Теорија Израчунљивости

Семинарски рад

Професор:Зоран Огњановић

Студент:Игор Војиновић

Израчунљивост. Одлучивост

●Решавање разних проблема развијањем алгоритама и писње програма за за те алгоритме основни задатак програмирања.

●Поред проблема разматрамо математичким средствима и саме поступке (алгоритме) .

●Формални модели који ће бити разматрани су Тјурингове машине и парцијално рекурзивне функције.

●И ако наизглед различити исту класу алгоритама, па ово наводи да управо ови модели израчунавања одређују границе могућности механичког изачунавања.

●Границе деле класе проблема на оне који могу да се програмски реше и на оне које то немогу. Тиме повезујући појмове израчунљивост и одлучивост.

Интуитивни појам алгоритма

- Појам алгортма спада у основне појме у математици и као такав се не дефинише али постоје неколико општих услова који су прихваћени као критеријум да би неки поступак био назван алгоритмом.
- Критеријуми:

1) Поступак се описује коначним низом једноствних наредби.
2) Постоји идеална машина (рачунар) која извршава те наредбе по унапред утврђеним правилима.
3) Машина започиње израчунавање у неком иницијалном стању . Када се покрене за неке улазне податке машина извршава наредбе у дискретним корацима у којима мења своја стања.
4) Извршавање сваке наредбе се врши у коначном времену и при томе користи коначан меморијски простор.
5) Извршавање наредбе је детерминистичко, тј. Из једног стања извршавањем исте наредбе машина прелази увек у исто стање.
6) Преласком у завршно стање машина престаје са израчунавањем.

Интуитивни појам алгоритма

- Детерминисаност се још може дефинисати као могућност понављања извршавања алгоритама.
- Прихватањем оваквог формулисања детерминисаности , случајеве где се јавља случајност не називамо алгоритмима.
- Има случаја где се одбацује ова формулација детерминисаности и разматрају се недетерминистички алгоритми.
- Од алгоритма се не захтева да заврши са израчунавањем у коначном времену (ова особина се назива финитност алгоритма), као ни да користи коначно меморије.
- Алгоритам представља опис функције која улазне податке пресликава у одговор (решење). Функције за које постоје алгоритми називамо алгоритамским функцијама (израчунљивим функцијама).

Формални системи израчунавања

●Познат је велики број алгоритама. Развојем математике долази се до проблема за који нисмо у стању да дамо решење. Зашто је то тако?
●Прави пример за ово је решавање дифантовских једначина, тј. Да ли постоји универзални потупак за решавање дифантовских једначина. p(x1, . . . , xm) = 0 има ненегативна целобројна решења. Одговор на то може се добити набрајањем свих м-торки природних бројева и да се тако дође до решења. Али шта са једначинама које немају решења? Нпр. (x^2 − 2 = 0). Тада поступак се неби никада завршио а то није решење.
●Ова провера постојања дифантовских једначина је формулација 10-ог проблема који је поставио Д.Хилберт.
●Сваки одговор на ово питање подразумева и формалну дефиницију оног што подразумева под ефективним поступком, било да понуђено решење потпада под ту дефиницију, било да не постоји решење са захтеваним својствима.

Формални системи израчунавања

●Формална дефиниција формалног поступка појавила се са развоје теорије алгоритама.
●1970 године Јури Матијашевич негативно решио проблем у оквиру те теорије.
●У развоју теорије алгоритама понуђено је више приступа формализацији ових граница:
1) Систем представљен у формалном систему аритметике је предложио Гедел између 1931. и 1934. године при чему се функција f сматра израчунљивом ако за свако m и n важи f (m) = n , у формалном систему важи $\vdash$f (m) = n.
2) Приказивање израчунљивих функција као јединствених решења система функцион алних једначина је описао у истом периоду такође Гедел по идеји Ербрана.
3) λ- Рачун који је развио Черч до 1936 године је једноставан формални језик за који се дефинише појам редукције који представља израчунавање , функција је израчунљива ако се може описати у језику.

Формални системи израчунавања

- Аритметички опис који је засновао Клини 1936 године, а базиран је на генералисаном појму дефинисања индукцијом.
- Системи засновани на аутоматима који формализују појам алгоризма описујући идеалне модела рачунара међу којима су:

- Тјурингова машина из 1936.
- Постова машина такође из 1936
-Неограничена регистарска машина (Unbounded Register Machine, URM) , Шефердсон и Страгис 1963.

- Системи продукција (називају се још и системи са презаписивањем,REWRITING SYSTEMS) међу којима су:

-Постови системи из 1943 године.
- Марковљеви алгоритими уведени 1954 године.
- Граматике Чомског предложене 1956 године.

Ово је врста формалних система у којима се описује могуће трансформације једних у друге речи на унапред фиксираном алфабету.

Формални системи израчунавања

●while – Програми је врста нотације која је произашла из идеја Голдштајна и Фон Нојмана о алгоритамским шемама као формализму за приказивање израчуљивих функција.

●Извори и инспиације се међусобно разликују али се показује да су системи међусобно еквивалентни. Черчовом тезом је формулисано да се сви алгоритми могу изразити у сваком од ових система.

Тјурингова машина

●Тјурингова машина је претеча оваквог модела рачунара код које су неке ствари идеализоване:
-Меморија је потенцијалнобесконачна
- У сваком кораку Тјурингове машине заузет је коначан број регистара.
- Не постоји број колико је то регистара.
- З сваком тренутку израчунавања могуће је захтевати нови регистар и сваки захтев се испуњава.
- Тјурингова машина представља рестрикцију концепта данашњих рачунара у смислу операције које извршава а које су елементарне.
- Ипак те елементарне операције су довљне да се опише алгоритам
- Предност Тјурингове машине у односу на неке друге језике је једноставност анализе.

Алфабет

- Алфабет је коначан скуп знакова.
- Реч на неком алфабету је низ знакова тог алфабета.
- Реч је коначна (бесконачна) ако је тај низ коначан (бесконачан).
- Празна реч је празан низ. Ознака ε.
- Дужина речи је укупан број знакова низа који чини реч. Ако је ω реч , њена дужина се означава са $|\omega|$.
- Речи се раздвајају бланко знаком који се сматра помоћним карактером а не делом алфабета.
- Језик је подскуп скупа свих речи.
- Особине.