OD TEORIJE INFORMACIJA DO OPTIMIZACIJE STANDARDNIH KODERA DIGITALNIH VIZUELNIH MULTIMEDIJA

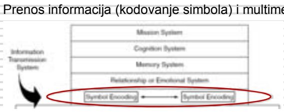
Dragorad A. Milovanović DragoAM@Gmail.com
Zoran S. Bojković z.bojkovic@yahoo.com

Univerzitet u Beogradu

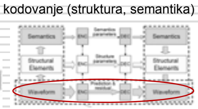
SADRŽAJ

1. Teorija kodovanja sa oštećenjem informacija

- Prenos informacija (kodovanje simbola) i multimedijalne komunikacije (poruke, protokoli)



- Kodovanje izvora (*perceptualni* signal) i objektno kodovanje (struktura, semantika)



1.1 R-D teorija kodovanja

- *Idealni koder* signala ostvaruje visok kvalitet rekonstruisanog signala na prijemnoj strani, i istovremeno mali *bitski protok* i *složenost* kodera/dekodera. Zahtevi su protivrečni, tako da efikasan koder predstavlja *optimalni kompromis*.
- Teorija kodovanja signala (*lossy source coding/compression*) ograničava kriterijume optimizacije na srednji broj bita ***R*** po odmerku signala i srednje oštećenje informacija ***D*** mereno srednje-kvadratnom greškom MSE rekonstruisanog signala na prijemnoj strani.
- Optimizacioni problem se može formulisati na tri ekvivalentna načina:
  1. Pronalaženje minimuma oštećenja *D*, pod ograničenjem maksimalnog protoka *R*.
  2. Pronalaženje minimuma protoka *R*, pod ograničenjem maksimalnog oštećenja *D*.
  3. Pronalaženje minimuma *Lagrange* funkcije $D+\lambda R$ bez ograničenja (multiplikator λ – ***faktor kvaliteta*** - specificira težinski zbir oštećenja *D* i bitskog protoka *R*)

R(D) funkcija

- Klasična R-D teorija kodovanja specificira postojanje donje **asimptotske granice $D_L(R)$** srednjeg *oštećenja* (*D*) signala pod ograničenjem fiksnog srednjeg *bitskog protoka* (*R*), ili obrnuto:

$$R_L(D)=\min_{p(\hat{s}_j|s_i)} I(S;\hat{S}),\quad D=\sum_{i,j} p(s_i)p(\hat{s}_j\,|\,s_i)d_{ij}\le D_{\max}\quad I(S;\hat{S})=H(S)-H(S\,|\,\hat{S})=\sum_{s_i,\hat{s}_j} p(s_i,\hat{s}_j)\frac{p(s_i,\hat{s}_j)}{p(s_i)p(\hat{s}_j)}$$

- Teorija predviđa i postojanje koda koji se približava asimptotskoj granici sa povećanjem dimenzije koda i kašnjenja kodera.

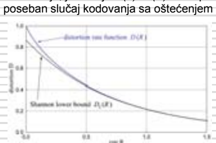
  C.E. Shannon, "A mathematical theory of communication," *Bell Syst. Tech. Journal*, vol. 27, pp.379- 423, 1948.

  C.E. Shannon, "Coding theorems for a discrete source with a fidelity criterion," *IRE National Conventional Record*, Part4, pp.142-163, 1959.

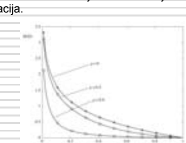
- R-D teorija ne definiše eksplicitni metod konstrukcije optimalnog koda, ali ukazuje na značajne osobine efikasnog kodera signala (transformacioni/podopsežni koder).
- Za model izvora signala sa ***Gaussian* raspodelom** i korelacionom funkcijom, analitički oblik ***R*(*D*) funkcije** dobijen je pod pretpostavkom dekompozicije originalnog signala na spektralne komponente infinitezimalnog opsega i nezavisnim kodovanjem komponenti.

Osobine R(D) funkcije

1. R(D) funkcija je nerastuća i konveksna funkcija od D.
2. Postoji vrednost D_{max} tako da $\forall D \ge D_{max}$, *R*(*D*)=0. *Za* MSE meru oštećenja, vrednost D_{max} je jednaka varijansi σ^2 izvora.
3. Za *kontinualni* izvor *S*, R(D) funkcija teži beskonačnosti kada *D* teži nuli.
4. Za *diskretni* izvor *S*, minimalni bitski protok koji je neophodan za prenos bez oštećenja informacija, jednak je *R(0)=H(S).* Asimptotska granica za kodovanje bez oštećenja informacija je poseban slučaj kodovanja sa oštećenjem informacija.



Stohastički model izvora sa *Laplacian pdf* raspodelom jedinične varijanse ($\sigma^2=1$): asimptotska granica $\boldsymbol{D_L(R)} = e/\pi \cdot \sigma^2 \cdot 2^{-2R}$.

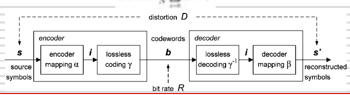


Stohastički model izvora *Gauss-Markov* varijanse σ^2 i korelacionog koeficijenta ρ: asimptotska granica $\boldsymbol{D_L(R)} = (1-\rho^2) \cdot \sigma^2 \cdot 2^{-2R}$.

1.2 Operaciona (R,D) teorija kodovanja

- Praktični kompromis između dozvoljenog oštećenja *D* i dostupnog bitskog protoka *R* u projektovanju kodera, zasniva se na *optimizacionim procedurama* pronalaženja ***lokalnih* optimalnih radnih tačaka** kodera. Cilj operacione teorije informacija je pronalaženje *skupa **radnih parametara*** **kodera** koji je optimalan u *R*(*D*) smislu, ali i ***efikasne* optimizacione procedure**.
- Blok dijagram sistema kodovanja sa oštećenjem informacija:
  - ✓ Blok- kôd $Q_N=\{\alpha_N,\beta_N,\gamma_N\}$ (mapiranje sekvence *N* sukcesivnih simbola u kodnu reč)
  - ✓ *R* bitski protok u prenosu (srednji broj bita po ulaznom simbolu) r_N
  - ✓ Aditivna mera oštećenja (MSE izlaznog simbola u odnosu na ulazni simbol) $\delta(Q_N)$

$$d_N(s,s') = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}(s_i - s'_i)^2$$

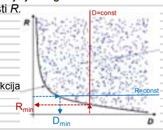


Radna tačka (R,D) kodera

- Za dati izvor informacija *S* i kôd *Q*, **radna tačka (*R,D*)** je definisana $R=r(Q)$ i $D=\delta(Q)$.
- Radni prostor R-D je moguće podeliti na region *dostupnih* radnih tačaka (*R*,*D*) ako postoji kôd *Q* takav da je $r(Q)\leq R$, $\delta(Q)\leq D$.
- **Operativna R-D funkcija** definiše granicu dostupnih radnih tačaka kodera:

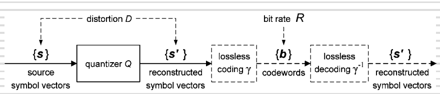
A. Minimalni bitski protok R koji je neophodan za kodovanje izvora informacija sa oštećenjem koje je manje ili jednako od date vrednosti *D.* Ili alternativno,

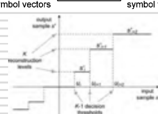
B. Minimalno oštećenje *D* koje je moguće ostvariti ako se izvor koduje bitskim protokom koji je manji ili jednak od date vrednosti *R.*



Kvantizaciono kodovanje

- Uniformni skalarni kvantizer (Δ=*const*, $D\sim\Delta^2/12$, opt. γ)
- Neuniformni optimalni kvantizer (rek. nivoi su centroidi *pdf* na intervalu, *Lloyd–Max*)
- Asimptotske performanse $D_L(R) = \sigma^2 \cdot \varepsilon_S^2 \cdot 2^{-2R}$ (*Shannon lower bound*)





Entropijsko kodovanje (γ)

- Promenljiva dužina kodne reči (VLC):

  ***Huffman* kôd** minimizira srednju dužinu kodne reči

  $L_s = \Sigma\, p(s_i) \cdot length(s_i)$ [bps]

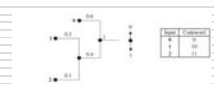
  Optimalni kôd $p^*(s_i)$ minimizira **entropiju** prvog reda

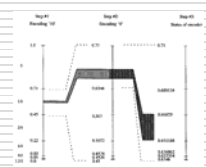
  $H_s = - \Sigma\, p^*(s_i) \cdot \log_2 p^*(s_i)$ [bps]

  K= *2*: $p(s_1) = P_1$, $p(s_2) = 1-P_1$

  $H_s = - P_1 \log_2 P_1 - (1-P_1) \log_2 (1-P_1)$ bits/symbol

  $P_1 = 0.5$ *max* $H_s=1$, $Redundancy_s = \log_2 K - H_s = 0$





- Aritmetički koder (CABAC):

  adaptivna procena statističke distribucije $p(s_i)$

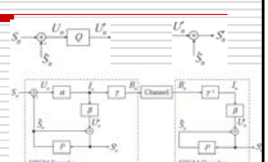
Prediktivni koder

- Difierencijalni koder
- Prediktivni koder (DPCM)
- Linearna predikcija $\hat{S}_n$:

  koeficijenti linearne predikcije p_i

  greška linearne predikcije U_n

  greška rekonstrukcije U'_n



- Optimalna linerna predikcija (U_n je ortogonalan na $\hat{S}_n$)

  Varijansa greške rekonstrukcije $\sigma'^2 = \varepsilon_\alpha^2\sigma^2 \geq \gamma_S^2\, \varepsilon_\alpha^2\sigma_S^2$, $\gamma=sfm$

  Asimptotske performanse: dobitak predikcije CG $=1/\gamma_S^2$

  N =1: $p_{1,opt}=\rho_1$, CG$=1/(1-\rho_1^2)$

  N =2: $p_{1,opt}=\rho_1 (1-\rho_2)/(1-\rho_1^2)$, $p_{2,opt}=\rho_1 (\rho_2-\rho_1^2)(1-\rho_2)/(1-\rho_1^2)$

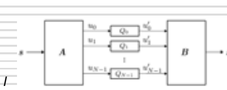
Transformacioni koder

- Linearna transformacija

  A transformaciona matrica

  B inverzna transformaciona matrica

  A ortogonalna matrica $A^{-1} = A^T$, $A^T A = A A^T = I$



  B ortonormalna matrica $B = A^{-1} = A^T$ (suma varijansi *N* koeficijenata = varijansa *s*)

- Optimalna linearna transformacija KLT (sopstvene vrednosti auto-kovarijansne matrice R_{SS})

  Asimptotske performanse: dobitak transformacije CG $=1/\gamma_S^2$

  Optimalna alokacija R na *N* kvantizera:

  N=2

$$R_0 = \frac{R}{2} + \frac{1}{2}\log_2\frac{\sigma_0}{\sigma_1} \qquad R_1 = \frac{R}{2} - \frac{1}{2}\log_2\frac{\sigma_0}{\sigma_1} \qquad \sigma_{q0}^2 = \sigma_{q1}^2 \qquad CG = \frac{\sigma_S^2}{\left(\sigma_0^2\sigma_1^2\right)^{1/2}}$$

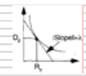
$$R_{SS} = \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} \qquad KLT_S = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

1.3 Formulacija optimizacionog problema

- Standardni koderi zahtevaju ***diskretne*** *R-D* optimizacione procedure nad skupom sistemskih radnih parametara kodera i dodatne optimizacione kriterijume koji proističu iz rada kodera u realnom vremenu (složenost, kašnjenje).

1. Selekcija radnih parametara za dati ulaz: za (svaki pojedinačni) izvorni signal i dati radni okvir kodovanja, selektovati skup radnih parametara kodera, tako da su zadovoljeni izvesni R-D kriterijumi.
2. Optimalna alokacija bitskog protoka: za svaku jedinicu kodovanja izvornog signala, pronaći radnu tačku ili optimalni kvantizer, tako da je oštećenje kodovanja D minimalno a bitski protok R manji od zadate maksimalne vrednosti.
3. Optimalna alokacija bitskog protoka pod ograničenjem popunjenosti predajnog bafera i kašnjenja kodovanja i prenosa u kanalu.
4. Združena optimizacija kodovanja izvora i kodovanja u prenosnom kanalu: za date radne ovire kodovanja, optimalno alocirati bitski protok na kodovanje izvora i kanalni kod, tako da je oštećenje *D* minimalno.

Lagrange multiplikator



- Pronaći minimum funkcije $\min D(R)$ sa ograničenjem $R \le R_{\max}$

  Uslov za postojanje minimuma: $\frac{\Delta D}{\Delta R} < 0$

  Rešenje: $R^* = R_{\max},\ D_{\min} = D(R_{\max})$

- **Ekvivalentan** optimizacioni problem:

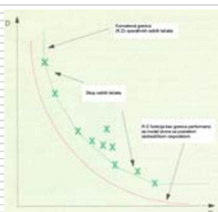
  Pronaći minimum *Lagrange* funkcije $\min J(R,\lambda),\ J = D(R) + \lambda R,\quad 0 < \lambda < +\infty$

  Uslov za postojanje minimuma: $\frac{\Delta J(R,\lambda)}{\Delta R} = 0,\ \frac{\Delta J(R,\lambda)}{\Delta \lambda} = 0$

  Rešenje je ***simultana*** iteracije po *R* i *λ*: $\frac{\Delta D(R)}{\Delta R} + \lambda^* = 0,\ R^* - R_{\max} = 0$

$$\lambda^* = -\frac{\Delta D(R)}{\Delta R},\quad R^* = R_{\max}$$

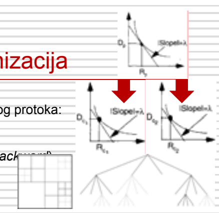
Geometrijska interpretacija



Operaciona R-D funkcija je ***konveksna*** granična linija koja povezuje skup optimalnih radnih tačaka kodera (skup predstavlja dostupna optimalna rešenja *Lagrange* metoda).

Optimalna radna tačka (*D*,*R*) u skupu rešenja *Lagrange* metodom min(D+ *λ* R) za konstantno *λ*, je radna tačka na konveksnoj graničnoj liniji koju dodiruje radna prava nagiba *λ*.

1.4 Združena hijerarhijska optimizacija



- Optimalna dekompozicija signala i alokacija *R* bitskog protoka:

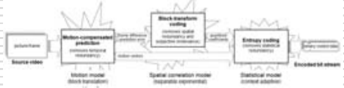
1. Diskretna verzija *Lagrange* metode multiplikatora,
2. Determinističko dinamičko programiranje (*forward/back*

- **Rešenje**:

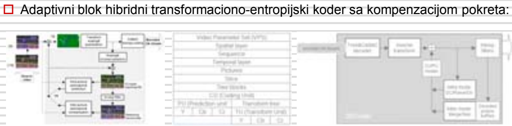
1. Signal se dekomponuje do unapred specificiranog broja nivoa.
2. Za usvojenu vrednost parametra kvaliteta *λ=const,* na svakom nivou dekompozicije izračuna se radna tačka min(*D+λR*) za svaku particiju i specificiran skup kvantizera.
3. Na svakom nivou dekompozicije donosi se odluka *split/merge* (*princip optimalnosti*) na osnovu poređenja vrednosti *Lagrange* funkcije dva susedna nivoa dekompozicije:
$$(D_{c1} + D_{c2}) + \lambda(R_{c1} + R_{c2}) < (D_p + \lambda R_p)$$
4. Metodom binarnog pretraživanja (*Newton method*) određuje se optimalno *λ** za dati bitski protok R_{max} i inicijalni interval pretraživanja $[\lambda_l, \lambda_h]$, $R^*(\lambda_l) \le R_{\max} \le R^*(\lambda_u)$.

2. Operativno upravljanje koderima

- Digitalni video koder eksploatiše statističku redundansu izvora i perceptualnu irelevansu posmatrača.



- Adaptivni blok hibridni transformaciono-entropijski koder sa kompenzacijom pokreta:

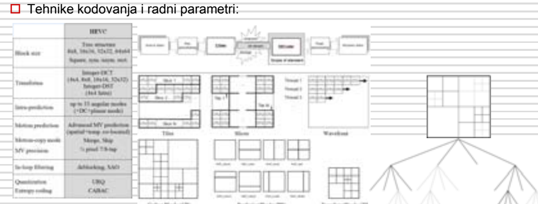


Oblast standardizacije

Standardni video koderi

- ITU/MPEG proces standardizacije

- Tehnike kodovanja i radni parametri:



2.1 Skup radnih parametara standardnih kodera

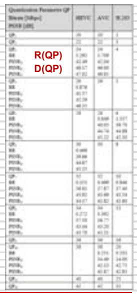
- Operativno upravljanje standardnim koderima pronalazi optimalne sintaksne elemenate ***b*** bitskog toka podataka za datu ulaznu video sekvencu, na način da je oštećenje ***D*** izvorne sekvence minimalno za ograničenje maksimalnog protoka podataka ***R*** na izlazu kodera.

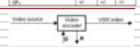
$$b^* = \min_{b \in B_c} D(s, s'(b)) \qquad \min_{p \in P_k} D_k(p), \quad D = \sum_{i \in B} |s_i - \hat{s}_i|^e \quad R_k(p) \le R_c$$

- Optimizacioni problem se dekomponuje na skup *K* nezavisnih parcijalnih delova (*p* je podskup radnih parametara kodera)
- *Lagrange* metod optimizira *intra/inter mode* kodovanje slike, estimaciju pokreta ME i uniformnu kvantizaciju URQ.

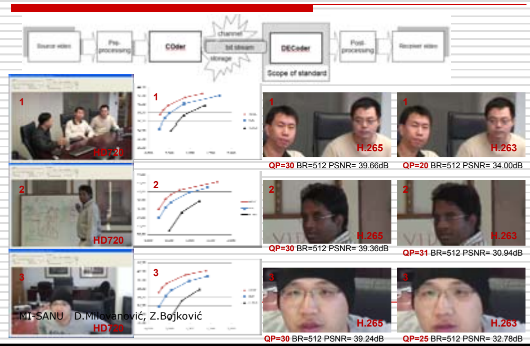
$$\min J_{MOTION}, \quad J = D(MAD) + \lambda_{MOTION} R(Q) \qquad \min J_{MODE}, \quad J = D + \lambda_{MODE} R(Q)$$

- Vrednost *Lagrange* multiplikatora se izračunava kao $\lambda_{MODE} = cQ^2$ $\lambda_{MOTION} = \sqrt{\lambda_{MODE}}$ gde se *Q* korak kvantizacije određuje na osnovu **radnog kvantizacionog parametra *QP***.
- Algoritam upravljanja koderom zahteva ulazni radni parametar $\boldsymbol{QP_I}$ za kodovanje *intra* slike, na osnovu koga se deterministički izračunavaju kvantizacioni parametri $\boldsymbol{QP_P}$ i $\boldsymbol{QP_B}$ a sekvencu slika.



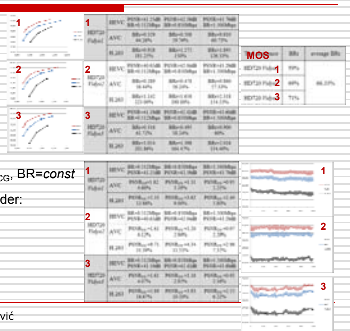


2.2 Robustnost performansi kodera



Varijacija performansi kodera

- Dobitak kodovanja BR_{CG}, PSNR=*const*
- Dobitak kodovanja $PSNR_{CG}$, BR=*const*
- Kompleksnost koder/dekoder:

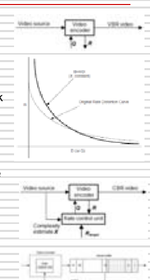


2.3 Upravljanje bitskim protokom

- Promenljiv/konstantan protok bita VBR/CBR (*rate control*) reguliše konstantan/promenljiv kvantizacioni parametar *QP* u otvorenoj/zatvorenoj kontrolnoj petlji. Algoritam kontrole obuhvata dve procedure:

1. Optimalna alokacija bita (*R-D model*) distribuira raspoloživi bitski protok R_c na pojedinačne slike u video sekvenci $\min D, \quad R < R_c$
2. Upravljanje bitskim protokom (*buffer occupancy measure*).

- Prva procedura kontrole bitskog protoka je modelovanje operativne ***R(Q)*** funkcije, inverznom funkcijom *R=X/D*, gde je *X* ($X_I > X_P > X_B$) (eksperimentalno) procenjena složenost sadržaja video sekvence koja se koduje. Model ***D(Q)*** u potpunosti opisuje operativnu ***R***(***D***) karakteristiku kodera.
- Druga procedura upravljanja bitskim protokom na način da meri popunjenost izlaznog bafera i ciljem da se izbegne potpuno pražnjenje/punjenje (*underflow/overflow*) bafera.



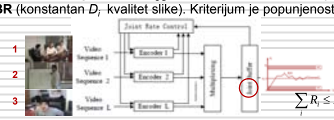
Združeno kodovanje (Det/Stat Mux)

- Deterministički multipleks *L* video sekvenci, kodovanih konstantnim bitskim protokom R_i **CBR** (promenljiv D_i kvalitet slike) za fiksni kapacitet kanala R_c.

$$\sum_i R_i = R_{channel}, \quad R_i = const \quad (CBR)$$

- **Statistički multipleks** $L+SM_{CG}$ video sekvenci kodovanih promenljivim bitskim protokom R_i **VBR** (konstantan D_i kvalitet slike). Kriterijum je popunjenost ***zajednickog*** bafera

$$0 < B_f(t) < B_s$$



$$\sum_i R_i \le R_{channel}, \quad R_i = R_{channel} \left(\frac{X_i}{\sum_i X_i} \right) \quad (VBR)$$

Reference

[1] T. Berger, *Rate-Distortion theory: A mathematical theory for data compression*, Prentice-Hall, 1971.

[2] D.P. Bertsekas, *Constrained optimization and Lagrange multiplier methods*, Athena Scientific, 1996.

[3] R. Bellman, *Dynamic Programming*, Princeton University Press, 1957.

[4] K.R.Rao, Z.S.Bojkovic, D.A.Milovanovic, *Introduction to multimedia communications: applications – middleware - networking*, Wiley, 2005.

[5] K.R.Rao, Z.S.Bojkovic, D.A.Milovanovic, *Multimedia communication systems: techniques, standards, and networks*, Prentice Hall, 2002.