

SAT rešavači — sistemi za proveru zadovoljivosti iskaznih formula

Mladen Nikolić
(uz veliku pomoć Filipa Marića)
Matematički fakultet
Univerzitet u Beogradu

Matematički institut SANU
22.05.2014.

Pregled

- 1 Uvod
- 2 DPLL procedura i CDCL sistem
- 3 Stohastički algoritmi
- 4 Potfolio sistemi
- 5 Zaključci

Pregled

- 1 Uvod
- 2 DPLL procedura i CDCL sistem
- 3 Stohastički algoritmi
- 4 Potfolio sistemi
- 5 Zaključci

Iskazne formule

- Iskazne formule su formule koje se grade nad iskaznim promenljivim pomoću veznika negacije, konjunkcije, disjunkcije i drugih
- Literal je promenljiva ili njena negacija
- Klauza je disjunkcija literala
- Normalne forme
- Formula je u konjunktivna normalnoj formi (KNF) ukoliko je konjunkcija klauza
- $(x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_2 \vee x_3)$

Valuacije (modeli)

- Valuacija je funkcija koja iskaznim promenljivim pridružuje vrednosti 0 ili 1
- Vrednost formule pri datoj valuaciji se može utvrditi na osnovu svojstava iskaznih veznika
- Valuacija zadovoljava iskaznu formulu ukoliko je vrednost iskazne formule pri datoj valuaciji 1 (*model*)
- Valuacije možemo predstavljati i pomoću listi. Npr. $[x_1, \neg x_2, x_3]$

SAT problem

- *Problem iskazne zadovoljivosti (SAT problem)* je problem ispitivanja postojanja valuacije u kojoj je data formula u KNF tačna
- Rešavanje iskazne formule
- SAT rešavači
- Potpuni i stohastički SAT rešavači

Značaj SAT problema

- U teorijskom računarstvu
- Raspoređivanje (rasporedi časova, rasporedi na aerodromima, fudbalske lige, ...)
- Dizajn elektronskih kola
- Verifikacija hardvera
- Verifikacija softvera

Dometi SAT rešavača

- DPLL (Davis-Putnam-Logemann-Loveland, 1962).
- Izvanredan napredak u toku 1990-tih i početkom 2000-tih
- Moguće je rešiti formule koje potiču iz primena sa desetinama hiljada promenljivih i milionima klauza

Dometi SAT rešavača

- Konceptualna unapređenja
- Implementaciona unapređenja
- Nove heuristike

Pregled

- 1 Uvod
- 2 DPLL procedura i CDCL sistem
- 3 Stohastički algoritmi
- 4 Potfolio sistemi
- 5 Zaključci

DPLL procedura — pregled

- Ispituje zadovoljivost iskaznih formula u KNF
- Izmena DP procedure (Davis-Putnam, 1961) u cilju smanjivanja utroška memorije
- Osnova savremenih CDCL SAT rešavača

DPLL procedura — ideja

- Pretraga za zadovoljavajućom valuacijom u okviru DPLL procedure, zasniva se na ispitivanju obe moguće istinitosne vrednosti promenljivih, tj. literala koji se javljaju u formuli
- Vrednost nekog literala l (ili njemu odgovarajuće promenljive) se „postavi na tačno” i ispita se zadovoljivost. Ako se ne dobije zadovoljivost, onda se l „postavi na netačno” i ispita se zadovoljivost.
- „Postavljanje literala na tačno” dovodi do uprošćavanja formule (dok se ne stigne do formule čija se zadovoljivost trivijalno očitava — npr. logičke konstante)

DPLL procedura — ideja

- Jedinične klauza (eng. unit clause)
- Čisti literali (eng. pure literal)
- Pojednostavljivanje formule
 - $(x_1 \vee \neg x_2 \vee \top) \wedge (\neg x_1 \vee \perp) \wedge (\perp \vee x_2 \vee x_3)$
 - $(\neg x_1) \wedge (x_2 \vee x_3)$

DPLL procedura

```
function dpll ( $F$  : CNF Formula) : (SAT, UNSAT)
begin
  if  $F$  is empty then return SAT
  else if there is an empty clause in  $F$  then return UNSAT
  else if there is a unit clause [ $l$ ] in  $F$  then return dpll( $F[l \rightarrow \top]$ )
  else if there is a pure literal  $l$  in  $F$  then return dpll( $F[l \rightarrow \top]$ )
  else begin
    select a literal  $l$  occurring in  $F$ 
    if dpll( $F[l \rightarrow \top]$ ) = SAT then return SAT
    else return dpll( $F[l \rightarrow \perp]$ )
  end
end
end
```

Modifikovana DPLL procedura

```
function dpll (M : Valuation) : (SAT, UNSAT)
begin
  if  $M \models \neg F$  then return UNSAT
  else if M is total wrt. the variables of F then return SAT
  else if there is a unit clause (i.e., there is a clause
     $l \vee l_1 \vee \dots \vee l_k$  in F s.t.  $l, \bar{l} \notin M, \bar{l}_1, \dots, \bar{l}_k \in M$ ) then
    return dpll( $M \cup \{l\}$ )
  else begin
    select a literal  $l$  s.t.  $l \in F, l, \bar{l} \notin M$ 
    if dpll( $M \cup \{l\}$ ) = SAT then return SAT
    else return dpll( $M \cup \{\bar{l}\}$ )
  end
end
end
```

Korak ka iterativnoj implementaciji

Primer

$$\mathcal{C} = \{ \{ \neg x_1, \neg x_2 \}, \{ x_2 \}, \{ \neg x_2, x_3, \neg x_4 \}, \{ \neg x_3, x_4 \}, \{ x_4, x_5 \}, \{ \neg x_3, \neg x_4, x_1 \} \}$$

pravilo

unitPropagate($c = \{ x_2 \}$)

unitPropagate($c = \{ \neg x_1, \neg x_2 \}$)

pureLiteral (x_5)

decide (x_3)

unitPropagate($c = \{ \neg x_3, x_4 \}$)

backtrack ($M \models \neg \{ \neg x_3, \neg x_4, x_1 \}$)

unitPropagate ($c = \{ \neg x_2, x_3, \neg x_4 \}$)

M

$\{ x_2 \}$

$\{ x_2, \neg x_1 \}$

$\{ x_2, \neg x_1, x_5 \}$

$\{ x_2, \neg x_1, x_5, x_3 \}$

$\{ x_2, \neg x_1, x_5, x_3, x_4 \}$

$\{ x_2, \neg x_1, x_5, \neg x_3 \}$

$\{ x_2, \neg x_1, x_5, \neg x_3, \neg x_4 \}$

Kako znati do kog literala se vraćamo?

Korak ka iterativnoj implementaciji

Primer

$$C = \{ \{ \neg x_1, \neg x_2 \}, \{ x_2 \}, \{ \neg x_2, x_3, \neg x_4 \}, \{ \neg x_3, x_4 \}, \{ x_4, x_5 \}, \{ \neg x_3, \neg x_4, x_1 \} \}$$

<i>pravilo</i>	<i>M</i>
unitPropagate($c = \{x_2\}$)	$[x_2]$
unitPropagate($c = \{\neg x_1, \neg x_2\}$)	$[x_2, \neg x_1]$
pureLiteral (x_5)	$[x_2, \neg x_1, x_5]$
decide (x_3)	$[x_2, \neg x_1, x_5, x_3]$
unitPropagate($c = \{\neg x_3, x_4\}$)	$[x_2, \neg x_1, x_5, x_3, x_4]$
backtrack ($M \models \neg \{ \neg x_3, \neg x_4, x_1 \}$)	$[x_2, \neg x_1, x_5, \neg x_3]$
unitPropagate ($c = \{\neg x_2, x_3, \neg x_4\}$)	$[x_2, \neg x_1, x_5, \neg x_3, \neg x_4]$

Kako znati do kog literala se vraćamo?

Valuacije moraju biti liste označenih literala.

Ključna pitanja za iterativnu implementaciju

- Prilikom izmene valuacije M , kako efikasno otkriti klauze iz F koje su postale netačne i/ili jedinične? Neophodno je korišćenje specijalizovanih kompleksnih struktura podataka (npr. shema dva posmatrana literala)
- Kako odabrati literal za pravilo Decide? Neophodno je koristiti pametne heuristike koje ovo kontrolišu

Apstraktni opisi procedure

- Razmatranje procedure opisane na nivou koda je obično suviše komplikovano jer sadrži dosta implementacionih detalja
- Umesto koda, moguće je opisati tekuće stanje procedure i dati pravila koja opisuju kako se može preći iz stanja u stanje
- Ne postoji jedna moderna DPLL procedura, ali postoji skup pravila koji je zajednički za veliki broj SAT rešavača

Iterativna implementacija — sistem stanja

DPLL pretraga

Stanje rešavača

- M - označena valuacija

Decide:

$$\frac{I \in F \quad I, \bar{I} \notin M}{M := M \mid I}$$

UnitPropagate:

$$\frac{I \vee I_1 \vee \dots \vee I_k \in F \quad \bar{I}_1, \dots, \bar{I}_k \in M \quad I, \bar{I} \notin M}{M := M \mid I}$$

Backtrack:

$$\frac{M \models \neg F \quad M = M' \mid I M'' \quad \text{decisions } M'' = []}{M := M' \bar{I}}$$

Primer

$$F_0 = [[-1, +2], [-3, +4], [-1, -3, +5], [-2, -4, -5], [-2, +3, +5, -6], [-1, +3, -5, -6], [+1, -6], [+1, +7]].$$

Primenjeno pravilo	satFlag	M
	UNDEF	[]
Decide ($l = +6$)	UNDEF	[+6]
UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)	UNDEF	[+6, +1]
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	UNDEF	[+6, +1, +2]
Decide ($l = +7$)	UNDEF	[+6, +1, +2, +7]
Decide ($l = +3$)	UNDEF	[+6, +1, +2, +7, +3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	UNDEF	[+6, +1, +2, +7, +3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	UNDEF	[+6, +1, +2, +7, +3, +4, +5]
Backtrack ($M \models [-2, -4, -5]$)	UNDEF	[+6, +1, +2, +7, -3]
UnitProp ($c = [-2, +3, +5, -6], l = +5$)	UNDEF	[+6, +1, +2, +7, -3, +5]
Backtrack ($M \models [-1, +3, -5, -6]$)	UNDEF	[+6, +1, +2, -7]
Decide ($l = +3$)	UNDEF	[+6, +1, +2, -7, +3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	UNDEF	[+6, +1, +2, -7, +3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	UNDEF	[+6, +1, +2, -7, +3, +4, +5]
Backtrack ($M \models [-2, -4, -5]$)	UNDEF	[+6, +1, +2, -7, -3]
UnitProp ($c = [-2, +3, +5, -6], l = +5$)	UNDEF	[+6, +1, +2, -7, -3, +5]
Backtrack ($M \models [-1, +3, -5, -6]$)	UNDEF	[-6]

Primer

$$F_0 = [[-1, +2], [-3, +4], [-1, -3, +5], [-2, -4, -5], [-2, +3, +5, -6], [-1, +3, -5, -6], [+1, -6], [+1, +7]].$$

Primenjeno pravilo	satFlag	M
	UNDEF	[]
Decide ($l = +6$)	UNDEF	[+6]
UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)	UNDEF	[+6, +1]
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	UNDEF	[+6, +1, +2]
Decide ($l = +7$)	UNDEF	[+6, +1, +2, +7]
Decide ($l = +3$)	UNDEF	[+6, +1, +2, +7, +3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	UNDEF	[+6, +1, +2, +7, +3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	UNDEF	[+6, +1, +2, +7, +3, +4, +5]
Backtrack ($M \models [-2, -4, -5]$)	UNDEF	[+6, +1, +2, +7, -3]
UnitProp ($c = [-2, +3, +5, -6], l = +5$)	UNDEF	[+6, +1, +2, +7, -3, +5]
Backtrack ($M \models [-1, +3, -5, -6]$)	UNDEF	[+6, +1, +2, -7]
Decide ($l = +3$)	UNDEF	[+6, +1, +2, -7, +3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	UNDEF	[+6, +1, +2, -7, +3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	UNDEF	[+6, +1, +2, -7, +3, +4, +5]
Backtrack ($M \models [-2, -4, -5]$)	UNDEF	[+6, +1, +2, -7, -3]
UnitProp ($c = [-2, +3, +5, -6], l = +5$)	UNDEF	[+6, +1, +2, -7, -3, +5]
Backtrack ($M \models [-1, +3, -5, -6]$)	UNDEF	[-6]

Analiza konflikta

- Nisu sve odluke relevantne za konflikt
- Zbog toga njihove alternative ponovo vode do istih konflikata
- Rešenje: *analizom konflikta* ustanoviti koje su odluke bile relevantne za konflikt i *povratnim skokom* se vratiti dublje u pretragu

Primer

<i>Primenjeno pravilo</i>	<i>satFlag</i>	<i>M</i>
...		
Backtrack ($M \models \neg [-1, 3, -5, -6]$)	<i>UNDEF</i>	$[-6]$
Decide ($l = 1$)	<i>UNDEF</i>	$[-6, 1]$
UnitProp ($c = [-1, 2], l = 2$)	<i>UNDEF</i>	$[-6, 1, 2]$
Decide ($l = 7$)	<i>UNDEF</i>	$[-6, 1, 2, 7]$
Decide ($l = 3$)	<i>UNDEF</i>	$[-6, 1, 2, 7, 3]$
UnitProp ($c = [-3, 4], l = 4$)	<i>UNDEF</i>	$[-6, 1, 2, 7, 3, 4]$
UnitProp ($c = [-1, -3, 5], l = 5$)	<i>UNDEF</i>	$[-6, 1, 2, 7, 3, 4, 5]$
Backtrack ($M \models \neg [-2, -4, -5]$)	<i>UNDEF</i>	$[-6, 1, 2, 7, -3]$
Decide ($l = 4$)	<i>UNDEF</i>	$[-6, 1, 2, 7, -3, 4]$
UnitProp ($c = [-2, -4, -5], l = -5$)	<i>UNDEF</i>	$[-6, 1, 2, 7, -3, 4, -5]$
$M \not\models \neg F_0, (\text{vars } M) = (\text{vars } F_0)$	<i>SAT</i>	$[-6, 1, 2, 7, -3, 4, -5]$

Primer

Primenjeno pravilo	<i>satFlag</i>	<i>M</i>
...		
Backtrack ($M \models \neg [-1, 3, -5, -6]$)	UNDEF	$[-6]$
Decide ($l = 1$)	UNDEF	$[-6, 1]$
UnitProp ($c = [-1, 2], l = 2$)	UNDEF	$[-6, 1, 2]$
Decide ($l = 7$)	UNDEF	$[-6, 1, 2, 7]$
Decide ($l = 3$)	UNDEF	$[-6, 1, 2, 7, 3]$
UnitProp ($c = [-3, 4], l = 4$)	UNDEF	$[-6, 1, 2, 7, 3, 4]$
UnitProp ($c = [-1, -3, 5], l = 5$)	UNDEF	$[-6, 1, 2, 7, 3, 4, 5]$
Backtrack ($M \models \neg [-2, -4, -5]$)	UNDEF	$[-6, 1, 2, 7, -3]$
Decide ($l = 4$)	UNDEF	$[-6, 1, 2, 7, -3, 4]$
UnitProp ($c = [-2, -4, -5], l = -5$)	UNDEF	$[-6, 1, 2, 7, -3, 4, -5]$
$M \not\models F_0, (\text{vars } M) = (\text{vars } F_0)$	SAT	$[-6, 1, 2, 7, -3, 4, -5]$

Problemi - nastavak

- Ista vrsta redundantnosti može da se javi i u nekom kasnijem kontekstu (npr. sa literalom -6 umesto literala 6).
- Rešenje: učenje klauza iz ranijih konflikata (eng. clause learning)

Analiza konflikata

Primer

<i>Primenjeno pravilo</i>	<i>satFlag</i>	<i>M</i>
	<i>UNDEF</i>	[]
Decide ($l = +6$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6]
UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1]
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2]
Decide ($l = +7$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7]
Decide ($l = +3$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]
Conflict ($M \models [-2, -4, -5]$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]

Zašto je došlo do konflikta?

Analiza konflikata

Primer

Primenjeno pravilo	<i>satFlag</i>	<i>M</i>
	<i>UNDEF</i>	[]
Decide ($l = +6$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6]
UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1]
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2]
Decide ($l = +7$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7]
Decide ($l = +3$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]
Conflict ($M \models [-2, -4, -5]$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]

Zašto je došlo do konflikta?

Zbog literala +2, +4 i +5.

Analiza konflikata

Primer

Primenjeno pravilo	<i>satFlag</i>	<i>M</i>
	<i>UNDEF</i>	[]
Decide ($l = +6$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6]
UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1]
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2]
Decide ($l = +7$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7]
Decide ($l = +3$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]
Conflict ($M \models [-2, -4, -5]$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]

{+2, +4, +5}

Zašto je došlo do konflikta?

Zbog literala +2, +4 i +5.

Analiza konflikata

Primer

Primenjeno pravilo	<i>satFlag</i>	<i>M</i>
	<i>UNDEF</i>	[]
Decide ($l = +6$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6]
UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1]
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2]
Decide ($l = +7$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7]
Decide ($l = +3$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]
Conflict ($M \models \neg [-2, -4, -5]$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]

{+2, +4, +5}

Zašto je došlo do konflikta?

Zbog literala +2, +4 i +5.

A zbog čega je prisutan literal +5?

Analiza konflikata

Primer

Primenjeno pravilo	<i>satFlag</i>	<i>M</i>
	<i>UNDEF</i>	[]
Decide ($l = +6$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6]
UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1]
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2]
Decide ($l = +7$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7]
Decide ($l = +3$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]
Conflict ($M \models \neg [-2, -4, -5]$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]

{+2, +4, +5}

Zašto je došlo do konflikta?

Zbog literala +2, +4 i +5.

A zbog čega je prisutan literal +5?

Zbog literala +1 i +3.

Analiza konflikata

Primer

Primenjeno pravilo	<i>satFlag</i>	<i>M</i>
	<i>UNDEF</i>	[]
Decide ($l = +6$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6]
UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1]
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2]
Decide ($l = +7$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7]
Decide ($l = +3$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]
Conflict ($M \models \neg [-2, -4, -5]$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]

{+1, +2, +3, +4}

Zašto je došlo do konflikta?

Zbog literala +2, +4 i +5.

A zbog čega je prisutan literal +5?

Zbog literala +1 i +3.

Analiza konflikata

Primer

Primenjeno pravilo	<i>satFlag</i>	<i>M</i>
	UNDEF	[]
Decide ($l = +6$)	UNDEF	[+ 6]
UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)	UNDEF	[+ 6, +1]
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2]
Decide ($l = +7$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7]
Decide ($l = +3$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]
Conflict ($M \models \neg[-2, -4, -5]$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]

{+1, +2, +3, +4}

Zašto je došlo do konflikta?

Zbog literala +2, +4 i +5.

A zbog čega je prisutan literal +5?

Zbog literala +1 i +3.

A zbog čega je prisutan literal +4?

Analiza konflikata

Primer

Primenjeno pravilo	<i>satFlag</i>	<i>M</i>
	UNDEF	[]
Decide ($l = +6$)	UNDEF	[+ 6]
UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)	UNDEF	[+ 6, +1]
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2]
Decide ($l = +7$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7]
Decide ($l = +3$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]
Conflict ($M \models \neg[-2, -4, -5]$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]

{+1, +2, +3, +4}

Zašto je došlo do konflikta?

A zbog čega je prisutan literal +5?

A zbog čega je prisutan literal +4?

Zbog literala +2, +4 i +5.

Zbog literala +1 i +3.

Zbog literala +3.

Analiza konflikata

Primer

Primenjeno pravilo	<i>satFlag</i>	<i>M</i>
	<i>UNDEF</i>	[]
Decide ($l = +6$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6]
UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1]
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2]
Decide ($l = +7$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7]
Decide ($l = +3$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]
Conflict ($M \models \neg [-2, -4, -5]$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]

$\{+1, +2, +3\}$

Zašto je došlo do konflikta?

Zbog literala +2, +4 i +5.

A zbog čega je prisutan literal +5?

Zbog literala +1 i +3.

A zbog čega je prisutan literal +4?

Zbog literala +3.

Analiza konflikata

Primer

Primenjeno pravilo	<i>satFlag</i>	<i>M</i>
	<i>UNDEF</i>	[]
Decide ($l = +6$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6]
UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1]
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2]
Decide ($l = +7$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7]
Decide ($l = +3$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]
Conflict ($M \models [-2, -4, -5]$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]

$\{+1, +2, +3\}$

Zašto je došlo do konflikta?

Zbog literala +2, +4 i +5.

A zbog čega je prisutan literal +5?

Zbog literala +1 i +3.

A zbog čega je prisutan literal +4?

Zbog literala +3.

Dakle, uz literal +1 i +2, ne ide literal +3.

Analiza konflikata

Primer

Primenjeno pravilo	<i>satFlag</i>	<i>M</i>
	UNDEF	[]
Decide ($l = +6$)	UNDEF	[+ 6]
UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)	UNDEF	[+ 6, +1]
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2]
Decide ($l = +7$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7]
Decide ($l = +3$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]
Conflict ($M \models [-2, -4, -5]$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]
Backjump ($C = [-1, -2, -3]$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, - 3]

$\{+1, +2, +3\}$

Zašto je došlo do konflikta?

Zbog literala +2, +4 i +5.

A zbog čega je prisutan literal +5?

Zbog literala +1 i +3.

A zbog čega je prisutan literal +4?

Zbog literala +3.

Dakle, uz literalne +1 i +2, ne ide literal +3.

Analiza konflikata kao rezolucija

Stablo rezolucije

$$\begin{array}{r}
 [-2, -4, -5] \quad [-1, -3, 5] \\
 \hline
 [-1, -2, -3, -4] \quad [-3, 4] \\
 \hline
 [-1, -2, -3]
 \end{array}$$

Dobijena **klauza povratnog skoka** je semantička posledica polaznog skupa klausa

Analiza konflikata kao rezolucija

Stablo rezolucije

$$\begin{array}{r}
 [-2, -4, -5] \quad [-1, -3, 5] \\
 \hline
 [-1, -2, -3, -4] \quad [-3, 4] \\
 \hline
 [-1, -2, -3]
 \end{array}$$

Dobijena **klauza povratnog skoka** je semantička posledica polaznog skupa klausa

Analiza konflikata kao rezolucija

Stablo rezolucije

$$\begin{array}{r}
 [-2, -4, -5] \quad [-1, -3, 5] \\
 \hline
 [-1, -2, -3, -4] \quad [-3, 4] \\
 \hline
 [-1, -2, -3]
 \end{array}$$

Dobijena **klauza povratnog skoka** je semantička posledica polaznog skupa klauza

Analiza konflikata kao rezolucija

Stablo rezolucije

$$\begin{array}{r}
 [-2, -4, -5] \quad [-1, -3, 5] \\
 \hline
 [-1, -2, -3, -4] \quad [-3, 4] \\
 \hline
 [-1, -2, -3]
 \end{array}$$

Dobijena **klauza povratnog skoka** je semantička posledica polaznog skupa klauza

Analiza konflikata kao rezolucija

Stablo rezolucije

$$\begin{array}{r}
 [-2, -4, -5] \quad [-1, -3, 5] \\
 \hline
 [-1, -2, -3, -4] \quad [-3, 4] \\
 \hline
 [-1, -2, -3]
 \end{array}$$

Dobijena **klauza povratnog skoka** je semantička posledica polaznog skupa kluza

CDCL sistem za SAT

Decide:

$$\frac{I \in F \quad I, \bar{I} \notin M}{M := M \mid I}$$

UnitPropagate:

$$\frac{I \vee I_1 \vee \dots \vee I_k \in F \quad \bar{I}_1, \dots, \bar{I}_k \in M \quad I, \bar{I} \notin M}{M := M \mid I}$$

Conflict:

$$\frac{I_1 \vee \dots \vee I_k \in F \quad \bar{I}_1, \dots, \bar{I}_k \in M}{C := I_1 \vee \dots \vee I_k}$$

Explain:

$$\frac{\bar{I} \in C \quad I \vee I_1 \vee \dots \vee I_k \in F \quad \bar{I}_1, \dots, \bar{I}_k \prec^M I}{C := (C \setminus \bar{I}) \vee I_1 \vee \dots \vee I_k}$$

Learn:

$$\frac{F \models C}{F := F \wedge C}$$

Backjump:

$$\frac{C = I \vee I_1 \vee \dots \vee I_k \quad C \in F \quad \text{level } \bar{I} > m \geq \text{level } \bar{I}_i}{M := M^m \mid I}$$

Dva pogleda na CDCL sistem za SAT

- Sistem za pretragu navođenu iskustvom
- Sistem za navođenje rezolucije

Primer

$F_0 = [[-1, +2], [-3, +4], [-1, -3, +5], [-2, -4, -5], [-2, +3, +5, -6], [-1, +3, -5, -6], [+1, -6], [+1, +7]]$.

<i>Primenjeno pravilo</i>	<i>satFlag</i>	<i>M/C</i>
	<i>UNDEF</i>	[]
Decide ($l = +6$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6]
UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1]
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2]
Decide ($l = +7$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7]
Decide ($l = +3$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	<i>UNDEF</i>	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]

Primer

$F_0 = [[-1, +2], [-3, +4], [-1, -3, +5], [-2, -4, -5], [-2, +3, +5, -6], [-1, +3, -5, -6], [+1, -6], [+1, +7]]$.

Primenjeno pravilo	satFlag	M/C
	UNDEF	[]
Decide ($l = +6$)	UNDEF	[+ 6]
UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)	UNDEF	[+ 6, +1]
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2]
Decide ($l = +7$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7]
Decide ($l = +3$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]
Conflict ($M \models [-2, -4, -5]$)	UNDEF	$[-2, -4, -5]$

Primer

$F_0 = [[-1, +2], [-3, +4], [-1, -3, +5], [-2, -4, -5], [-2, +3, +5, -6], [-1, +3, -5, -6], [+1, -6], [+1, +7]]$.

<i>Primenjeno pravilo</i>	<i>satFlag</i>	<i>M/C</i>
	<i>UNDEF</i>	$[\]$
Decide ($l = +6$)	<i>UNDEF</i>	$[+ 6]$
UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)	<i>UNDEF</i>	$[+ 6, +1]$
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	<i>UNDEF</i>	$[+ 6, +1, +2]$
Decide ($l = +7$)	<i>UNDEF</i>	$[+ 6, +1, +2, + 7]$
Decide ($l = +3$)	<i>UNDEF</i>	$[+ 6, +1, +2, + 7, + 3]$
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	<i>UNDEF</i>	$[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4]$
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	<i>UNDEF</i>	$[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]$
Conflict ($M \models [-2, -4, -5]$)	<i>UNDEF</i>	$[-2, -4, -5]$
Explain ($l = +5, c = [-1, -3, +5]$)	<i>UNDEF</i>	$[-1, -2, -3, -4]$

Primer

$F_0 = [[-1, +2], [-3, +4], [-1, -3, +5], [-2, -4, -5], [-2, +3, +5, -6], [-1, +3, -5, -6], [+1, -6], [+1, +7]]$.

Primenjeno pravilo

satFlag

M/C

Decide ($l = +6$)

UNDEF

[]

UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)

UNDEF

[| + 6]

UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)

UNDEF

[| + 6, +1]

Decide ($l = +7$)

UNDEF

[| + 6, +1, +2]

Decide ($l = +3$)

UNDEF

[| + 6, +1, +2, | + 7]

UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)

UNDEF

[| + 6, +1, +2, | + 7, | + 3]

UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)

UNDEF

[| + 6, +1, +2, | + 7, | + 3, +4]

Conflict ($M \models \neg [-2, -4, -5]$)

UNDEF

[| + 6, +1, +2, | + 7, | + 3, +4, +5]

Explain ($l = +5, c = [-1, -3, +5]$)

UNDEF

$[-2, -4, -5]$

Explain ($l = 4, c = [-3, +4]$)

UNDEF

$[-1, -2, -3, -4]$

UNDEF

$[-1, -2, -3]$

Primer

$F_0 = [[-1, +2], [-3, +4], [-1, -3, +5], [-2, -4, -5], [-2, +3, +5, -6], [-1, +3, -5, -6], [+1, -6], [+1, +7], [-1, -2, -3]]$.

Primenjeno pravilo	satFlag	M/C
	UNDEF	[]
Decide ($l = +6$)	UNDEF	[+ 6]
UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)	UNDEF	[+ 6, +1]
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2]
Decide ($l = +7$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7]
Decide ($l = +3$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]
Conflict ($M \models [-2, -4, -5]$)	UNDEF	[-2, -4, -5]
Explain ($l = +5, c = [-1, -3, +5]$)	UNDEF	[-1, -2, -3, -4]
Explain ($l = 4, c = [-3, +4]$)	UNDEF	[-1, -2, -3]
Learn ($C = [-1, -2, -3]$)	UNDEF	[-1, -2, -3]

Primer

$F_0 = [[-1, +2], [-3, +4], [-1, -3, +5], [-2, -4, -5], [-2, +3, +5, -6], [-1, +3, -5, -6], [+1, -6], [+1, +7], [-1, -2, -3]]$.

Primenjeno pravilo	satFlag	M/C
	UNDEF	[]
Decide ($l = +6$)	UNDEF	[+ 6]
UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)	UNDEF	[+ 6, +1]
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2]
Decide ($l = +7$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7]
Decide ($l = +3$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]
Conflict ($M \models \neg [-2, -4, -5]$)	UNDEF	[-2, -4, -5]
Explain ($l = +5, c = [-1, -3, +5]$)	UNDEF	[-1, -2, -3, -4]
Explain ($l = 4, c = [-3, +4]$)	UNDEF	[-1, -2, -3]
Learn ($C = [-1, -2, -3]$)	UNDEF	[-1, -2, -3]
Backjump ($C = [-1, -2, -3]$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, -3]

Primer

$F_0 = [[-1, +2], [-3, +4], [-1, -3, +5], [-2, -4, -5], [-2, +3, +5, -6], [-1, +3, -5, -6], [+1, -6], [+1, +7], [-1, -2, -3]]$.

Primenjeno pravilo	satFlag	M/C
	UNDEF	[]
Decide ($l = +6$)	UNDEF	[+ 6]
UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)	UNDEF	[+ 6, +1]
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2]
Decide ($l = +7$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7]
Decide ($l = +3$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]
Conflict ($M \models [-2, -4, -5]$)	UNDEF	[-2, -4, -5]
Explain ($l = +5, c = [-1, -3, +5]$)	UNDEF	[-1, -2, -3, -4]
Explain ($l = 4, c = [-3, +4]$)	UNDEF	[-1, -2, -3]
Learn ($C = [-1, -2, -3]$)	UNDEF	[-1, -2, -3]
Backjump ($C = [-1, -2, -3]$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, -3]
UnitProp ($c = [-2, +3, +5, -6], l = +5$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, -3, +5]

Primer

$F_0 = [[-1, +2], [-3, +4], [-1, -3, +5], [-2, -4, -5], [-2, +3, +5, -6], [-1, +3, -5, -6], [+1, -6], [+1, +7], [-1, -2, -3]]$.

Primenjeno pravilo	satFlag	M/C
	UNDEF	[]
Decide ($l = +6$)	UNDEF	[+ 6]
UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)	UNDEF	[+ 6, +1]
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2]
Decide ($l = +7$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7]
Decide ($l = +3$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]
Conflict ($M \models \neg [-2, -4, -5]$)	UNDEF	[-2, -4, -5]
Explain ($l = +5, c = [-1, -3, +5]$)	UNDEF	[-1, -2, -3, -4]
Explain ($l = 4, c = [-3, +4]$)	UNDEF	[-1, -2, -3]
Learn ($C = [-1, -2, -3]$)	UNDEF	[-1, -2, -3]
Backjump ($C = [-1, -2, -3]$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, -3]
UnitProp ($c = [-2, +3, +5, -6], l = +5$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, -3, +5]
Conflict ($M \models \neg [-1, +3, -5, -6]$)	UNDEF	[-1, +3, -5, -6]

Primer

$F_0 = [[-1, +2], [-3, +4], [-1, -3, +5], [-2, -4, -5], [-2, +3, +5, -6], [-1, +3, -5, -6], [+1, -6], [+1, +7], [-1, -2, -3]]$.

<i>Primenjeno pravilo</i>	<i>satFlag</i>	<i>M/C</i>
	UNDEF	[]
Decide ($l = +6$)	UNDEF	[+ 6]
UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)	UNDEF	[+ 6, +1]
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2]
Decide ($l = +7$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7]
Decide ($l = +3$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]
Conflict ($M \models \neg [-2, -4, -5]$)	UNDEF	[-2, -4, -5]
Explain ($l = +5, c = [-1, -3, +5]$)	UNDEF	[-1, -2, -3, -4]
Explain ($l = 4, c = [-3, +4]$)	UNDEF	[-1, -2, -3]
Learn ($C = [-1, -2, -3]$)	UNDEF	[-1, -2, -3]
Backjump ($C = [-1, -2, -3]$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, -3]
UnitProp ($c = [-2, +3, +5, -6], l = +5$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, -3, +5]
Conflict ($M \models \neg [-1, +3, -5, -6]$)	UNDEF	[-1, +3, -5, -6]
Explain ($l = +5, c = [-2, +3, +5, -6]$)	UNDEF	[-1, -2, +3, -6]

Primer

$F_0 = [[-1, +2], [-3, +4], [-1, -3, +5], [-2, -4, -5], [-2, +3, +5, -6], [-1, +3, -5, -6], [+1, -6], [+1, +7], [-1, -2, -3]]$.

<i>Primenjeno pravilo</i>	<i>satFlag</i>	<i>M/C</i>
	UNDEF	[]
Decide ($l = +6$)	UNDEF	[+ 6]
UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)	UNDEF	[+ 6, +1]
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2]
Decide ($l = +7$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7]
Decide ($l = +3$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]
Conflict ($M \models \neg [-2, -4, -5]$)	UNDEF	[-2, -4, -5]
Explain ($l = +5, c = [-1, -3, +5]$)	UNDEF	[-1, -2, -3, -4]
Explain ($l = 4, c = [-3, +4]$)	UNDEF	[-1, -2, -3]
Learn ($C = [-1, -2, -3]$)	UNDEF	[-1, -2, -3]
Backjump ($C = [-1, -2, -3]$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, -3]
UnitProp ($c = [-2, +3, +5, -6], l = +5$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, -3, +5]
Conflict ($M \models \neg [-1, +3, -5, -6]$)	UNDEF	[-1, +3, -5, -6]
Explain ($l = +5, c = [-2, +3, +5, -6]$)	UNDEF	[-1, -2, +3, -6]
Explain ($l = -3, c = [-1, -2, -3]$)	UNDEF	[-1, -2, -6]

Primer

$F_0 = [[-1, +2], [-3, +4], [-1, -3, +5], [-2, -4, -5], [-2, +3, +5, -6], [-1, +3, -5, -6], [+1, -6], [+1, +7], [-1, -2, -3]]$.

<i>Primenjeno pravilo</i>	<i>satFlag</i>	<i>M/C</i>
	UNDEF	[]
Decide ($l = +6$)	UNDEF	[+ 6]
UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)	UNDEF	[+ 6, +1]
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2]
Decide ($l = +7$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7]
Decide ($l = +3$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]
Conflict ($M \models \neg [-2, -4, -5]$)	UNDEF	[-2, -4, -5]
Explain ($l = +5, c = [-1, -3, +5]$)	UNDEF	[-1, -2, -3, -4]
Explain ($l = 4, c = [-3, +4]$)	UNDEF	[-1, -2, -3]
Learn ($C = [-1, -2, -3]$)	UNDEF	[-1, -2, -3]
Backjump ($C = [-1, -2, -3]$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, -3]
UnitProp ($c = [-2, +3, +5, -6], l = +5$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, -3, +5]
Conflict ($M \models \neg [-1, +3, -5, -6]$)	UNDEF	[-1, +3, -5, -6]
Explain ($l = +5, c = [-2, +3, +5, -6]$)	UNDEF	[-1, -2, +3, -6]
Explain ($l = -3, c = [-1, -2, -3]$)	UNDEF	[-1, -2, -6]
Explain ($l = +2, c = [-1, +2]$)	UNDEF	[-1, -6]

Primer

$F_0 = [[-1, +2], [-3, +4], [-1, -3, +5], [-2, -4, -5], [-2, +3, +5, -6], [-1, +3, -5, -6], [+1, -6], [+1, +7], [-1, -2, -3]]$.

Primenjeno pravilo	satFlag	M/C
	UNDEF	[]
Decide ($l = +6$)	UNDEF	[+ 6]
UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)	UNDEF	[+ 6, +1]
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2]
Decide ($l = +7$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7]
Decide ($l = +3$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]
Conflict ($M \models \neg [-2, -4, -5]$)	UNDEF	[-2, -4, -5]
Explain ($l = +5, c = [-1, -3, +5]$)	UNDEF	[-1, -2, -3, -4]
Explain ($l = 4, c = [-3, +4]$)	UNDEF	[-1, -2, -3]
Learn ($C = [-1, -2, -3]$)	UNDEF	[-1, -2, -3]
Backjump ($C = [-1, -2, -3]$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, -3]
UnitProp ($c = [-2, +3, +5, -6], l = +5$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, -3, +5]
Conflict ($M \models \neg [-1, +3, -5, -6]$)	UNDEF	[-1, +3, -5, -6]
Explain ($l = +5, c = [-2, +3, +5, -6]$)	UNDEF	[-1, -2, +3, -6]
Explain ($l = -3, c = [-1, -2, -3]$)	UNDEF	[-1, -2, -6]
Explain ($l = +2, c = [-1, +2]$)	UNDEF	[-1, -6]
Explain ($l = +1, c = [+1, -6]$)	UNDEF	[-6]

Primer

$F_0 = [[-1, +2], [-3, +4], [-1, -3, +5], [-2, -4, -5], [-2, +3, +5, -6], [-1, +3, -5, -6], [+1, -6], [+1, +7], [-1, -2, -3], [-6]]$.

Primenjeno pravilo	satFlag	M/C
	UNDEF	[]
Decide ($l = +6$)	UNDEF	[+ 6]
UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)	UNDEF	[+ 6, +1]
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2]
Decide ($l = +7$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7]
Decide ($l = +3$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]
Conflict ($M \models \neg [-2, -4, -5]$)	UNDEF	[-2, -4, -5]
Explain ($l = +5, c = [-1, -3, +5]$)	UNDEF	[-1, -2, -3, -4]
Explain ($l = 4, c = [-3, +4]$)	UNDEF	[-1, -2, -3]
Learn ($C = [-1, -2, -3]$)	UNDEF	[-1, -2, -3]
Backjump ($C = [-1, -2, -3]$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, -3]
UnitProp ($c = [-2, +3, +5, -6], l = +5$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, -3, +5]
Conflict ($M \models \neg [-1, +3, -5, -6]$)	UNDEF	[-1, +3, -5, -6]
Explain ($l = +5, c = [-2, +3, +5, -6]$)	UNDEF	[-1, -2, +3, -6]
Explain ($l = -3, c = [-1, -2, -3]$)	UNDEF	[-1, -2, -6]
Explain ($l = +2, c = [-1, +2]$)	UNDEF	[-1, -6]
Explain ($l = +1, c = [+1, -6]$)	UNDEF	[-6]
Learn ($C = [-6]$)	UNDEF	[-6]

Primer

$F_0 = [[-1, +2], [-3, +4], [-1, -3, +5], [-2, -4, -5], [-2, +3, +5, -6], [-1, +3, -5, -6], [+1, -6], [+1, +7], [-1, -2, -3], [-6]]$.

Primenjeno pravilo	satFlag	M/C
	UNDEF	[]
Decide ($l = +6$)	UNDEF	[+ 6]
UnitProp ($c = [+1, -6], l = +1$)	UNDEF	[+ 6, +1]
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2]
Decide ($l = +7$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7]
Decide ($l = +3$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3]
UnitProp ($c = [-3, +4], l = +4$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4]
UnitProp ($c = [-1, -3, +5], l = +5$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, + 7, + 3, +4, +5]
Conflict ($M \models \neg [-2, -4, -5]$)	UNDEF	[-2, -4, -5]
Explain ($l = +5, c = [-1, -3, +5]$)	UNDEF	[-1, -2, -3, -4]
Explain ($l = 4, c = [-3, +4]$)	UNDEF	[-1, -2, -3]
Learn ($C = [-1, -2, -3]$)	UNDEF	[-1, -2, -3]
Backjump ($C = [-1, -2, -3]$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, -3]
UnitProp ($c = [-2, +3, +5, -6], l = +5$)	UNDEF	[+ 6, +1, +2, -3, +5]
Conflict ($M \models \neg [-1, +3, -5, -6]$)	UNDEF	[-1, +3, -5, -6]
Explain ($l = +5, c = [-2, +3, +5, -6]$)	UNDEF	[-1, -2, +3, -6]
Explain ($l = -3, c = [-1, -2, -3]$)	UNDEF	[-1, -2, -6]
Explain ($l = +2, c = [-1, +2]$)	UNDEF	[-1, -6]
Explain ($l = +1, c = [+1, -6]$)	UNDEF	[-6]
Learn ($C = [-6]$)	UNDEF	[-6]
Backjump ($C = [-6]$)	UNDEF	[-6]

Primer

$F_0 = [[-1, +2], [-3, +4], [-1, -3, +5], [-2, -4, -5], [-2, +3, +5, -6], [-1, +3, -5, -6], [+1, -6], [+1, +7], [-1, -2, -3], [-6]]$.

<i>Primenjeno pravilo</i>	<i>satFlag</i>	<i>M/C</i>
Backjump ($C = [-6]$)	<i>UNDEF</i>	$[-6]$

Primer

$F_0 = [[-1, +2], [-3, +4], [-1, -3, +5], [-2, -4, -5], [-2, +3, +5, -6], [-1, +3, -5, -6], [+1, -6], [+1, +7], [-1, -2, -3], [-6]]$.

<i>Primenjeno pravilo</i>	<i>satFlag</i>	<i>M/C</i>
Backjump ($C = [-6]$)	UNDEF	$[-6]$
Decide ($I = +1$)	UNDEF	$[-6, +1]$

Primer

$F_0 = [[-1, +2], [-3, +4], [-1, -3, +5], [-2, -4, -5], [-2, +3, +5, -6], [-1, +3, -5, -6], [+1, -6], [+1, +7], [-1, -2, -3], [-6]]$.

<i>Primenjeno pravilo</i>	<i>satFlag</i>	<i>M/C</i>
Backjump ($C = [-6]$)	UNDEF	$[-6]$
Decide ($l = +1$)	UNDEF	$[-6, +1]$
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	UNDEF	$[-6, +1, +2]$

Primer

$F_0 = [[-1, +2], [-3, +4], [-1, -3, +5], [-2, -4, -5], [-2, +3, +5, -6], [-1, +3, -5, -6], [+1, -6], [+1, +7], [-1, -2, -3], [-6]]$.

<i>Primenjeno pravilo</i>	<i>satFlag</i>	<i>M/C</i>
Backjump ($C = [-6]$)	UNDEF	$[-6]$
Decide ($l = +1$)	UNDEF	$[-6, +1]$
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	UNDEF	$[-6, +1, +2]$
UnitProp ($c = [-1, -2, -3], l = -3$)	UNDEF	$[-6, +1, +2, -3]$

Primer

$F_0 = [[-1, +2], [-3, +4], [-1, -3, +5], [-2, -4, -5], [-2, +3, +5, -6], [-1, +3, -5, -6], [+1, -6], [+1, +7], [-1, -2, -3], [-6]]$.

<i>Primenjeno pravilo</i>	<i>satFlag</i>	<i>M/C</i>
Backjump ($C = [-6]$)	UNDEF	$[-6]$
Decide ($l = +1$)	UNDEF	$[-6, +1]$
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	UNDEF	$[-6, +1, +2]$
UnitProp ($c = [-1, -2, -3], l = -3$)	UNDEF	$[-6, +1, +2, -3]$
Decide ($l = +4$)	UNDEF	$[-6, +1, +2, -3, 4]$

Primer

$F_0 = [[-1, +2], [-3, +4], [-1, -3, +5], [-2, -4, -5], [-2, +3, +5, -6], [-1, +3, -5, -6], [+1, -6], [+1, +7], [-1, -2, -3], [-6]]$.

<i>Primenjeno pravilo</i>	<i>satFlag</i>	<i>M/C</i>
Backjump ($C = [-6]$)	UNDEF	$[-6]$
Decide ($l = +1$)	UNDEF	$[-6, +1]$
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	UNDEF	$[-6, +1, +2]$
UnitProp ($c = [-1, -2, -3], l = -3$)	UNDEF	$[-6, +1, +2, -3]$
Decide ($l = +4$)	UNDEF	$[-6, +1, +2, -3, 4]$
UnitProp ($c = [-2, -4, -5], l = -5$)	UNDEF	$[-6, +1, +2, -3, 4, -5]$

Primer

$F_0 = [[-1, +2], [-3, +4], [-1, -3, +5], [-2, -4, -5], [-2, +3, +5, -6], [-1, +3, -5, -6], [+1, -6], [+1, +7], [-1, -2, -3], [-6]]$.

<i>Primenjeno pravilo</i>	<i>satFlag</i>	<i>M/C</i>
Backjump ($C = [-6]$)	UNDEF	$[-6]$
Decide ($l = +1$)	UNDEF	$[-6, +1]$
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	UNDEF	$[-6, +1, +2]$
UnitProp ($c = [-1, -2, -3], l = -3$)	UNDEF	$[-6, +1, +2, -3]$
Decide ($l = +4$)	UNDEF	$[-6, +1, +2, -3, 4]$
UnitProp ($c = [-2, -4, -5], l = -5$)	UNDEF	$[-6, +1, +2, -3, 4, -5]$
Decide ($l = +7$)	UNDEF	$[-6, +1, +2, -3, 4, -5, +7]$

Primer

$F_0 = [[-1, +2], [-3, +4], [-1, -3, +5], [-2, -4, -5], [-2, +3, +5, -6], [-1, +3, -5, -6], [+1, -6], [+1, +7], [-1, -2, -3], [-6]]$.

<i>Primenjeno pravilo</i>	<i>satFlag</i>	<i>M/C</i>
Backjump ($C = [-6]$)	UNDEF	$[-6]$
Decide ($l = +1$)	UNDEF	$[-6, +1]$
UnitProp ($c = [-1, +2], l = +2$)	UNDEF	$[-6, +1, +2]$
UnitProp ($c = [-1, -2, -3], l = -3$)	UNDEF	$[-6, +1, +2, -3]$
Decide ($l = +4$)	UNDEF	$[-6, +1, +2, -3, 4]$
UnitProp ($c = [-2, -4, -5], l = -5$)	UNDEF	$[-6, +1, +2, -3, 4, -5]$
Decide ($l = +7$)	UNDEF	$[-6, +1, +2, -3, 4, -5, +7]$
$M \not\models F, (\text{vars } M) = (\text{vars } F)$	SAT	$[-6, +1, +2, -3, 4, -5, +7]$

Zaboravljanje

- Ukoliko broj naučenih klausa postane preveliki, pronalaženje jediničnih i konfliktnih klausa se usporava
- Neke naučene klauze se posle određenog vremena uklanjaju
- Zaboravljanje je kontrolisano heuristikama

Otpočinjanje iznova

- U nekim trenucima je korisno pretragu prekinuti i započeti iznova
- Postoji nada da će nas klauze koje su u međuvremenu naučene odvesti u neku drugu granu stabla pretrage
- Otpočinjanje iznova pokazuje dobra svojstva kada se koristi uz određenih procenat slučajnih odluka u toku pretrage
- Otpočinjanje iznova je kontrolisano heuristikama
- Neophodan element za postizanje složenosti dokaza opšte rezolucije

Izbor promenljive za pravilo Decide — VSIDS

- Informacija o aktivnosti promenljivih u konfliktima, analizi konflikta i jediničnim propagacijama se čuva u vidu skorova
- Skor promenljive se uvećava kad god ona učestvuje u nekom od ovih procesa
- Prilikom izbora promenljive, bira se najaktivnija promenljiva
- Slične heuristike zasnovane na aktivnosti se koriste za izbor klauza koje se zaboravljaju

Pregled

- 1 Uvod
- 2 DPLL procedura i CDCL sistem
- 3 Stohastički algoritmi**
- 4 Potfolio sistemi
- 5 Zaključci

Stohastički algoritmi

- Ne garantuju nalaženje zadovoljavajuće valuacije kod zadovoljivih formula
- Ne mogu ustanoviti nezadovoljivost
- U slučaju zadovoljivih formula, mogu biti neuporedivo brži od potpunih algoritama
- Slučajni hod je dominantan pristup, ali postoje i drugi

Walksat

```
function walksat ( $F$  : CNF Formula,  $p$  : [0,1]) : (SAT, FAIL)
begin
  for  $i := 1$  to  $MAX\_TRIES$  do begin
     $M :=$  random valuation for  $F$ 
    for  $j := 1$  to  $MAX\_FLIPS$  do begin
      if  $M \models F$  then return SAT
      select clause  $C$  from  $F$  s.t.  $M \not\models C$ 
      if exists select  $l$  in  $C$  s.t.  $break(l)=0$ 
      else begin
        with probability  $p$  do  $l :=$  random literal from  $C$ 
        with probability  $1 - p$  do  $l := argmin_{x \in C} break(x)$ 
      end
       $M := M \setminus l \cup \{\bar{l}\}$ 
    end
  end
  return FAIL
end
```


Pregled

- 1 Uvod
- 2 DPLL procedura i CDCL sistem
- 3 Stohastički algoritmi
- 4 Potfolio sistemi**
- 5 Zaključci

Varijacija vremena rešavanja

- Promene u parametrima SAT rešavača, korišćenim heuristikama ili u izboru samog SAT rešavača vode drastičnim razlikama u vremenu rešavanja iste formule
- Zato je korisno raspolagati većim brojem SAT rešavača i njihovih konfiguracija
- Da li je moguće izabrati pogodan SAT rešavač za neku iskaznu formulu?

Portfolio sistemi za SAT

- Portfolio sistemi za SAT su sistemi koji na neki način upošljavaju veći broj rešavača ili njihovih konfiguracija za rešavanje iskazne formule
- Pristupi:
 - Izbor jednog od nekoliko SAT rešavača
 - Pokretanje različitih SAT rešavača jednog za drugim po nekom rasporedu
 - Paralelno pokretanje više SAT rešavača ili njihovih konfiguracija
 - Paralelno pokretanje uz razmenu naučenih klauza
- Portfolio sistemi se mogu smatrati standardom u rešavanju praktičnih problema

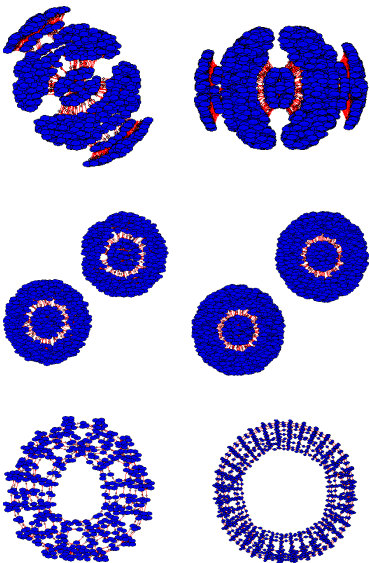
SATzilla

- SATzilla je najpoznatiji portfolio sistem za SAT
- Bira SAT rešavač za ulaznu formulu pomoću procene vremena koje je potrebno za nejno rešavanje
- Statistički model na osnovu kojeg se vrši procena je prethodno ocenjen metodama mašinskog učenja
- Iskazne formule se predstavljaju vektorima atributa kako bi primena metoda mašinskog učenja bila moguća
- Sistem je vrlo komplikovan
- Nepotrebno rešava problem procene vremena, umesto da direktno rešava problem izbora rešavača

Familije iskaznih formula

- Formule se mogu grupisati u familije prema svom poretku
- Formule koje pripadaju istoj familiji često imaju sličnu strukturu
- Da li se ta sličnost može kvantifikovati?

Sličnost iskaznih formula



Sličnost iskaznih formula

- Sličnost grafova
- Sličnost vektora atributa

ArgoSmart

- Na raspolaganju je skup formula za trening
- Poznato je grupisanje formula tog skupa u familije
- Poznat je pogodan rešavač za svaku familiju
- ArgoSmart:
 - U skupu poznatih formula, naći najbližeg suseda S ulazne formule F
 - Rešiti formulu F rešavačem za koji se zna da je pogodan za formule iz familije kojoj pripada S

ArgoSmart k -NN

- Na raspolaganju je skup formula za trening
- Na raspolaganju je više SAT rešavača
- Poznato je ponašanje svakog od rešavača na svakoj od formula
- ArgoSmart k -NN:
 - U skupu poznatih formula, naći skup S koji čine k najbližih suseda ulazne formule F
 - Rešiti formulu F rešavačem koji je najefikasniji na formulama iz S

ArgoSmart vs. SATzilla

- ArgoSmart k -NN se pokazao mnogo efikasnijim od sistema SATzilla i ArgoSmart
- ArgoSmart se pokazao pogodnim za izbor konfiguracije SAT rešavača

Pregled

- 1 Uvod
- 2 DPLL procedura i CDCL sistem
- 3 Stohastički algoritmi
- 4 Potfolio sistemi
- 5 Zaključci**

Zaključci

- Široka polja primene
- Moćni algoritmi
- Brojna poboljšanja i varijacije
- Mnoštvo alternativnih pravaca
- Usporen napredak poslednjih godina