

OИ 174001



Mathematical Institute

of the Serbian Academy of Sciences and Arts

Програм

Мини-симпозијум

“Нелокална теорија у структурној механици”

Математички институт САНУ и Пројекат ОИ 174001

Београд, 25 април 2017

Program

Mini-Symposium

“Nonlocal theory of mechanical structures”

Mathematical Institute of the SASA and Project OИ 174001

Belgrade, 25 April 2017

Organizers:

Danilo Karličić

Mathematical Institute of the SASA, Belgrade, Serbia

Milan Cajić

Mathematical Institute of the SASA, Belgrade, Serbia



Acknowledgments: Parts of the presented research and the organization of the Mini-symposium “Nonlocal theory of mechanical structures” were supported by the Mathematical Institute of the Serbian Academy of Sciences and Arts and Ministry of Education, Science and Technological Development of the Republic of Serbia through grant number ОИ 174001.

Захвалност: Део приказаних истраживања и организација Мини-симпозијума “Нелокална теорија у структурној механици” су подржани од стране Математичког института САНУ и Министарства за образовање, науку и технолошки развој Републике Србије преко пројекта број ОИ 174001.

ОИ 174001: Project “Dynamics of hybrid systems with complex structures. Mechanics of Materials” is coordinated through the Mathematical Institute of the Serbian Academy of Sciences and Arts . Project Leader is prof. dr Katica (Stevanović) Hedrih.

ОИ 174001: Пројекат “Динамика хибридних система сложених структура. Механика материјала” је координисан преко Математичког института САНУ. Руководилац пројекта је проф. др Катица (Стевановић) Хедрих.



Mini-Symposium "Nonlocal theory of mechanical structures"
Mathematical Institute of the SASA and Project ОИ 174001, Belgrade, April 25, 2017.

Program of Mini-Symposium

"Nonlocal theory of mechanical structures"
Mathematical Institute of the SASA and Project ОИ 174001,
Belgrade, 25th April 2017., from 11:00-16:00 h, first floor, Kneza Mihaila 36.

Програм Мини-симпозијума

"Нелокална теорија у структурној механици"
Математички институт САНУ и Пројекат ОИ 174001,
Београд, 25. април 2017., од 11,00h -16,30h, први спрат, Кнез Михаила 36.

Organizers:

dr **Danilo Karličić**, Mathematical Institute of the SASA, Belgrade, Serbia
Milan Čajić, Mathematical Institute of the SASA, Belgrade, Serbia

Организатори:

др **Данило Карличић**, Математички институт САНУ, Београд, Србија
Милан Цајић, Математички институт САНУ, Београд, Србија

Welcome address:

Professor dr Katica Hedrih, Leader of the project ОИ 17400 at Mathematical Institute of the SASA

Поздравна реч:

Проф. др Катица Хедрих, руководилац пројекта ОИ 174001 на Математичком институту САНУ

Opening remarks by organizers:

dr Danilo Karličić, Mathematical Institute of the SASA, Belgrade, Serbia

Уводна реч организатора:

др **Данило Карличић**, Математички институт САНУ, Београд

* * *

First Session chair by:

dr Dušan Zorica, Research Associate Professor, Mathematical Institute of the SASA, Belgrade
Prof. dr Marko Petković, Faculty of Sciences and Mathematics, University of Niš

Председавајући прве секције:

др Душан Зорица, виши научни сарадник, Математички институт САНУ, Београд
Проф. др Марко Петковић, Природно математички факултет, Универзитет у Нишу

First Session: *Invited lectures 30 minutes*

*** A review: Two models of transversal vibrations of axially moving sandwich multy-belts system**

Katica (Stevanović) Hedrih,
Mathematical Institute of the SASA, Department of Mechanics,
Kneza Mihaila 36, 11001 Belgrade, Serbia
Email: khedrih@sbb.rs



**Један преглед: два модела трансверзалних осцилација аксијално
покретних сендвич система са више трака**

Katica (Stevanović) Hedrih,
Mathematical Institute of the SASA, Department of Mechanics,
Kneza Mihaila 36, 11001 Belgrade, Serbia
Email: khedrih@sbb.rs

*** Wave equation: non-locality and hereditariness**

Dušan Zorica,
Mathematical Institute of the SASA, Department of Mechanics,
Kneza Mihaila 36, 11001 Belgrade, Serbia
Department of Physics, Faculty of Sciences, University of Novi Sad
Novi Sad, Trg D. Obradovića 4, Serbia
E-mail: dusan_zorica@mi.sanu.ac.rs

Таласна једначина: нелокалност и историјски ефекти

Душан Зорица,
Математички институт САНУ, Одељење за механику,
Кнеза Михаила 36, 11001 Београд, Србија
Департаман за физику, Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду
Нови Сад, Трг Д. Обрадовића 4, Србија
Е-пошта: dusan_zorica@mi.sanu.ac.rs

*** Iterative methods for computing generalized inverses with applications
to mechanics**

Marko Petković,
Faculty of Science and Mathematics, University of Niš,
Višegradska 33, 18000 Niš, Serbia
E-mail: dexterofnis@gmail.com

**Итеративни методи за израчунавање генерализаних инверза и
примена у механици**

Марко Петковић,
Природно математички факултет, Универзитет у Нишу,
Вишеградска 33, 18000 Ниш, Србија
Е-пошта: dexterofnis@gmail.com

*** Active vibration suppression of smart flexible structures using piezoelectric
actuators: from idea to realisation**

Nemanja Zorić,
Faculty of Mechanical Engineering, University of Belgrade,
Kraljice Marije 16, 11000 Belgrade, Serbia
E-mail: nzoric@mas.bg.ac.rs

**Активно пригушење вибрација паметних еластичних структура помоћу
пиезоелектричних актуатора: од идеје до реализације**

Немања Зорић,
Машински факултет, Универзитет у Београду,
Краљице Марије 16, 11000 Београд, Србија
Е-пошта: nzoric@mas.bg.ac.rs



KOKTEL – COCTAIL (approximately from 13:00 – 13:30h)

Second Session chair by:

dr Ivana Atanasovska, Research Associate Professor, Mathematical Institute of the SASA, Belgrade
dr Nemanja Zorić, Assistant Professor, Faculty of Mechanical Engineering, University of Belgrade,

Председавајући друге секције:

др Ивана Атанасовска, виши научни сарадник, Математички институт САНУ, Београд
др Немања Зорић, доцент, Машински факултет, Универзитет у Београду

Second Session: *Invited lectures 30 minutes*

*** Phenomenom of contact of deformable bodies within their movements and interactions in the space**

Ivana Atanasovska,
Mathematical Institute of the SASA, Department of Mechanics,
Kneza Mihaila 36, 11001 Belgrade, Serbia
E-mail: iatanasovska@mi.sanu.ac.rs

Феномен контакта деформабилних тела у склопу кретања и интеракције тела у простору

Ивана Атанасовска,
Математички институт САНУ, Одељење за механику,
Кнеза Михаила 36, 11001 Београд, Србија
Е-пошта: iatanasovska@mi.sanu.ac.rs

*** Global minimum of the time for the motion of a particle and mechanical systems**

Radoslav Radulović,
Faculty of Mechanical Engineering, University of Belgrade,
Kraljice Marije 16, 11000 Belgrade, Serbia
E-mail: rradulovic@mas.bg.ac.rs

Глобални минимум времена кретања материјалне тачке и механичких система

Радослав Радуловић,
Машински факултет, Универзитет у Београду,
Краљице Марије 16, 11000 Београд, Србија
Е-пошта: rradulovic@mas.bg.ac.rs

*** Hydraulic effects of natural convection in real rectangular tanks under external influences**

Sadoon K. Ayed
University of Technology, Department of Mechanical Engineerig Baghdad, Iraq
E-mail: sadun_kad@yahoo.com



Хидраулички ефекти природне конвекције у реалним паралелопипедним резервоарима изложеним природним утицајима

Sadoon K. Ayed

University of Technology, Department of Mechanical Engineerig Baghdad, Iraq

Е-пошта: sadun_kad@yahoo.com

Coffee break (approximately 10 minutes)

*** Nonlinear parametric vibration of a functionally graded nonlocal nanobeam in thermal environment by using incremental harmonic balance method**

Danilo Karličić,

Mathematical Institute of the SASA, Department of Mechanics,

Kneza Mihaila 36, 11001 Belgrade, Serbia

E-mail: danilok@mi.sanu.ac.rs

Анализа нелинеарних параметарских осцилација функционалне наногреде под дејством термичког оптерећења применом нелокалне теорије еластичности и инкременталне хармоник баланс методе

Данило Карличич,

Математички институт САНУ, Одељење за механику,

Кнеза Михаила 36, 11001 Београд, Србија

Е-пошта: : danilok@mi.sanu.ac.rs

*** The free vibration problem of classical and nonlocal stepped beams**

Nikola Nešić,

Mathematical Institute of the SASA, Department of Mechanics,

Kneza Mihaila 36, 11001 Belgrade, Serbia

E-mail: nnesic@mi.sanu.ac.rs

Проблем слободних осцилација класичних и нелокалних степенстих греда

Никола Нешић,

Математички институт САНУ, Одељење за механику,

Кнеза Михаила 36, 11001 Београд, Србија

Е-пошта: nnesic@mi.sanu.ac.rs

*** Analysis of combined sub-harmonic and super-harmonic resonances of a nanobeam on fractional visco-Pasternak foundation using nonlocal elasticity theory**

Milan Čajić,

Mathematical Institute of the SASA, Department of Mechanics,

Kneza Mihaila 36, 11001 Belgrade, Serbia

E-mail: mcajic@mi.sanu.ac.rs

Анализа комбиноване суб-хармонијске и супер-хармонијске резонансе наногреде на фракционој виско-Пастернак подлози применом нелокалне теорије

еластичности

Милан Цајић,

Математички институт САНУ, Одељење за механику,

Кнеза Михаила 36, 11001 Београд, Србија

Е-пошта: mcajic@mi.sanu.ac.rs



PREFACE OF THE ORGANIZERS

The understanding of the mechanical response of nanoscale structures (small-scale structures of nanometer dimension) such as bending, vibration, and buckling is indispensable for development and accurate design of nanostructures based nanodevices. So far experimentation on the study of actions of structures at the nanoscale is achievable, but quite difficult. Further, computer simulation method such as molecular dynamics modelling and simulation of nanostructures is computationally very expensive and time consuming for macro-scale material systems. One approach is to utilize the enriched knowledge of available classical continuum mechanics. The continuum structural mechanics models continue to play an essential role in the mechanical study of CNT and graphene based systems. However, the application of the local elasticity theory in the context of nanoscale objects has been questions repeatedly in various research articles over the past decade. The conventional continuum mechanics fails to predict size-effects, which is present at small length scales. At small-scale the material microstructure becomes increasingly significant and its influence can no longer be ignored. Thus updated size-dependent continuum-based methods are required in modelling of nanostructures. Nonlocal elasticity theory become popular size-dependent method frequently used to model bending, vibration and buckling behaviour of one- and two-dimensional nanostructures. The beauty of the nonlocal method is that it can capture atomistic effects at the nanoscale and yet impart results for the whole body. The new structural nonlocal method can bridge the gap between molecular dynamics and scale-effect-free continuum mechanics, to provide a viable means of studying such important nanoscale objects beyond CNTs and graphene.

The aim of this mini-symposium, supported by the Project OI 174001 „Dynamics of hybrid systems with complex structures. Mechanics of materials“, is that researchers present their results achieved on this project and other projects in Serbia funded by the Ministry of Education, Science and Technological development. These results regards mainly to the fields of dynamics of hybrid systems of complex structures, application of fractional calculus in constitutive equations of materials, and other common results of the researchers mainly from Serbia.

Organizers:
dr **Danilo Karličić**,
Milan Cajić,
Mathematical Institute of the SASA, Belgrade



ПРЕДГОВОР ОРГАНИЗАТОРА

Проучавање механичког понашања микро- и нано- структура, статичким или динамичким напрезањем и деформацијама, као што су аксијално напрезање, извијање, увијање или право и косо савијање, је неопходан корак у развоју и пројектовању нових инжењерских система и уређаја малих димензија, или финих структура на микро- или нано-метарским скалама. До сада се показало да је извођење експеримената за анализу механичког понашања оваквих структура изводљив али уједно и компликован задатак. Такође, атомистичке методе као што је молекуларна динамика захтевају извођење рачунарских симулација захтевних по питању рачунарских ресурса и дужине симулација, нарочито код структура већих димензија. Један од начина да се превазиђу ови проблеми је увођење класичних метода теорије еластичности, механике континуума, као и реологије или науке о наследним својствима материјала за анализу таквих система и структура, уз пратеће претпоставке ограничења, усредњавања, или осредњавања параметара својстава материјала. Модели дискретног континуума, односно модели дискретних структура апроксимацијом у моделе континуума са усредњеним параметрима, одувек су били примењивани, али и данас играју важну улогу у теоријској анализи механичких својстава система базираних на угљеничним наноцевима и графену. Ипак, у последњој деценији је примена локалне тј. класичне теорије еластичности у анализи деформабилних тела микро- и нано-метарских димензија подвргнута критици научне заједнице.

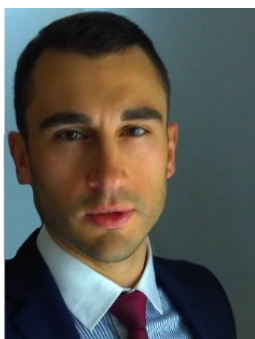
Наиме, класична теорија еластичности није у могућности да предвиди нелокалне ефекте тј. међуатомске силе које немају локални карактер а које долазе до изражаја тек код објеката микро- и нано-метарских димензија. С тога, неопходно је модификовати класичне методе механике континуума тако да узимају у обзир ове нелокалне ефекте у структурама малих диманзија. Нелокална теорија еластичности је у овом погледу постала актуелна последњих година и често коришћена за моделирање статичких и динамичких напрезања и деформација једно- и дво-димензионалних структура, уводећи нелокалне ефекте у конститутивне релације материјала односно структура. Предност ове методе је то што узима у обзир ефекте на атомском нивоу, а уједно може да предвиди и понашање целог посматраног тела. Може се слободно рећи да се методологија нелокалне структурне механике све чешће примењује у развоју нових нано-инжењерских система. Она премешћује разлике метода и модела класичне механике континуума и молекуларне динамике у анализи микро и нано-структура као што су угљеничне наноцеви, графен и др.

Циљ овог мини-симпозијума у организацији Пројекта ОИ 174001 "Динамика хибридних система сложених структура. Механика материјала" је да прикаже резултате постигнуте у истраживањима на овом пројекту, као и другим пројектима који се раде у Србији, кроз предавања истраживача са тих пројеката. Резултати се односе на динамику хибридних система сложених структура, примене извода нецелог реда у описивању конститутивних релација материјала, примену нелокалне теорије еластичности, као и на друге сродне резултате истраживача из Србије.

Организатори:
др Данило Карличић,
Милан Цајић,
Математички институт САНУ, Београд



БИОГРАФИЈЕ ОРГАНИЗАТОРА



др **Данило Карличич**, дипл. маш. инжењер, истраживач сарадник
Математички институт САНУ
Тел.: +381 62 50 11 28
Е-пошта: danilok@mi.sanu.ac.rs

Др Данило Карличич рођен је 31.10.1986. године у Нишу. Завршио је основну школу „Ратко Вукићевић“ и средњу „Машинску школу“ у Нишу. Машински факултет у Нишу уписао је школске 2005/2006 године, а завршио 30. септембра 2010. године на профилу Мехатроника и управљање са средњом оценом 9.00 одбранивши дипломски рад под називом „*Моделирање динамике машинских система*“ оценом 10. На Техничком универзитету Илменау, Немачка, био је учесник, у трајању од два месеца, међународног ДААД пројекта "Development of methods for the design of compliant mechanisms and functional integration of sensors in flexible mechanisms",... Школске 2010/2011 год. уписао је докторске студије на Машинском факултету у Нишу. Од 01. јануара 2011. год., заснива радни однос на Математичком институту САНУ у Београду, као истраживач на пројекту ОИ174001 под називом „*Динамика хибридних система сложених структура. Механика материјала*“. Данило Карличич активно је учествовао у раду научних и семинара за младе истраживаче, који су се организовали на Математичком институту САНУ:

Научно-истраживачким радом бави се од 2011. године када почиње са радом у Математичком институту САНУ у звању истраживач-приправник на пројекту из механике ОИ 174001. У 2012. години је унапређен у звање истраживач-сарадник. Такође, учествовао је и у завршној реализацији организације, одржавања симпозијума из нелинеарне динамике (Nonlinear Dynamics) 2012. године, у организацији Научног друштва Србије, одржаног у Математичком институту САНУ. Од 01. августа 2014. год. до 01.11.2016. год. ради на Катедри за механику Машинског факултета Универзитета у Нишу, као асистент. У том периоду је био учесник пројекта ОИ174011 под називом „*Динамичка стабилност и нестабилност механичких система под дејством стохастичких поремећаја*“.

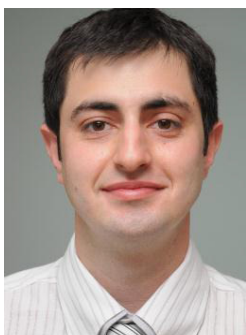
Током докторских студија положио је све испите са просечном оценом 10 (десет). Докторску дисертацију под називом „*Примена нелокалне теорије континуума у анализи динамичког понашања и стабилности система спрегнутих нано-структура*“, брани на Машинском факултету Универзитета у Нишу октобра 2016..

Објавио је 19 вишеауторских радова у часописима са ИСИ листе као и коауторску монографију под називом „Non-local Structural Mechanics“ (у коауторству са: *Tomu Murmu, Sondipon Adhikari u Michael McCarthy*) код издавача John Wiley & Sons - ISTE. На конференцијама међународног и националног значаја је саопштио неколико радова. Од новембра 2016. год., поново заснива радни однос на Математичком институту САНУ у Београду, ангажован на пројекту ОИ174001.

Области истраживања су структурна динамика, теорија линеарних и нелинеарних осцилација, нелокална теорија еластичности, МЕМС/НЕМС системи и нумеричке методе.

Рецензент је у више међународних часописа: *Computers and Mathematics with Applications, Mechanics of Advanced Materials and Structures, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, Materials and Design, Applied Physics A, Physica B, European Journal of Mechanics - A/Solids, International Journal of Mechanical Sciences* и *International Journal of Non-Linear Mechanics*.

Од 2012 године члан је Српског друштва за механику, које је оснивач и колективни члан међународне научне организације IUTAM.



Милан Цајић, M.Sc., дипл. маш. инжењер, истраживач сарадник
Математички институт САНУ
Тел.: +381 64 45 76 404
Е-пошта: mcajic@mi.sanu.ac.rs; caja84@gmail.com

Милан Цајић је рођен у Нишу 29-тог марта 1984. године. Средњу електротехничку школу „Никола Тесла“ у Нишу, рачунарски смер, завршио је 2003. године. Машински факултет, Универзитета у Нишу, уписао је 2005. године. Дипломирао је јануара 2011. године на Катедри за мехатронику са дипломским радом под насловом „Пројектовање мерног места за статичко испитивање одбојно-вучне опреме железничких возила“, ментор др Душан Стаменковић, чиме је стекао звање дипломираног машинског инжењера. Исте године уписује докторске студије на Машинском факултету, Универзитета у Београду.

Научноистраживачким радом бави се од 2011. године када почиње са радом у Математичком институту САНУ у звању истраживач-приправник на пројекту из механике ОИ 174001 под називом „Динамика хибридних система сложених структура. Механика материјала“, проф. др Катица (Стевановић) Хедрих. Од 2015. године је учесник на двогодишњем пројекту под називом „Фракционог реда управљање и моделирање механичког понашања наноматеријала и наноструктура“ финансираном у оквиру програма билатералне сарадње између Републике Србије и Народне Републике Кине. У звање истраживач-сарадник је први пут изабран 2012. године а реизабран 2016.

На завршној години дипломских студија боравио је три месеца на Институту за техничку механику, Катедра за механику континуума, Универзитета у Карлсруеу (KIT), Немачка, у оквиру програма размене студената студентске организације IAESTE. У 2013. години, на другој години докторских студија добио је стипендију стране невладине организације WUS Austria за посету Институту за биомеханику, Техничког Универзитета у Грацу, Аустрија, у оквиру програма једномесечне посете Аустрији студената и истраживача из Србије и других балканских држава.

Учествовао је на преко двадесет националних и међународних научних скупова у земљи и иностранству међу којима су конференције Европског друштва за механику као што је ESMC 2012 и ENOC 2014, конференција Немачког друштва за механику и примењену математику GAMM 2013, конгреси Српског друштва за механику и др.

Такође, до сада је публикувао једанаест коауторских радова у часописима међународног значаја са СЦИ листе, пет рада у часописима националног значаја и коаутор је једне монографије националног значаја, са проф.др Михаилм Ласаревићем. Поред истраживачког рада, ангажовао се и на промоцији науке у оквиру манифестације „Мај месец математике“ коју организују Центар за промоцију науке и Математички институт САНУ. Учествовао је и у завршној реализацији организације, у дане одржавања симпозијума из нелинеарне динамике (*Nonlinear Dynamics*) 2012. године у организацији Научног друштва Србије, на Математичком институту САНУ.

Области истраживања су структурна механика, механика система кругих тела и моделирање материјала са реолошким особинама. У својим истраживањима бави се анализом динамике и стабилности структура на макро и нано-скали применом фракционог рачуна и нелокалне теорије континуума. Такође, део истраживања је посвећен анализи динамике система кругих тела и роботских система са деформабилним елементима пиезоелектричних, магнетореолошких и вискоеластичних особина фракционог типа.

Рецензирао је радове у више међународних часописа: *Applied Mathematical Modelling*, *Mathematical Problems in Engineering*, *Physica B*, *Mathematical problems in Engineering*, *Thermal Science*, *Composite Part B*.

Од 2012 године члан је Српског друштва за механику а које је оснивач и колективни члан међународне научне организације IUTAM.

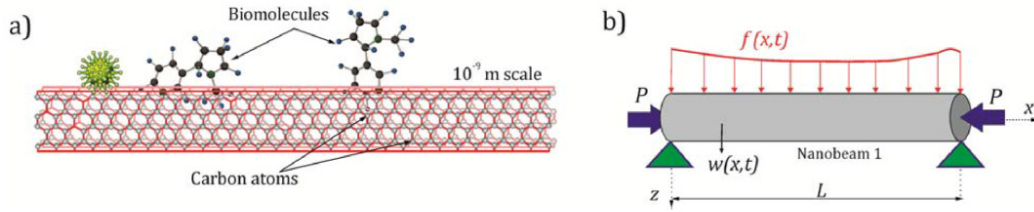
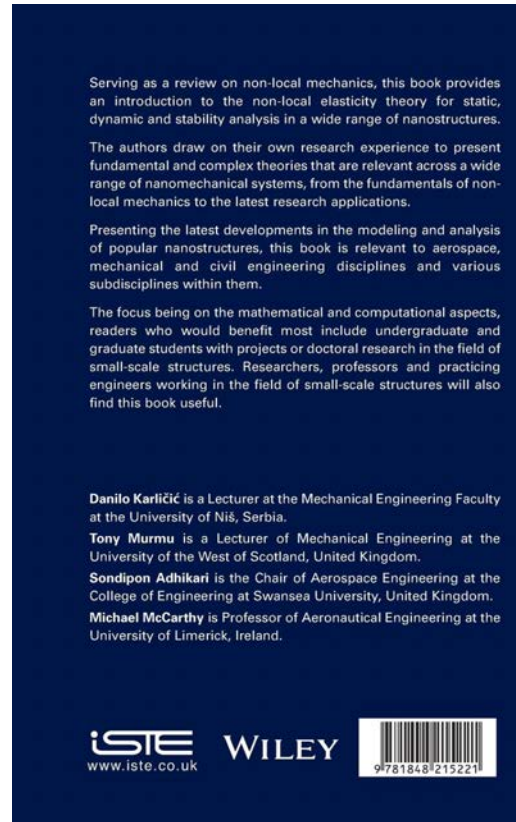
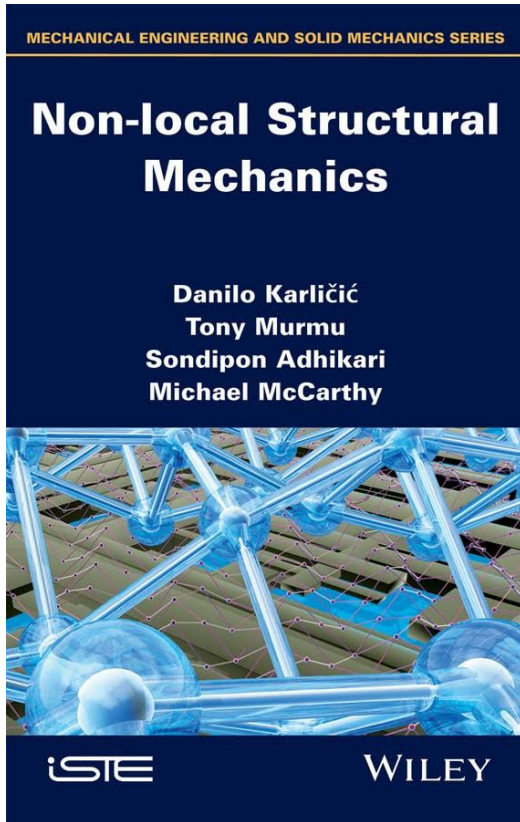
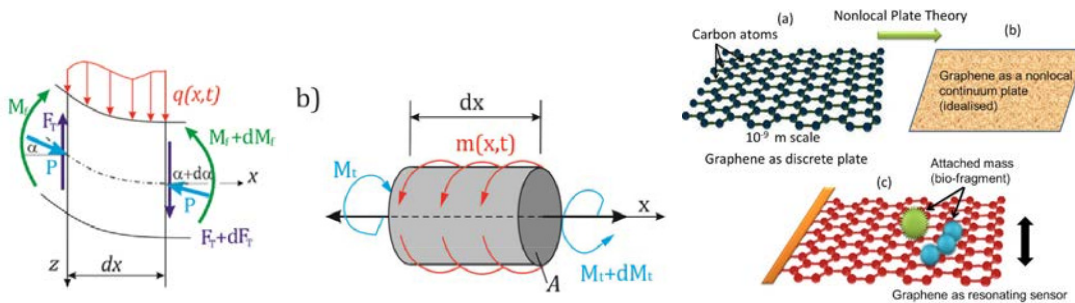


Figure 3.1. SWCNT with externally attached biological particles: a) physical model and b) mechanical model. For a color version of the figure, see www.iste.co.uk/murmu/non-local.zip

$$\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + P \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - q + EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + P \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - q \right].$$

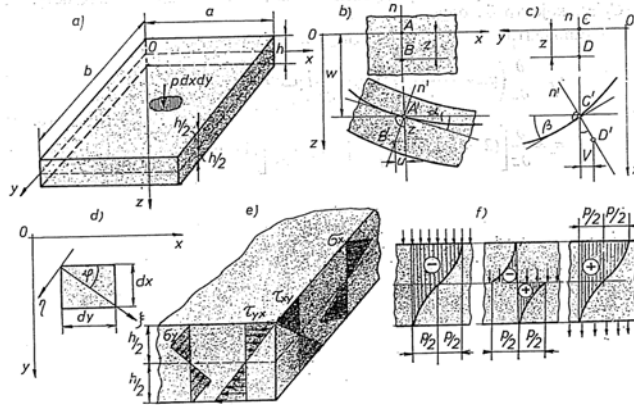


$$\rho I_o \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} - m(x, t) - G I_o \frac{d^2 \theta}{dx^2} = (e_0 a)^2 \frac{d^2}{dx^2} \left(\rho I_o \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} - m(x, t) \right)$$



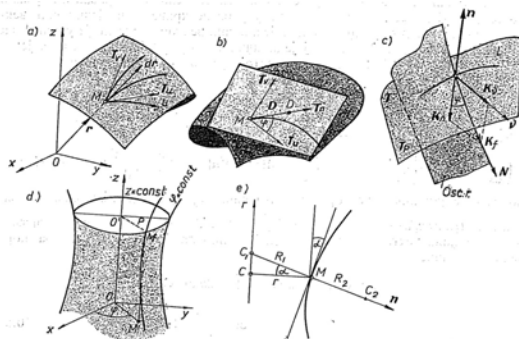
9. САВИЈАЊЕ И ИСПУПЧЕЊЕ ПЛОЧА

9.1. Основни елементи и хипотезе. — Танком плочом назива се еластично тело призматичног или цилиндричног облика мале дебљине h у односу на друге две димензије (слика 9.1.a). Ова дебљина треба да буде мања од $1/10$ величине других димензија. Плана средња раван узима се за



Слика 9.1. — Савијање танке плоче

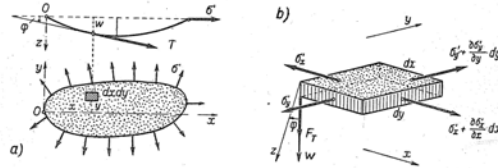
10. ОСНОВИ ТЕОРИЈЕ ЉУСКИ



Слика 10.1. — Геометријска релација за криве на површи

19. ОСЦИЛАЦИЈЕ МЕМБРАНА

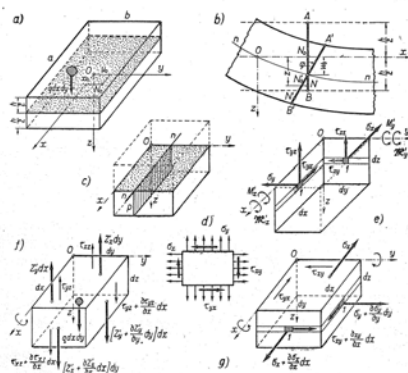
19.1. Таласна једначина мембране. — Претпоставља се да је мембрана врло танка и потпуно савишљива, те се не опире савијању услед сила које дејствују по ободу мембране и које рачунамо на јединицу дужине, σ [kg/cm]. Ако су ови напони константни онда је мембрана једнако напрегнута, у противном је неједнако напрегнута. Даље се претпоставља да је површина мембране у недеформисаном стању раван Oxy и да су померања — угиби — тачака мембране (w) врло мали у поређењу са попречним димензијама, исто тако да тангентцијална раван мембране у тачки (x, y, w) гради врло мали угао са



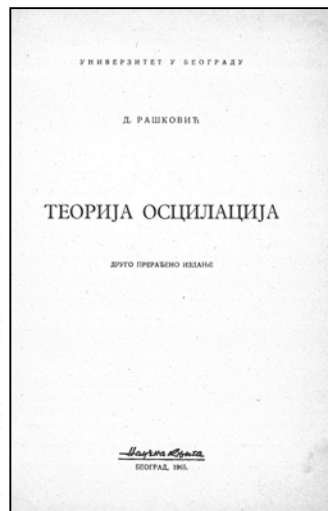
Сл. 19.1. — Осцилације мембране

20. ОСЦИЛАЦИЈЕ ПЛОЧА

20.1. Таласна једначина плоче. — Плоча може да врши уздужне и трансверзалне осцилације, али су ове друге у пракси много важније те ћемо их изнети.



Сл. 20.1. — Извођење таласне једначине плоче





Mini-Symposium “Nonlocal theory of mechanical structures”
Mathematical Institute of the SASA and Project OИ 174001, Belgrade, April 25, 2017.

