolic-Stanojevic V., Veljovic Lj., Dolicanin C. (2013), "A New Model of the Fractional Order Dynamics of the Planetary Gears", *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2013, pp. 1-14.
- [5] Atanasovska, I. (2015), "The Mathematical Phenomenological Mapping in Nonlinear Dynamics of Spur Gear Pair and Radial Ball Bearing due to the Variable Stiffness", *International Journal of Non-linear Mechanics, Elements of mathematical phenomenology and phenomenological mapping in non-linear dynamics*, Edited by Katica R. (Stevanovic) Hedrih, Ivan Kosenko, Pavel Krasilnikov and Pol D. Spanos, Vol. 73, pp. 114-120.
- [6] Atanasovska, I., Vukšić Popović, M. (2013), "Dynamics of Gear-pair Systems with Periodic Varying Mesh Stiffness - Spur Gears VS Helical Gears, Series: Scientific Review, Scientific and Engineering - Special Issue - Nonlinear Dynamics S2 (2013), Guest Editors: Katica R (Stevanović) Hedrih and Željko Mijajlović, pp. 373-388.

ДИНАМИКА ЗУПЧАНИКА-ПРИКАЗ ПРИМЕНЕ ДИНАМИКЕ СИСТЕМА ФРАКЦИОНОГ РЕДА У ПОРЕЂЕЊУ СА ДРУГИМ ПРИСТУПИМА

Ивана Д. Атанасовска

¹Математички институт Српске академије наука и уметности,
ул. Кнез Михаилова 36/III, 11000 Београд, Србија. е-пошта: iviatanasov@yahoo.com

Кључне речи: нелинеарна динамика; зупчаници; рачун фракционог реда; анализа методом коначних елемената.

АПСТРАКТ

Зупчasti преносници снаге имају све ширу област примене последњих деценија. Поред уобичајеним примена код погонских машина, веома је важна њихова примена код генератора обновљивих извора енергије који имају веома ригорозне захтеве за високом ефикасношћу и смањеном буком. Ови захтеви иницирали су нова истраживања у свим аспектима рада зупчаника. Сви параметри динамичког понашања зупчаника су најважнији за њихову савремену примену, па су последњих година публиковани многи нови или побољшани приступи и модели за решавање динамике зупчаника. Треба нагласити да сви они као полазну основу узимају исти механички модел система спрегнутих зупчаника, али користе различите аналитичке и нумеричке методе и упрошћења за решавање.

Једно од веома опширних истраживања која се тичу проналажења аналитичког решења дефинисаног проблема је свакако рад аутора Тхеодоссиадес анд Натсиава [1], који су описали основе различитих аналитичких метода и на крају као и остали аутори закључили да само приближна решења могу да се пронађу. Један од нових и оригиналних приступа моделирању и решавању динамике зупчаника је модел који су развиле Проф. Хедрих и Проф. Николић-Станојевић, [2]. Овај модел динамике вишестепеног зупчастог преносника користи претпоставку да се контакт зубаца може моделирати стандардним лаким елементом са конститутивним релацијама напон-деформација приказаним члановима са изводима фракционог реда, [3]. Фракциони рачун је коришћен за добијање сопствених модова фракционог реда. Исти приступ је коришћен за описивање динамике фракционог реда код планетарних преносника, [4]. Веома је занимљиво поређење овог приступа са моделима за динамичку анализу методом коначних елемената, које су развијали различите истраживачке групе. У складу са тим, посебна пажња посвећује се дискусији могућности уграђивања нове процедуре за одређивање периодично променљиве крутости спреге коришћењем модела коначних елемената [5, 6], у развијеним моделима зупчаника као динамичких система фракционог реда [2].

Напомена: Део истраживања финансијски је потпомогнут од Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије преко Математичког института Српске академије наука и уметности, Пројекат ОИ 174001 "Динамика хибридних система комплексних структура. Механика материјала."

РЕФЕРЕНЦЕ

- [1] Theodossiades S., Natsiavas S. (2000), "Non-linear Dynamics of Gear-Pair Systems with Periodic Stiffness and Backlash on-linear dynamics of gear-pair systems with periodic stiffness and backlash", Journal of Sound and Vibration, Vol.229, No.2, pp. 287-310.
- [2] Hedrih (Stevanovic) K., Nikolic-Stanojevic V. (2010), "A Model of Gear Transmission: Fractional Order System Dynamics", Mathematical Problems in Engineering, Vol. 2010, pp. 1-23.
- [3] Hedrih (Stevanovic) K. (2008), "Dynamics of Multi-Pendulum Systems with Fractional Order Creep Elements", Journal of Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 46, No.3, pp.483-509.
- [4] Nikolic-Stanojevic V., Veljovic Lj., Dolicanin C. (2013), "A New Model of the Fractional Order Dynamics of the Planetary Gears", Mathematical Problems in Engineering, Vol. 2013, pp. 1-14.
- [5] Atanasovska, I. (2015), "The Mathematical Phenomenological Mapping in Nonlinear Dynamics of Spur Gear Pair and Radial Ball Bearing due to the Variable Stiffness", International Journal of Non-linear Mechanics, Elements of mathematical phenomenology and phenomenological mapping in non-linear dynamics, Edited by Katica R. (Stevanovic) Hedrih, Ivan Kosenko, Pavel Krasilnikov and Pol D. Spanos, Vol. 73, pp. 114-120.
- [6] Atanasovska, I., Vukšić Popović, M. (2013), "Dynamics of Gear-pair Systems with Periodic Varying Mesh Stiffness - Spur Gears VS Helical Gears, Series: Scientific Review, Scientific and Engineering - Special Issue - Nonlinear Dynamics S2 (2013), Guest Editors: Katica R (Stevanović) Hedrih and Željko Mijajlović, pp. 373-388.

NONLINEAR FORCED VIBRATION OF A FUNCTIONALLY GRADED NONLOCAL NANOBEM EMBEDDED IN A FRACTIONAL VISCOELASTIC MEDIUM

Danilo Z. Karličić¹, Milan S. Cajić², Predrag Kozic¹, Mihailo Lazarević³

¹Faculty of Mechanical Engineering,
University of Niš, Aleksandra Medvedeva 14, Niš, Serbia
e-mail: danilo.karlicic@masfak.ni.ac.rs

²Department of Mechanics
Mathematical Institute of the Serbian Academy of Sciences and Arts, Belgrade, 11000, Serbia
e-mail: mcajic@mi.sanu.ac.rs, web page: <http://www.mi.sanu.ac.rs/~mcajic/>

³Department of Mechanics
University of Belgrade, Faculty of Mechanical Engineering, Belgrade, 11000, Serbia
e-mail: mlazarevic@mas.bg.ac.rs, web page: <http://www.mlazarevic-fracmeh.com/>

Keywords: Nonlocal Elasticity; Functionally Graded Beam; Fractional Viscoelastic Foundation; Forced Vibration.

ABSTRACT

In recent years, nonlinear and damping effects have become more important in the study of the dynamic behavior of micro- and nano- systems and devices. Therefore, investigators direct special attention to the mathematical modeling of the dynamic behavior of nano-structures such as carbon nanotubes, ZnO nanotubes and functionally graded beams.

The functionally graded materials (FGM) are types of structures that are composed of at least two-phase inhomogeneous particulate composite and synthesized in such manner that the volume fractions of constituents vary continuously along any desired spatial direction. This results in smooth variation of mechanical properties along desired direction. Nazemnezhad et al. [1] have analyzed the free nonlinear vibration of FG nanobeam based on the von Karman deformation, Euler-Bernoulli beam theory and nonlocal elasticity. They obtained approximated analytical solution for the nonlinear natural frequency by applying the multiple scales perturbation method. Ansari et al. [2] proposed nonlinear dynamic model to analyze the nonlinear forced vibration of FG nanobeam in thermal environment based on the surface elasticity theory.

Some authors describe dissipation effects in viscoelastic structures and nanostructures using fractional derivative models [3]. Ansari et al. [4] investigated the nonlinear vibration of a nonlocal fractional viscoelastic nanobeam using numerical methods.

By browsing the literature, the authors found a small number of studies focused on the vibration analysis of FG nanobeams embedded in certain type of medium. In this report, we investigated the dynamical model of a functionally graded (FG) beam modeled as a nanobeam with geometric nonlinearity embedded in a fractional Kelvin-Voigt viscoelastic medium by using the nonlocal continuum theory. The material properties of FG nanobeam vary continuously through thickness direction, which is based on the power-law distribution. We assume that the FG nanobeam has simply-supported boundary conditions and vibrates under the influence of the transversal periodic load. Based on the nonlocal Euler-Bernoulli beam theory, von Karman nonlinear strain-displacements relation, we obtain the nonlinear fractional partial differential equations of transversal motion of the embedded FG nanobeam. By using the assumption of small fractional damping we employed the perturbation method of multiple-scales to obtain the approximated analytical solution of the governing equation of motion. The relationships between frequency-amplitude and force-amplitude in the presence of fractional damping are derived by using the multiple scales method. It is shown that the nonlocal parameter, fractional damping and material property gradient index have significant effects on the vibration behavior of FG nanobeam and therefore receive substantial attention.

REFERENCES

- [1] Nazemnezhad, R., & Hosseini-Hashemi, S. (2014). Nonlocal nonlinear free vibration of functionally graded nanobeams. *Composite Structures*, 110, 192-199.
- [2] Ansari, R., Pourashraf, T., & Gholami, R. (2015). An exact solution for the nonlinear forced vibration of functionally graded nanobeams in thermal environment based on surface elasticity theory. *Thin-Walled Structures*, 93, 169-176.
- [3] Rossikhin, Y. A., & Shitikova, M. V. (2009). New approach for the analysis of damped vibrations of fractional oscillators. *Shock and Vibration*, 16(4), 365-387.
- [4] Ansari, R., Oskouie, M. F., & Gholami, R. (2016). Size-dependent geometrically nonlinear free vibration analysis of fractional viscoelastic nanobeams based on the nonlocal elasticity theory. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 75, 266-271.

НЕЛИНЕАРНЕ ПРИНУДНЕ ОСЦИЛАЦИЈЕ ФУНКЦИОНАЛНИХ НЕЛОКАЛНИХ НАНОГРЕДА У ФРАКЦИОНО ВИСКООЕЛАСТИЧНОЈ СРЕДИНИ

Данило З. Карличич¹, Милан С. Цајић², Предраг Козић¹, Михаило Лазаревић³

¹Faculty of Mechanical Engineering,
University of Niš, Aleksandra Medvedeva 14, Niš, Serbia
e-mail: daniilo.karlicic@masfak.ni.ac.rs

²Department of Mechanics
Mathematical Institute of the Serbian Academy of Sciences and Arts, Belgrade, 11000, Serbia
e-mail: mcajic@mi.sanu.ac.rs, web page: <http://www.mi.sanu.ac.rs/~mcajic/>

³Department of Mechanics
University of Belgrade, Faculty of Mechanical Engineering, Belgrade, 11000, Serbia
e-mail: mlazarevic@mas.bg.ac.rs, web page: <http://www.mlazarevic-fracmeh.com/>

Кључне речи: нелокална еластичност; функционални материјали; фракциона вискоеластичност; принудне осцилације.

АПСТРАКТ

Последњих година, нелинеарни и ефекти пригушења су постали све важнији код изучавања динамичког понашања микро и нано система и уређаја. Стога, истраживачи су своју пажњу усмерили на математичко моделирање динамичког понашања наноструктура као што су угљеничне наноцеви, ZnO (цинк оксид) наноцеви и функционалне греде.

Функционални материјали (ФУМ) су типови структура које се састоје од нехомогеног композита са најмање две фазе, који су синтетизовани на такав начин да се запремински удео сваке фазе континуално мења дуж жељеног правца. Ово као резултат даје глатку варијацију у механичким својствима дуж тог правца. Наземнезхад и коаутори [1] су анализирали слободне нелинеарне осцилације ФГ наногреде на основу фон Карманових деформација, Ојлер-Бернулијеве теорије греде и нелокалне еластичности. Добијена су апроксимативна решења за нелинеарне природне фреквенције пертурбационом методом више скала. Ансари и коаутори [2] су предложили нелинеарни динамички модел за анализу принудних осцилација ФУ наногреде под термичким утицајем средине на основу површинске теорије еластичности.

Неки аутори су ефекте дисипације у вискоеластичним структурама и наноструктурама описивали помоћу модела са фракционим изводима [3]. Ансари и коаутори [4] су истражили нелинеарне осцилације нелокалне фракционо вискоеластичне наногреде применом нумеричких метода.

Претраживањем литературе, аутори су наишли на мали број студија које се баве анализом осцилација ФУ наногреда уметнутих у неку средину. Применом нелокалне континуум теорије, у овом раду смо анализирали динамички модел функционалне (ФУ) наногреде са геометријском нелинеарношћу која је уметнута у фракциону Келвин-Војт вискоеластичну средину. Материјалне карактеристике ФУ наногреде су континуално променљиве у правцу дебљине наногреде на основу закона потенцијале. Претпоставили смо да је ФГ наногреда слободно ослоњена и да осцилује под утицајем трансверзалне побуде. На основу Ојлер-Бернулијеве теорије греде и фон Карманове нелинеарне релације деформација-померање добијемо нелинеарну фракциону парцијално диференцијалну једначину трансверзалних осцилација ФУ наногреде. Увођење претпоставке о малом фракционом пригушењу даје нам могућност примене методе више скала за добијање апроксимативног аналитичког решења једначине кретања. Везе између фреквенције-амплитуде и силе-амплитуде у присуству фракционог пригушења су добијене такође методом више скала. Показано је да нелокални параметар, фракционо пригушење и индекс градијента материјалних карактеристика система имају значајан утицај на понашање ФУ наногреде и стога им је посвећено више пажње.

РЕФЕРЕНЦЕ

- [1] Nazemnezhad, R., & Hosseini-Hashemi, S. (2014). Nonlocal nonlinear free vibration of functionally graded nanobeams. *Composite Structures*, 110, 192-199.
- [2] Ansari, R., Pourashraf, T., & Gholami, R. (2015). An exact solution for the nonlinear forced vibration of functionally graded nanobeams in thermal environment based on surface elasticity theory. *Thin-Walled Structures*, 93, 169-176.
- [3] Rossikhin, Y. A., & Shitikova, M. V. (2009). New approach for the analysis of damped vibrations of fractional oscillators. *Shock and Vibration*, 16(4), 365-387.
- [3] Ansari, R., Oskouie, M. F., & Gholami, R. (2016). Size-dependent geometrically nonlinear free vibration analysis of fractional viscoelastic nanobeams based on the nonlocal elasticity theory. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 75, 266-271.

STABILIZATION CONTROL OF INVERTED PENDULUM SYSTEMS BY FRACTIONAL ORDER PD CONTROLLER BASED ON D-DECOMPOSITION TECHNIQUE

Petar D. Mandić¹, Mihailo P. Lazarević², Tomislav B. Šekara³

¹ Faculty of Mechanical Engineering,
The University of Belgrade, Kraljice Marije 16, 11120 Belgrade 35
e-mail: pmandic@mas.bg.ac.rs

² Faculty of Mechanical Engineering,
The University of Belgrade, Kraljice Marije 16, 11120 Belgrade 35
e-mail: mlazarevic@mas.bg.ac.rs

³ School of Electrical Engineering,
The University of Belgrade, Bulevar kralja Aleksandra 73, 11120 Belgrade 35
e-mail: tomi@etf.rs

Key words: Inverted Pendulum; Fractional Order PID Control; Asymptotic Stability; D-decomposition Technique; Robust Control; Rational Approximations.

ABSTRACT

Many systems in nature are inherently under-actuated, with fewer actuators than degrees of freedom. However, even with reduced number of actuators, these systems are able to produce complex movements. To be capable of performing such motions, complex control algorithms must be implemented. Classical benchmark examples for studying problems of this kind include inverted pendulum systems. This paper deals with stability problem of two types of inverted pendulum controlled by a fractional order PD controller. Rotational and cart inverted pendulum are highly nonlinear mechanical systems with one control input and two degrees of freedom. Detailed mathematical model of both pendulums are derived using the Rodriguez method. Stabilization of pendulum around its unstable equilibrium point is achieved by using the fractional order PD ^{α} controller, in combination with partial feedback linearization technique. There are several methods for determining stability region of a closed loop system, and D-decomposition is one of them. Herein, D-decomposition method is applied to the inverted pendulum case, and determining its stability regions in parameters space of a fractional order PD controller is presented. D-decomposition for linear fractional systems is investigated, and for the case of linear parameters dependence. Fractional order control laws are represented by a transfer functions which are not rational, which gives rise to a problem of practical implementation of the corresponding control algorithms. A method for rational approximation of linear fractional order systems used in this paper is computationally efficient, accurate, and relies on the interpolation of the frequency characteristics of the system on a predefined set of target frequencies. The performance of the proposed method is demonstrated with experimental verification of the stabilization control of the cart pendulum system.

Acknowledgements: Authors gratefully acknowledge the support of Ministry of Education, Science and Technological Development of the Republic of Serbia under the project TR 33047 (P.D.M.) as well as supported by projects TR 35006 (M.P.L.) and TR 33020 (T.B.Š) through the Faculty of Mechanical Engineering and School of Electrical Engineering, University of Belgrade.

REFERENCES

- [1] Čović V, Lazarević MP. 2009. Robot Mechanics, Published by Faculty of Mechanical Engineering Belgrade (in Serbian).
- [2] Neimark YI. 1949. D-decomposition of the space of the quasipolynomials. Appl. Math. Mech., Vol. 13, 349-380 (in Russian).
- [3] Mandić PD, Lazarević MP, Šekara TB. 2016. D-decomposition technique for stabilization of Furuta pendulum: fractional approach, Bull. Pol. Ac.: Tech., Vol. 64, No. 1, 189-196.
- [4] Šekara TB, Rapačić MR, Lazarević MP. 2013. An efficient method for approximation of non-rational transfer functions. Electronics, Vol. 17, No. 1, 40-44.

СТАБИЛИЗАЦИОНО УПРАВЉАЊЕ СИСТЕМА ИНВЕРЗНОГ КЛАТНА ПОМОЋУ ПД КОНТРОЛЕРА ФРАКЦИОНОГ РЕДА ЗАСНОВАНОГ НА ТЕХНИЦИ Д-РАЗЛАГАЊА

Петар Д. Мандић, Михаило П. Лазаревић², Томислав Б. Шекара³

¹ Машински Факултет, Универзитет у Београду, Краљице Марије 16, 11120 Београд
е-пошта: pmandic@mas.bg.ac.rs

² Машински Факултет, Универзитет у Београду, Краљице Марије 16, 11120 Београд
е-пошта: mlazarevic@mas.bg.ac.rs

³ Електротехнички Факултет, Универзитет у Београду, Булевар краља Александра 73, 11120 Београд
е-пошта: tomi@etf.rs

Кључне речи: инверзно клатно; фракциони ПИД управљачки алгоритам; асимптотска стабилност; метода Д-разлагања; робусно управљање; рационалне апроксимације

САЖЕТАК

Многи системи у природи су нередувантни са становишта управљања, тј. имају мање управљачких величина него степени слободе. Међутим, ови системи способни су за извођење сложених покрета. Да би то било могуће, морају се применити сложени управљачки алгоритми. Класични примери оваквих система које изучавају научници су системи типа инверзног клатна. У овом раду, приказана су два типа инверзног клатна управљаних помоћу фракционог ПД регулатора. Ротационо и линеарно инверзно клатно су нелинеарни механички системи са једном управљачком величином и два степена слободе. Користећи Родригов приступ описани су математички модели оба клатна. Стабилизација клатна око нестабилног положаја равнотеже постигнута је употребом фракционог ПД регулатора, у комбинацији са техником парцијалне feedback линеаризације. Што се тиче домена стабилности затвореног система управљања, постоји више метода за његово рачунање, а метода Д-разлагања је једна од њих. Овде је метода Д-разлагања примењена за случај инверзног клатна и за одређивање домена стабилности у параметраској равни фракционог регулатора. Приказана је примена ове методе за линеарне фракционе системе, и за случај линеарне зависности између параметара. Управљачки алгоритми фракционог типа су представљени нерационалним преносним функцијама, услед чега се јавља проблем практичне имплементације наведених алгоритама. У овом раду је примењен метод за рационалну апроксимацију линеарних фракционих система који је погодан за имплементацију на рачунару, и заснива се на интерполацији фреквентне карактеристике система на основу претходно изабраних карактеристичних фреквенција. Ефикасност ове методе демонстрирана је експериментално на примеру линеарног инверзног клатна.

Захвалница: Настанак овог рада подржан је средствима Министарства просвете, науке и технолошког развоја преко пројеката ТР 33047 (П.Д.М), ТР 35006 (М.П.Л), ТР 33020 (Т.Б.Ш.) који се реализују на Машинском факултету и Електротехничком факултету Универзитета у Београду.

Литература:

- [1] Čović V, Lazarević MP. 2009. Robot Mechanics, Published by Faculty of Mechanical Engineering Belgrade (in Serbian).
- [2] Neimark YI. 1949. D-decomposition of the space of the quasipolynomials. Appl. Math. Mech., Vol. 13, 349-380 (in Russian).
- [3] Mandić PD, Lazarević MP, Šekara TB. 2016. D-decomposition technique for stabilization of Furuta pendulum: fractional approach, Bull. Pol. Ac.: Tech., Vol. 64, No. 1, 189-196.
- [4] Šekara TB, Rapačić MR, Lazarević MP. 2013. An efficient method for approximation of non-rational transfer functions. Electronics, Vol. 17, No. 1, 40-44.



Serbia-China science-bilateral project 3-12
Српско-кинески научно-билатерални пројекат 3-12

Fractional order control and modeling of mechanical behavior of nanomaterials and nanostructures

Акроним (скраћеница): FOCMNANOMS

Description

Recent advances in the field of nanoscience where different nanomaterials (NM) and nanostructures(NS) can be synthesized from various chemical elements often yields new materials that are having improved electric, mechanical, thermal and optical properties compared to the conventional materials. All this candidates NM and NS for a wide range of applications in modern sensors and nanodevices such as nano-electromechanical systems (NEMS), micro-electromechanical systems (MEMS), micro and nano-optomechanical systems (MOMS and NOMS). In spite of many theories, there are still many challenges for the scientific community to develop proper theoretical models that accounts the size effects appearing at nano-scale. Deficiencies and limitations of experimental and atomistic methods to examine larger and more complex nano-scale systems demands use of continuum based methods. However, classical continuum theory is not able to consider small-scale effects and atomic forces that are present at the nano-scale level. For accurate modeling of such systems, one can use various modified continuum based theories that accounts small-scale i.e. nonlocal effects such as coupled stress theory, strain-gradient theory or nonlocal theory of Eringen. Recently, many results are published related to nanostructure systems by using the models based on nonlocal theory of Eringen. These results are often proved to be in excellent agreement with the results obtained by atomistic methods, which is shown on more simple NS like nanobeams, nanorods and nanoplates. The small-scale i.e. nonlocal parameter that accounts the size effects is usually obtained by fitting the results with molecular dynamics simulations or lattice dynamics. Equations for static deflection, stability and vibration behavior of various elastic and damped nano-scale systems are solved by utilizing different analytical and numerical methods. Further, problems such as finite-time stability and control of vibration of smart NS as well as nanoparticles transport are another interesting problems of investigation. Hence, above mentioned systems with fractional order damping models, finite-time stability and control using fractional order controllers and nanoparticles transport are still not well explored in the literature.

Опис пројекта

Недавни напредак у области наноука и синтези различитих наноматеријала (НМ) и наноструктура (НС) из разних хемијских елемената често доноси нове материјале који имају побољшане електричне, механичке, термичке и оптичке особине у поређењу са конвенционалним материјалима. Све ове омогућава широк спектар примене НМ и НС у савременим сензорима и наноуређајима попут нано-електромеханичких система (НЕМС), микро-електромеханичких система (МЕМС), микро и нано-оптомеханичких система (МОМС и НОМС). Упркос многим теоријама, још увек постоје многи изазови за научну заједницу да развије одговарајуће теоријске моделе који објашњавају ефекте величине који се појављују на нано-скали. Недостаци и ограничења експерименталних и атомистичког метода за испитивање већих и сложенијих система на нано-скали захтева употребу метода заснованих на механици континуума. Међутим, класична теорија континуум није у стању да предвиди ефекте величине

и атомске силе које су присутне на нано-скали. За успешно моделирање таквих система могу се користити разне модификоване теорије континуума које узимају у обзир ефекте величине да се као што су у спреси теорија спрегнутих напона, теорије базиране на градијентима деформације или нелокална

теорија Ерингена. У литератури се може наћи велики број публикација на тему анализе наноструктура који су базирани на нелокалној теорији Ерингена. Показало се да се резултати добијени овом теоријом одлично поклапају са резултатима добијеним атомистичким методама, на примерима једноставнијих НС попут наногреда, наноштапова и наноплоча. Параметар мале скале, односно нелокални параметар који узима у обзир ефекте величине се обично одређује на основу резултата добијених молекуларно динамичким симулацијама или на основу теорије динамике решетке. Једначине за статички угиб, стабилност и осцилације различитих еластичних и пригушених наносистема се решавају коришћењем различитих аналитичких и нумеричких метода. Даље, проблеми као што су стабилност коначних времена, управљање осцилацијама паметних НС, као и транспорт наночестица су такође проблеми од интереса за истраживање. Стога, горе поменути модели система са пригушењем фракционог реда, стабилности коначних времена и управљања контролерима фракционог реда као и проблеми транспорта наночестица нису довољно истражени у литератури.

Project objectives

Serbian researchers

The main results of the Serbian researchers are achieved in the modeling, analysis of vibration and stability of complex nanostructured systems by using the nonlocal theory and analytical methods of solution. Also, Serbian partner has distinguish competencies on finite-time stability and control based on fractional order controllers for mechanics systems of integer and fractional order. The objectives for future investigation are to employ more general fractional order damping models for complex nanostructured systems and to apply fractional order controllers for vibration damping of nanostructures.

Chinese researchers

The research results and interests of Chinese researchers include fractional derivative modeling of complex mechanical behavior (such as viscoelasticity, damping, and anomalous diffusion in nanomaterials), numerical methods of fractional differential equation. Their objectives include: (1) Investigation of stress-strain behaviors of nanometer material, numerical methods for fractional differential equation models and particle transport process in nanostructure systems. (2) Efficient numerical methods of fractional differential equation model for nanomaterials, the new method should have advantages of high accuracy and low CPU expense.

The main project objectives are

- Development of generalized nonlocal fractional order damping models for nanostructures
- Development of proper analytical and numerical methods for finding the solutions of fractional order equations appearing in generalized nonlocal fractional order models
- Optimal control of smart nanostructure systems using the fractional order controllers
- Development of particle transport models in nanostructure systems and their investigation
- Investigation of stress-strain behaviors of nanometer material, numerical methods for fractional differential equation models and particle transport process in nanostructure systems
- Efficient numerical methods of fractional differential equation model for nanomaterials, the new method should have advantages of high accuracy and low CPU expense.



**Abstracts for presentations at the Faculty of Mechanical Engineering, University of
Belgrade, July 14, 2016**

**ANOMALOUS DIFFUSION: FRACTIONAL DERIVATIVE EQUATION MODELS AND
APPLICATION IN ENVIRONMENTAL FLOWS**

HongGuang Sun¹, Yong Zhang¹, Wen Chen¹

¹College of Mechanics and Materials, Hohai University, No. 8 Focheng West Road, Nanjing, Jiangsu 211100,
China. E-mail: shg@hhu.edu.cn

ABSTRACT

Heterogeneity embedded in natural media and flow field challenge the application of Fick's 1st Law in anomalous diffusion well documented in many disciplines. Anomalous diffusion is one of the major topics in theoretical physics and statistical mechanics, and it is also the fundamental physical process with good potential application in environmental and hydrologic sciences and engineering. As a novel modeling tool in mathematics and physics, the fractional-order derivative diffusion equation models characterize anomalous diffusion with history-dependence and spatial non-locality, accurately describe the tailing in breakthrough curves of solute transport. We summarize the recent progresses and discuss the key challenges of fractional derivative diffusion equation models including the existed research and current development, fractional derivative modeling, numerical algorithms, and related applications in the field of environmental fluid mechanics. Here also made some preliminary discussions on issues of fractional derivative diffusion equation model, such as statistical description, model parameter determination and dimensional analysis, which may contribute to the further study of anomalous diffusion.



**Abstracts for presentations at the Faculty of Mechanical Engineering, University of
Belgrade, July 14, 2016**

**STRUCTURAL DERIVATIVE, IMPLICIT CALCULUS EQUATION, DIFFERENTIAL OPERATOR
ON FRACTAL, AND THEIR APPLICATIONS**

Wen Chen¹, Yingjie Liang¹

¹College of Mechanics and Materials, Hohai University, No. 8 Focheng West Road, Nanjing, Jiangsu 211100,
China. E-mail: liangyj1989@gmail.com

ABSTRACT

This survey paper summarizes the latest advances of the first author's group on the three new methodologies of fractional and fractal derivatives modeling to meet the increasing and challenging demands in scientific and engineering communities. Firstly, the structural derivative approach was proposed as a significant extension of the global fractional calculus and the local fractional derivative approaches to tackle the perplexing modeling problems. The classical derivative describes the change rate of a certain physical variable with respect to time or space, which rarely takes into account the significant influence of mesoscopic time-space fabric of a complex system on its physical behaviors. The structural function plays a central role in this new strategy as a kernel transform of underlying time-space fabric of physical systems. Secondly, we employed the fundamental solution or probability density function of statistical distribution which can describe the problem of interest to construct the implicit calculus governing equation. The "implicit" suggests that the explicit calculus expression of this governing equation is difficult to derive and not required. The fundamental solution or potential function of calculus governing equation and corresponding boundary conditions are sufficient to do numerical simulation. We call this strategy the implicit calculus equation modeling. Thirdly, based on the implicit calculus equation modeling approach, we introduced the concept of fundamental solution on fractal and consequently defined the fractal differential operator to describe various mechanical behaviors of fractal materials. Fractal calculus operator significantly extends the application scope of the classical calculus modeling approach under the framework of continuum mechanics. This is also a step-forward advance of the fractal derivative proposed earlier by the first author. To demonstrate the structural derivative application, we applied the inverse Mittag-Leffler function as the structural function to model ultraslow diffusion of a random system of two interacting particles. On the other hand, this paper uses the fractional Riesz potential as the fundamental solution to establish the implicit calculus equation of fractional Laplacian modeling the power law behaviors of steady heat conduction in multiple phase material. Finally, by using the singular boundary method, we made numerical simulation of the fractal Laplacian equation for phenomenological modeling potential problems in fractal media. Numerical experiments show that all the three new methodologies are feasible mathematical tools to describe complex physical behaviors.

Joint work for the ICFDA2016 conference, July 18-20, 2016, Novi Sad, Serbia**VIBRATION OF AN ORTHOTROPIC NANOPATE RESTING ON A VISCOELASTIC
FOUNDATION: NONLOCAL AND FRACTIONAL DERIVATIVE VISCOELSTICITY APPROACH**

Milan S. Cajić¹, Mihailo P. Lazarević², HongGuang Sun^{3,5}, Danilo Z. Karličić⁴, When Chen^{3,5}

¹Mathematical Institute of the Serbian Academy of Sciences and Arts,
University of Belgrade, Kneza Mihaila 36, Belgrade, Serbia
e-mail: mcajic@mi.sanu.ac.rs

²Faculty of Mechanical Engineering,
University of Belgrade, Kraljice Marije 16, Belgrade, Serbia
e-mail: mlazarevic@mas.bg.ac.rs

³State Key Laboratory of Hydrology-Water Resources and Hydraulic Engineering, College of Mechanics and
Materials, Hohai University, Nanjing 210098, China
e-mail: shg@hhu.edu.cn

⁴Faculty of Mechanical Engineering,
University of Niš, Aleksandra Medvedeva 14, Niš, Serbia
e-mail: daniлоzmaj@gmail.com

⁵Institute of Soft Matter Mechanics, College of Mechanics and Materials, Hohai University, Nanjing 210098,
China
e-mail: chenwen@hhu.edu.cn

Key words: Nonlocal Elasticity; Nanoplate; Fractional Viscoelasticity; Damped Vibration

ABSTRACT

Here, we investigate the free vibration behavior of a nanoplate resting on a foundation with viscoelastic properties using nonlocal elasticity and fractional viscoelasticity approach. Nanoplate is modeled using nonlocal and fractional viscoelastic constitutive equation and orthotropic Kirchhoff-Love plate theory. Viscoelastic foundation is represented by the viscoelastic model with fractional derivative operator. Governing equation is derived using D'Alambert's principle and solution is assumed in terms of Fourier series using separation of variables method and satisfying the simply supported boundary conditions for nanoplate. Fractional differential equation is solved using the Laplace and Mellin-Fourier transforms and residue theory. Complex poles of unknown function are determined by finding the roots of the characteristic equation using technique that is available in the literature. In order to show the effect of fractional derivative parameters, damping coefficients and nonlocal parameter on complex roots i.e. damped frequency and damping ratio as well as on nanoplate's displacement, few numerical examples are given.



CVs of bilateral project 3-12 coordinators in China and Serbia

HongGuang Sun



HongGuang Sun, Professor, PhD

Director of the Institute of Soft Matter Mechanics, Hohai University.

Current research interests: Anomalous diffusion modelling and its applications, numerical methods for fractional differential equations.

E-Mail : shg@hhu.edu.cn, sunhongguang08@gmail.com

Education

2002.9- 2006.6: Computational Mathematics Hohai University Bachelor

2006.9- 2008.1: Water Science Hohai University Graduate student

2008.3- 2012.1: Environmental Fluid Mechanics Hohai University PhD

Experience

2007.9-2007.10: Simula Laboratory Oslo University Visiting student

2009.1-2009.12: Electrical and Computer Engineering Utah State University

Visiting Scholar

2010.9-2011.1: Mechanical Engineering University of Hong Kong Research Assistant

2011.4-2012.3: Division of Hydrologic Science Desert Research Institute Visiting Scholar

Journal Papers

1. Kun Gao, HongGuang Sun, Jian-Zhou Zhu. Disorder and Power-law Tails of DNA Sequence Self-Alignment Concentrations in Molecular Evolution, arXiv:submit/1119289 [physics.flu-dyn] 20 Nov 2014.
2. Yong Zhang, Raleigh L. Martin, Dong Chen, Boris Baeumer, HongGuang Sun, Li Chen. A subordinated advection model for uniform bedload transport from local to regional scales. Journal of Geophysical Research-Earth Surface, 2014, DOI: 10.1002/2014JF003145.
3. Yong Zhang, Li Chen, Donald M. Reeves, HongGuang Sun. A fractional-order tempered-stable continuity model to capture surface water runoff. Journal of Vibration and Control, 2014, 1-11, DOI: 10.1177/1077546314557554.
4. HongGuang Sun, Yong Zhang, Wen Chen, Donald M. Reeves. Use of a variable-index fractional-derivative model to capture transient dispersion in heterogeneous media. Journal of Contaminant Hydrology, 157 (2014) 47-58.
5. HongGuang Sun, Mark M. Meerschaert, Yong Zhang, Jianting Zhu, Wen Chen. A fractal Richards' equation to capture the non-Boltzmann scaling of water transport in unsaturated media. Advances in Water Resources, 2013, 52: 292-295.
6. HongGuang Sun, Hu Sheng, YangQuan Chen, Wen Chen, Zhongbo Yu. A dynamic-order fractional dynamic system. Chinese Physics Letters, 2013, 30(4): 04660.

7. Dong Chen, HongGuang Sun and Yong Zhang. Fractional dispersion equation for sediment suspension. *Journal of Hydrology*, 2013, 491: 13–22.
8. HongGuang Sun, Wen Chen, K.Y. Sze. A semi-discrete finite element method for a class of time-fractional diffusion equations. *Philosophical Transactions of The Royal Society A*, 2012:20268.
9. HongGuang Sun, Wen Chen, Changpin Li, YangQuan Chen. Finite difference schemes for variable-order time fractional diffusion equation. *International Journal of Bifurcation and Chaos* (2012), 22 (4): 1250085 (16 pages).
10. HongGuang Sun, YangQuan Chen, Wen Chen. Random-order fractional differential equation models. *Signal Processing*, 91 (2011): 525-530.
11. HongGuang Sun, Wen Chen, Hui Wei and YangQuan Chen. A comparative study of constant-order and variable-order fractional models in characterizing memory property of systems. *The European Physical Journal Special Topics*, 2011, 193:185–192.
12. Hu Sheng, HongGuang Sun, Calvin Coopmans, YangQuan Chen, Gary W. Bohannon. A Physical experimental study of variable-order fractional integrator and differentiator. *The European Physical Journal Special Topics*, 2011, 193:93-104.
13. Hu Sheng, HongGuang Sun, YangQuan Chen, TianShuang Qiu. Synthesis of multifractional Gaussian noises based on variable-order fractional operators. *Signal Processing*, 2011, 91(7):1645-1650.
14. Wen Chen, HongGuang Sun, Xiaodi Zhang, Dean Korosak. Anomalous diffusion modeling by fractal and fractional derivatives. *Computers and Mathematics with Applications*, 2010, 59(5): 1754-1758.
15. HongGuang Sun, Wen Chen, Hu Sheng, YangQuan Chen. On mean square displacement behaviors of anomalous diffusions with variable and random orders. *Physics Letters A*, 2010, 374: 906-910.
16. HongGuang Sun, Wen Chen, Changpin Li, Yangquan Chen. Fractional differential models for anomalous diffusion. *Physica A*, 2010, 389:2719-2724.
17. Wen Chen, Linjuan Ye, HongGuang Sun. Fractional diffusion equation by Kansa method, *Computer and Mathematics with Applications*, 2010, 59 (5):1614-1620.
18. HongGuang Sun, Wen Chen. Fractal derivative multi-scale model of fluid particle transverse accelerations in fully developed turbulence. *Sci China Ser E-Tech Sci.*, 2009, 52 (3): 680-683.
19. Wen Chen, HongGuang Sun. Multiscale statistical model of fully-developed turbulence particle accelerations. *Modern Physics Letters B*, 2009, 23(3): 449-452.
20. HongGuang Sun, Wen Chen, Yangquan Chen. Variable-order fractional differential operators in anomalous diffusion modeling. *Physica A*, 2009, 388: 4586-4592.

Monograph

Wen Chen, HongGuang Sun, XiCheng Li. *Fractional derivative modeling in mechanics and engineering*, Science Press, 2010.

Important Conferences

1. International Conference on “Fractional Differentiation and Its Applications”, ICFDA '14, Università degli Studi di Catania, Catania, 23-25 June 2014, Session Chair.
2. Sino-German Bilateral Symposium on Fractional Dynamics: Recent Advances, Hohai University, Nanjing, China, May 13-18, 2012, Conference Organization Committee Secretary.
3. The 5th IFAC Symposium on Fractional Differentiation and its Applications (FDA12), Hohai University, Nanjing, China, May 14-17, 2012, Conference Secretary.
4. MESA Fractional differential term and applications (FDTA2011) Washington DC, “MESA-1-9 Numerical Methods of Fractional Calculus”, Aug.28-31, 2011, Session Co-Chair.
5. AGU Fall Meeting, Dec. 5-9, 2011, San Francisco, USA.
6. Academic Day of Fractional Dynamics and Control (FDC-2010), Shanghai, China, May 16-18, 2010.
7. The Third International Conference on Dynamics, Vibration and Control ICDVC-2010, Hangzhou, China, May 12-14, 2010.
8. Fractional calculus symposium, 2010 IEEE/ASME International Conference on Mechatronics and Embedded Systems and Applications (MESA), Qingdao, China, July 15-17, 2010.

9. Workshop on Flows and Networks in Complex Media, Institute for Pure and Applied Mathematics, University of California, Los Angeles, United states, Apr.27-May 01, 2009.
10. Fractional calculus symposium, 8th World Congress on Intelligent Control and Automation, Jinan, China, July 6-9, 2010, Invited speaker.
11. Fractional calculus symposium, ASME 2009 International Design Engineering Technical Conferences (IDETC) & Computers and Information in Engineering Conference (CIE), San Diego, United States, Aug. 30-Sep. 2, 2009, Session Co-Chair.
12. The Second International Symposium on Physics of Fluids, Nanjing, China, June 9-12, 2007.

Honors and Awards

1. PhD joint cultivation program by China Scholarship Council (Utah State University, 2009.01-2009.12)
2. Institute for Pure and Applied Mathematics travel grant “Workshop on Flows and Networks in Complex Media, Institute for Pure and Applied Mathematics, University of California, Los Angeles, United states”
3. Scholarship for best thesis in Hohai University
4. Atlas Copco Prize, 2010 Professional Service Austin Journal of Hydrology,

Editor

Guest editor, Special issue “Computational Fractional Dynamical Systems and Its Applications” on Advances in Mathematical Physics

Reviewers of journals: Advances in Harmonic Analysis and Operator Theory, Advances in Water Resources, Applied Mathematics and Computation, Applied Mathematical Modelling, Applications and Applied Mathematics: An International Journal (AAM), Asian Journal of Control, Chinese Physics B, CMES: Computer Modeling in Engineering & Sciences, Computers and Mathematics with Applications, IEEE Transactions on Control Systems Technology, International Journal of Differential Equations, International Journal of Thermal Sciences, Journal of Computational Physics, Mathematical Modelling and Analysis, Mathematical Problems in Engineering, Neurocomputing, Optimization, The European Physical Journal Special Topics, Water Science and Engineering.

More information: <http://www.ismm.ac.cn/sunhg/>

Power Law and Fractional Dynamics: <http://www.ismm.ac.cn/ismmlink/PLFD/index.html>



Mihailo P. Lazarević



Mihailo P. Lazarević, Professor, PhD
University of Belgrade, Faculty of Mechanical Engineering
President of the Serbian Society of Mechanics

Research Interests: Robotics and control, Fractional Calculus with applications to modelling and control of system dynamics including time-delay, biomechanics and theory of viscoelasticity.

E-Mail: mlazarevic@mas.bg.ac.rs

Проф. др Михаило Лазаревић

Михаило П. Лазаревић је рођен 07.07.1964. године у Београду. Основну и средњу школу, природно-математички смер, завршио је са одличним успехом. Добитник је Вукове и Аласове дипломе. На Машински факултет у Београду уписао се 1984. године и од треће године студија на Машинском факултету био је стипендиста Универзитета у Београду на основу постигнутог успеха у току студија односно за исти је похваљиван и награђиван од стране факултета. Дипломирао је 1990 године на Групи за аерокосмотехнику. Године 1987 уписао се на Електротехнички факултет у Београду на одсек техничка физика, на ком је дипломирао 1991 године.

Магистарске студије уписао је 1990 године на Машинском факултету на Смеру за аутоматско управљање. Магистарски рад "«Синтеза Калмановог регулатора у САУ са кашњењем» одбранио је на Машинском факултету у Београду фебруара 1994. Године. Докторску дисертацију под насловом «Прилог математичком моделирању и управљању редундантним системима» пријавио је 1996. године и коју је одбранио јула 1999 године на Машинском факултету у Београду.

У периоду од краја 1992 године до септембра 1993 године био је запослен као сарадник на Катедри за аутоматско управљање, Електротехнички факултет у Београду. На Машинском факултету у Београду, септембра 1993. године изабран је у звање асистента-приправника на Катедри за Механику и од тада је непрекидно у радном односу на Машинском факултету. У звање асистента изабран је на истој Катедри маја 1996. године.

У звање доцента за предмете механика на Катедри за Механику изабран је јуна 2001. године, односно у звању доцента за ужу научну област Механика према Решењу Декана од јула 2003. године. У звање ванредног професора за ужу научну област Механика изабран је децембра 2005. године, а у звање редовног професора за дату област на истој Катедри априла 2009. године што представља садашњи положај.

За Шефа лабораторије за Механику, Машинског факултета у Београду је именован 2009. године.

У оквиру међународне билатералне сарадње у периоду 2010-2011. године остварио је студијске боравке на Институту за Роботику, Универзитета ФЕРИ, Марибор, Словенија.

Сада је координатор пројекта са српске стране у оквиру билатералне сарадње са Н.Р. Кином (2016-).

Учествовао као руководилац са српске стране у реализацији међународног научног пројекта из програма ЕУРЕКА (ЕУРЕКА14930 –2009-2012).

Члан је Српског друштва за Механику као и међународне организације IUTAM. За секретара Српског друштва за Механику (СДМ) изабран је јуна 2013. године а за Председника СДМ-а јуна, 2015 године. Члан је научног одбора међународног конгреса "International Congress of Mechanics-Serbian Society of Mechanics". Учествовао је у раду на основним, технолошким и иновационим пројектима Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије као и на пројектима у оквиру сарадње факултета са привредом.

Радио је рецензије за више монографских дела, радова за потребе домаћих часописа *FME Transactions, Scientific Technical Review, Tehnika*, као и за часописе индексираних на SCI листи "*Nonlinear Dynamics, Journal of Vibration and Control, Asian Journal of Control*". Такође, био је председавајући на више секција на међународним конгресима *CHISA 2004,206, Serbian Society of Mechanics*. Члан уређивачког одбора међународног часописа *Theoretical and Applied Mechanics* од 2015 године.

Добитник је награде Задужбине Андрејевић за 2003 годину из области Роботике, као и захвалнице за допринос у развоју научно-техничког часописа *Scientific Technical Review*, 2011. године. На међународној конференцији ФДА 2012 Кина, (*Fractional Differentiation and its applications*) је као коаутор освојио награду за најбољи рад презентован на конференцији. Такође, одржао је више предавања по позиву.

Као аутор или коаутор је објавио:

Једну монографију од међународног значаја

Три поглавља у монографији међународног значаја

6 монографија националног значаја

21 научни рад у међународним часописима (**SCI** листа)

7 научних радова у међународним часописима

87 научних радова, саопштења на међународним скуповима

29 научних радова у водећим часописима од националног значаја

44 научна рада, саопштења на скуповима националног значаја

Једну књигу

Једну збирку задатака, и

Један приручник из предмета Механике за потребе студената Машинског факултета.

Укупан број цитата радова проф. Лазаревића је **305** (Scopus) а индекс **h** је 9.

Подручја његовог интересовања и научно-истраживачког рада покривају области моделирања и управљања роботских (мехатроничних/адаптоничких) система, као и проблематику стабилности кретања истих. Део његовог истраживања се односи и на актуелне проблеме биомеханике, (примена биолошких аналога и синергијских принципа у моделирању и пројектовању биомехатроничких уређаја и помагала). Садашња његова главна област интересовања и истраживања се односи на развој и примену тзв. *теорије генерализованог рачуна (fractional calculus-a)* у проблемима моделирања и управљања динамичких система са и без кашњења, динамици (електро)-механичких сложених система, у теорији вискоеластичности као и у области биоинжењеринга.

1. Списак публикација (List of Selected Publications)

Монографије од међународног значаја (Monographs)

1. **M. Lazarević**, Editor of, *Advanced Topics on Applications of Fractional Calculus on Control Problems, System Stability And Modeling*, WSEAS, ID 9028, ISBN: 978-960-474-348-3, pp. 202, 2014.

Поглавља у монографијама од међународног значаја (Book chapters)

1. Spasić, A., **M. Lazarević**, D. Krstić, *Chapter: Theory of electroviscoelasticity*, pp.371-394 in *Finely Dispersed Particles: Micro-, Nano-, and Atto-Engineering*, Dekker-CRC Press-Taylor&Francis, Boca Raton, Florida, 2006, ISBN 1574444638, pp.950, International scientific monograph.
2. **M. P. Lazarević**, M. R. Rapaic, T.B. Sekara, *Introduction to Fractional Calculus with Brief Historical Background*, chapter in monograph, *Advanced Topics on Applications of Fractional Calculus on Control Problems, System Stability And Modeling*, WSEAS, ID 9028, ISBN: 978-960-474-348-3, pp. 3-16, 2014.
3. Z. Vosika, **M. Lazarević**, G. Lazovic, J. Simic-Krstic, Dj.Koruga, *Modeling of Human Skin using Distributed Order Fractional Derivative Model-Frequency Domain*, in monograph, *Advanced Topics on Applications of Fractional Calculus on Control Problems, System Stability And Modeling*, WSEAS, ID 9028, ISBN: 978-960-474-348-3, pp.94-105, 2014.

4. **M.Lazarević**, *Finite-Time Stability of Fractional Time Delay System*, chapter in monograph, Advanced Topics on Applications of Fractional Calculus on Control Problems, System Stability And Modeling, WSEAS, ID 9028, ISBN: 978-960-474-348-3, pp. 43-66, 2014.
5. S.Stojanovic, D.Debeljkovic, **M.Lazarević**, *Stability of Discrete-Time Fractional Order Systems considered: An Approach Based on Stability of Discrete-Time Integer Order Time-Delay Systems*, in monograph, Advanced Topics on Applications of Fractional Calculus on Control Problems, System Stability And Modeling, WSEAS, ID 9028, ISBN: 978-960-474-348-3, pp.67-87, 2014.
6. **M.Lazarević**, *Some Applications of Biomimetics and Fractional Calculus in Control and Modeling of (Bio)robotic Systems*, in book *New Trends in Medical and Service Robots*, Series: Mechanisms and Machine Science, Vol. 20, (Rodić A., Pisla D., Bleuler H.)(Eds.)2014, p.350, ISBN 978-3-319-05430-8.
7. M. Rapajić, T.Šekara, **M.Lazarević**, *On Discrete, Finite-Dimensional Approximation of Linear, Infinite Dimensional Systems*, in book *Fractional Calculus, Theory*, editors: R.A.Z.Daou, X.Moreau, Nova Science (Verlag) 2015, pp.275-278. ISBN: 978-1-63463-002-3.

Монографије од националног значаја (Monographs in Serbian)

1. **М. Лазаревић**, *Математичко моделирање и управљање редундатним системима-биомеханички приступ*, Задужбина Андрејевић, 2004, Београд, стр 135, ИСБН 86-7244-399-3.
2. **М.Лазаревић** Д. Дебељковић, Д. Крстић, *Оптимално управљање системима са кашњењем у процесној индустрији, научна монографија*, ТМФ-факултет, Београд, Април 2003, стр. 238, ИСБН 86-7401-171-3
3. Д. Дебељковић, **М.Лазаревић**, *Динамика линеарних сингуларних система аутоматског управљања*, Машински факултет, Универзитет у Београду, 2012, п.447, ISBN 978-86-7083-744-7.
4. **М.Лазаревић**, Љ.Бучановић, *Прилог моделирању и динамичкој анализи система нецелобројног реда са основама рачуна нецелобројног реда*, Машински факултет, Универзитет у Београду, 2012, п.222, ISBN 978-86-7083-747-8.
5. М. **Лазаревић**, Ј. Видаковић, М. Цајић, П. Мандић, *Прилог моделирању и управљању роботских и адаптронских система*, Машински факултет, Универзитет у Београду, 2014, п.211.
6. **М.Лазаревић**, С. Баталов, М.Живановић, *Динамика и управљање кретањем робота -одабрана поглавља*, Машински факултет, Универзитет у Београду, 2014, п.314.
7. Д. Дебељковић, Т. Несторовић, М. П. Лазаревић, Г. Симеуновић, Н. Димитријевић, *Динамика великих индустријских процеса и постројења*, Машински факултет, Универзитета у Београду, 2015. године, пп.470.

Научни радови објављени у часописима (Journal Publications on SCI list)

1. Potkonjak V., M. Popović, **M. Lazarević** and J. Savanović, "Redundancy problem in writing: from human to anthropomorphic robot arm", IEEE Trans. On Systems, Man and Cybernetics: part B: Cybernetics, vol.28, No.6, pp.790-805, December, 1998.
2. **M.Lazarević**, D. Lj. Debeljkovic, Z. Lj. Nenadic, S. A. Milinkovic, "Finite time stability of time delay systems", IMA Journal of Mathematical Control and Information, Vol. 17, No. 2, (2000), pp. 101 – 109.
3. Potkonjak V., **M. Lazarević** et.al, *Human-like behavior of robot arms: general considerations and the handwriting task-Part II: the robot arm in handwriting*, Robotics and Computer Integrated Manufacturing 17 (2001), pp. 317-327.
4. Spasić M.A., **M.Lazarević**, *Electroviscoelasticity of Liquid/Liquid Interfaces: Fractional Order Model*, Journal of Colloid and Interface Science, 282(2005), pp.223-230.
5. **M.Lazarević**, D. Lj. Debeljkovic, "Finite Time Stability Analysis of Linear Autonomous Fractional Order Systems with Delayed States", Asian Journal of Control, Vol. 7, No. 4, 2005, pp. 440 – 447.
6. Debeljković D. Lj, **M.Lazarević**, S.B. Stojanović, M.B. Jovanović, S.A Milinković, *Discrete Time Delayed System Stability Theory in the Sense of Lyapunov: New Results*, Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems, Canada, Vol. 12, Series B: Numerical Analysis, -Supplement (2005.c) 433-442.

7. **M.Lazarević**, *Finite Time Stability Analysis of PD Fractional Control of Robotic Time Delay Systems*, Journal of Mechanics Research Communications, Vol. 33, Iss.2, March-Apr., 2006, pp.269-279.
8. Spasić A., **M. Lazarević**, *A new approach to the phenomena at the interfaces of finely dispersed systems*, Journal of Colloid and Interface Science, 316, (2007), pp.984-995.
9. Spasić A., **M. Lazarević**, M. Mitrović, D. Krstić, *Colloid electrohydrodynamics*, - Chemical Industry and Chemical Engineering Quarterly CICEQ 63 (5a) 511–527 (2009).
10. **M.Lazarević**, A.Spasić, *Finite-Time Stability Analysis of Fractional Order Time Delay Systems: Gronwall's Approach*, Mathematical and Computer Modelling, 2009, 49, (2009), 475-481.
11. M.Živanović, **M.Lazarević**, *Using the Decomposition Principle to Stabilize the Nominal Motion of a Mechanical System with Given Accuracy*, Automation and Remote Control, 2012, Vol.73, No12, 2012, pp.2001-2020.
12. Miljković, Z., Mitić, M., **M.Lazarević**, Babić, B., *Neural Network Reinforcement Learning for Visual Control of Robot Manipulators*, Journal Expert Systems with Applications, (ISSN 0957-4174), Article in press_ DOI: 10.1016/j.eswa.2012.09.010 – pp.1721-1736, 2013, Elsevier.
13. K.Osman, D. Stamenković, **M.Lazarević**, *Integration of System Design and Production Processes in Robust Mechatronic Product Architectures Development – Extended M-FBFP Framework*, Chemical Industry, (Hemijaska Industrija), ISSN 2217-7426, DOI: 10.2298/HEMIND121109003O, 2012.
14. Lj.Bučanović, **M.Lazarević**, S.Batalov, *Fractional PID Controllers Tuned by Genetic Algorithms for Expansion Turbine in the Cryogenic Air Separation Process*, Chemical Industry, (Hem.Industrija), ISSN 2217-7426, DOI: 10.2298/HEMIND1308821080Z, 2013.
15. Xiao-Jun Yang, D.Baleanu, **M. P. Lazarević**, M.Cajić, *Fractal boundary value problems for integral and differential equations with local fractional operators*, Thermal Science, 2013, DOI: 10.2298/TSCI130717103Y
16. M Cajić, **M.P.Lazarević**, *Fractional order spring/spring-pot/actuator element in a multibody system: Application of an expansion formula*, Mechanics Research Communications 62 (2014) 44–56.
17. **M.P.Lazarević**, *Elements of mathematical phenomenology of self-organization nonlinear dynamical systems: synergetics and fractional calculus approach*, International Journal of Non-Linear Mechanics, Volume 73, July 2015, pp. 31-42.
18. **Lazarević, M. P.**, & Tzekis, P. (2014). *Robust second-order PD type iterative learning control for a class of uncertain fractional order singular systems*. Journal of Vibration and Control, 1077546314562241.
19. A. Hedrih, **M.P. Lazarević**, A. Mitrović- Jovanovic, *Influence of sperm impact Angle on successful fertilization through mZP oscillatory spherical net model*, Computers in Biology and Medicine 59 (2015) 19–29. DOI information: 10.1016/j.combiomed.2015.01.009.
20. D. Karličić, P. Kozic, S. Adhikari, M Cajić, T. Murmu, M. Lazarević, *Nonlocal mass-nanosensor model based on the damped vibration of single-layer graphene sheet influenced by in-plane magnetic field*, Int. Journal of Mech. Sciences, Volumes 96-97, June 2015, Pages 132-142
21. P. Mandić, **M. P. Lazarević**, T. B. Šekara, *D-Decomposition Technique For Stabilization of Furuta Pendulum: Fractional Approach*, Bulletin of the Polish Academy of Sci. Tech.Sci., Volume 64, Issue 1 (Mar 2016), pp.189-196.

Одабрани научни радови саопштени на међународним конференцијама (Selected International Conference Papers)

1. **Lazarević P. Mih.**, Mil. Lazarević, D. Krstić, *Finite time stability control for chemical object with pure time-delay*, 13th International Congress of Chemical and Process Engineering, CHISA 98, 23-28 August, 1998, Praha, Czech Republic, P5.107-828.
2. **M. Lazarević**, D. Debeljković, Đ Koruga, S. Milinković, M. Jovanović, *Further results on the stability of linear nonautonomous systems with delayed state defined over finite time interval*, Proceedings of American Control Conference, Chicago, Illinois, June, 2000, pp. 1450-1451.
3. **M.Lazarević**, A. Spasić, *Electroviscoelasticity of Liquid/Liquid Interfaces: Fractional Approach*, ECCE 4th European Congress of Chemical Engineering, September, 21-25, 2003, Granada, Spain, P.5.2-033.
4. **M.Lazarević**, A. Spasić, D. Krstić, *Electroviscoelasticity of Liquid/Liquid Interfaces: Fractional Order Van der Pol Model – Linearized and Nonlinear Case*, CHISA 2006 Congress, August, 27-31, 2006, Prague, Czech Republic, C.7.5-281.

5. **M. Lazarević**, D. Debeljković, Robust Finite Time Stability of Perturbed Nonlinear Fractional Order Time Delay Systems, IFAC Workshop, Ismir, Turkey, 17-20 May, 2007, pp.375-382.
6. **M. Lazarević**, A. Obradovic, M. Joka³, PhD Student, Lj. Bucanović, Biologically inspired optimal control of robotic system: synergy approach,, 17th Mediterranean Conference on Control & Automation Makedonia Palace, Thessaloniki, Greece, June 24 - 26, 2009, 2009 IEEE, pp.958-963.
7. **M.P. Lazarević**, Lj. Bučanović, Control algorithms of type in process control systems: new results, 2nd International Congress of Serbian Society of Mechanics (IConSSM 2009), Palić (Subotica), Serbia, 1-5 June 2009, A-01:1-15.
8. **M. Lazarević**, M. Živanović, M. Joka, Biologically inspired modeling and control of robotic systems, 12-th symposium of mathematics and applications, University politehnica Timisoara, Romania, 5-7 november 2009, st.16.
9. **M.P. Lazarević**, Iterative Learning Feedback Control for Nonlinear Fractional Order System-PD α Type, FDA10-148, Spain, 4th IFAC Workshop Fractional Differentiation and its Applications, Badajoz, Spain, October 18-20, FDA10-061, 2010, ISBN 9788055304878.
10. **M. Lazarević**, P. Mandić, V. Vasić, Some applications of neuroarm interactive robot and webots robot simulation tool, Proceedings DEMI2011, pp. 923-928, 2011, ISSN:978-99938-39-36-1.
11. **M. Lazarević**, V. Vasić, A. Hacı, K. Jezernik, Influence on Drive Properties and FPGA Control on the Mechatronic-Multibody System Dynamics, Multibody Dynamics 2011-ECCOMAS Thematic Conference, P.1-P.13, 2011, ISSN:978-2-8052-0116-5.
12. **M. Lazarević**, Finite Time Partial Stability of Fractional Order Time Delay Systems, 5th FDA2012, pp.104-105, Nanjing, China, May 2012.
13. **M. Lazarević**, Lj. Bucanovic, Iterative Learning Control for Fractional Order Time Delay System - Type, 5th FDA2012, p.100, Nanjing, China, May 2012.
14. **M. Lazarević**, Lj. Bucanovic, S. Batalov, Optimal Fractional Order PID Control Of Expansion Turbine In The Air Production Cryogenic Liquid, 5th FDA2012, pp.88-9, Nanjing, China, May 2012.
15. **M. Lazarević**, Z. Vosika, G. Lazović, J. Simić-Krstić, Dj. Koruga Fractional order Cole model of bioimpedance of the human skin: new results, BIOMATH 2012, Sofia, Bulgaria, 17-22 June, ISBN 978954-9462-78-4.
16. **M. Lazarević**, S. Batalov, T. Latinovic, Fractional PID Controller Tuned by Genetic Algorithms for a Three DOF's Robot System Driven by DC motors, 6th Workshop on Fractional Differentiation and Its Applications Part of 2013 IFAC Joint Conference SSSC Grenoble, France, February 4-6, 2013, pp.380-385.
17. P. Mandić, **M. Lazarević**, S. Stojanović, M. Ristanović, Real Time Fractional Order Control of Rotary Inverted Pendulum, Proc. Int. Congress of Serbian Society of Mechanics, Vrnjačka Banja, Serbia, June 4-7, pp.129-134, 2013, ISBN 978-86-909973-5-0
18. **M. Lazarević**, S. Batalov, M. Cajić, P. Mandić, Further results on integer and non-integer order PID control of robotic system, ICEST, 2013, Ohrid, Macedonia, 26-29 June, Faculty of Technical Sciences – Bitola, pp.801-804, ISBN:978-9989-786-89-1
19. **M. Lazarević**, P. Mandić, T. Latinović, T. Thomessen, Some Results Of Control And Simulation Of Neuro Arm Robot, DEMI2013, Faculty of Mech. Eng. 30 May-1st June, Banjaluka, Republika Srpska, pp. 1077-1083, ISBN: 978-99938-39-46-0
20. M. Cajić, **M. Lazarević**, T. Sekara, Robotic system with viscoelastic element modeled via fractional Zener model, ICFDA'14 Catania, 23 - 25 June 2014 Copyright © 2014 IEEE ISBN 978-1-4799-2590-2.
21. **M. Lazarević**, P. Mandić, Feedback-feedforward iterative learning control for fractional order uncertain time delay system-PD α type, ICFDA'14 Catania, 23 - 25 June 2014, 2014 IEEE ISBN 978-1-4799-2590-2.

Official page: <http://www.mas.bg.ac.rs/fakultet/nastavnici/88>

Personal page: http://www.mlazarevic-fracmeh.com/?page_id=404

The Founders of the Institute



Dr. Bilimović Anton



Dr. Kašanin Radivoj



Dr. Gavrilović Bogdan



Dr. Milanković Milutin



Dr. Mišković Vojislav

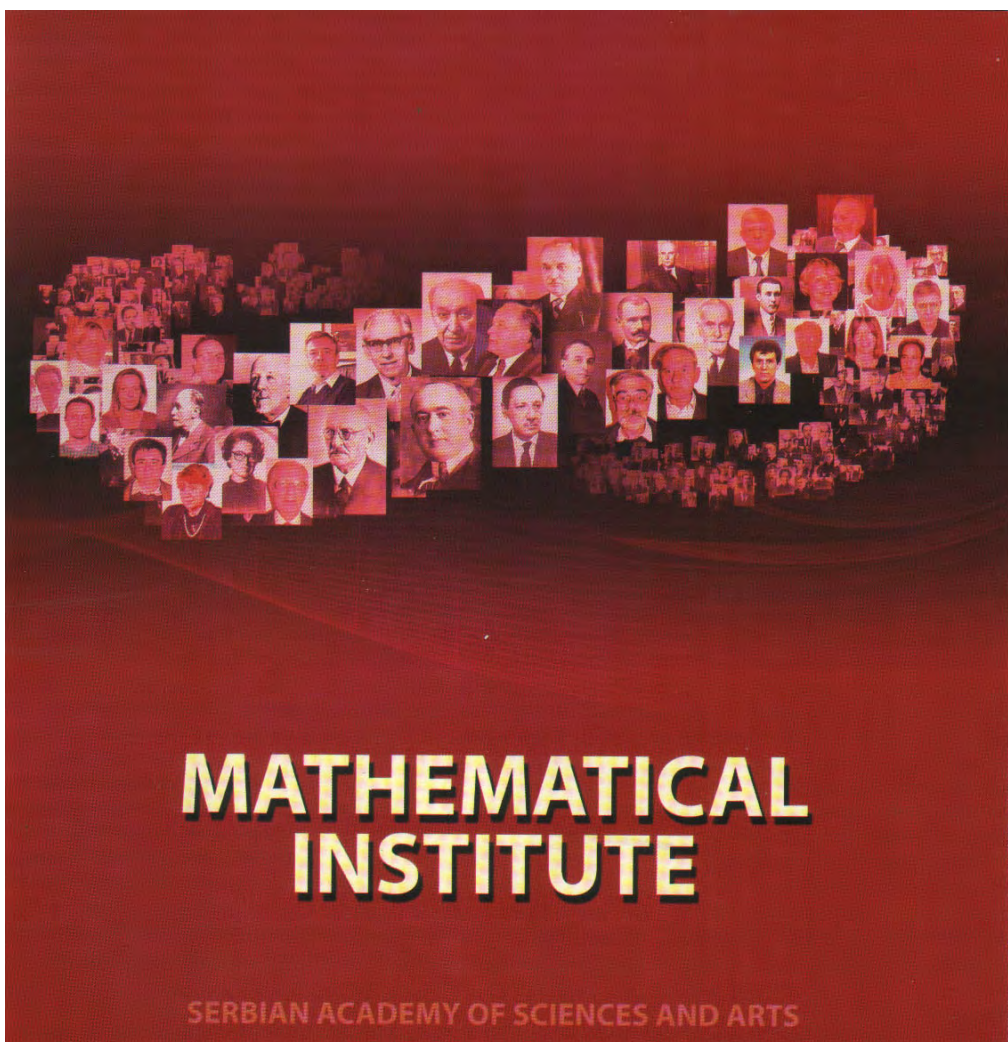


Dr. Saltikov Nikola



Dr. Karamata Jovan





Odgovorno lice za Matematički institut SANU:
Responsible person from the Mathematical Institute SASA:

Direktor

Director

Dr. Zoran Ognjanović, Research Professor
Mathematical Institute of the Serbian Academy of Sciences and Arts
Kneza Mihaila 36, 11000 Belgrade, Serbia
Phone: 381-11-2630-170 / Fax: 381-11-2186-105
<http://www.mi.sanu.ac.rs/~zorano>
E-Mail: zorano@mi.sanu.ac.rs

Odgovorno lice za Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu:
Responsible person from the Faculty of Mechanical Engineering, University of Belgrade:

Dekan

Dean

Dr. Radivoje M. Mitrović, Full Professor
University of Belgrade, Faculty of Mechanical Engineering
Kraljice Marije 16 , 11120 Belgrade, Serbia
Phone: +381-11-3302-251
<http://www.mas.bg.ac.rs/fakultet/kontakt>
E-Mail: dekan@mas.bg.ac.rs

CIP - Каталогизacija у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд

531.39:519.87(048)

MINI-symposium "Fractional Calculus with Applications in Problems of Diffusion, Control and Dynamics of Complex Systems" (2016 ; Beograd)
Booklet of Abstracts / Mini-symposium "Fractional Calculus with Applications in Problems of Diffusion, Control and Dynamics of Complex Systems", Belgrade, July 13, 2016 = Мини-симпозијум "Рачун фракционог реда са применама у проблемима дифузије, управљања и динамике сложених система"; [organizers] Faculty of Mechanical Engineering, University of Belgrade [and] Mathematical Institute, Serbian Academy of Sciences and Arts ; editor Mihailo P. Lazarević. - Niš : Sven ; Beograd : Matematički institut SANU ; Beograd : Mašinski fakultet Univerziteta, 2016 (Niš : Sven). - 50 str. ; 25 cm

Tiraž 100. - Deo teksta uporedo na srp. i engl. jeziku. - Bibliografija uz svaki apstrakt.

ISBN 978-86-7746-613-8 (Sven)

1. Mašinski fakultet (Beograd) 2. Srpska akademija nauka i umetnosti (Beograd). Matematički institut

a) Динамика система - Математички модели - Апстракти

COBISS.SR-ID 224591628