

Linearna algebra B  
ispitna pitanja

1. Minimalni polinom. Svaka matrica ima jedinstven minimalni polinom.
2. Minimalni polinom. Ako je  $p(x)$  karakteristični polinom matrice  $T$ , onda je  $p(T) = 0$ .
3. Minimalni polinom. Kejli-Hamiltonova teorema.
4. Nilpotentni operatori. Reprezentacija u odnosu na bazu  $t$ -nizova.
5. Nilpotentni operatori. Za svaki nilpotentan  $t : V \rightarrow V$  postoji baza  $t$ -nizova za  $V$ .
6. Žordanova normalna forma. Slučaj kada operator ima jedinstvenu sopstvenu vrednost.
7. Žordanova normalna forma. Minimalni polinom kvadratne matrice nad  $\mathbf{C}$  nema višestruke korene akko je matrica dijagonalizabilna.
8. Euklidski prostori.  $|\vec{u} \cdot \vec{v}| \leq \|\vec{u}\| \|\vec{v}\|$ .
9. Euklidski prostori.  $\|\vec{u} + \vec{v}\| \leq \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$ .
10. Euklidski prostori. Ugao između vektora.
11. Euklidski prostori. Furijeovi koeficijenti.
12. Neka su  $\vec{w}_1, \dots, \vec{w}_k$  međusobno ortogonalni, ne-nula vektori u  $\mathbf{R}^n$ . Neka je  $\vec{v} \in \mathbf{R}^n$  i neka je  $c_i = \frac{\vec{v} \cdot \vec{w}_i}{\|\vec{w}_i\|^2}$ , za  $1 \leq i \leq k$ . Tada za proizvoljnu  $k$ -torku  $\langle a_1, \dots, a_k \rangle$  realnih brojeva važi:  $\|\vec{v} - \sum_{i=1}^k c_i \vec{w}_i\| \leq \|\vec{v} - \sum_{i=1}^k a_i \vec{w}_i\|$ .
13. Neka su  $\vec{w}_1, \dots, \vec{w}_k$  međusobno ortogonalni, ne-nula vektori u  $\mathbf{R}^n$ . Neka je  $\vec{v} \in \mathbf{R}^n$  i neka je  $c_i = \frac{\vec{v} \cdot \vec{w}_i}{\|\vec{w}_i\|^2}$ , za  $1 \leq i \leq k$ . Tada važi:  $\|\sum_{i=1}^k c_i \vec{w}_i\| \leq \|\vec{v}\|$ .
14. Ortogonalna projekcija vektora na pravu.
15. Gram-Šmitova ortogonalizacija.
16. Izomorfizam euklidskih prostora.
17. Ortogonalni komplement potprostora od  $\mathbf{R}^n$ .
18. Ortogonalna projekcija vektora na potprostor.
19. Ortogonalne matrice.
20. Hermitski prostor  $\mathbf{C}^n$ .
21. Svi koreni karakterističnog polinoma simetrične matrice su realni i sopstveni vektori iz  $\mathbf{R}^n$  koji odgovaraju različitim sopstvenim vrednostima su ortogonalni.

22. Za simetričnu matricu  $A$  postoji ortogonalna matrica  $P$  takva da je  $P^T A P$  dijagonalna.
23. Dualni prostori. Ako je  $V$  konačnodimenzionalan, onda je  $V^* \cong V$ .
24. Dualni prostori. Ako je  $(V, \circ)$  euklidski prostor, onda je  $H: V \rightarrow V^*$ , definisan sa  $H(\vec{v})(\vec{w}) = \vec{w} \circ \vec{v}$ , izomorfizam.
25. Simetrični operatori. Za euklidski prostor  $(V, \circ)$  i linearni operator  $h: V \rightarrow V$  postoji jedinstven linearni operator  $h^T: V \rightarrow V$  takav da za svako  $\vec{u}, \vec{v} \in V$  važi  $h(\vec{u}) \circ \vec{v} = \vec{u} \circ h^T(\vec{v})$ .
26. Dvostruki dualni prostor.
27. Bilinearna preslikavanja i bilinearne forme. Tenzorski proizvod vektorskih prostora.
28. Realne kvadratne forme.
29. Ortogonalne matrice u  $\mathcal{M}_2$ .
30. Kanonske jednačine konika.
31. Definitne kvadratne forme. Za simetričnu matricu  $A$  i invertibilnu matricu  $U$  istog tipa važi da je  $A$  pozitivno definitna akko  $U^T A U$  je pozitivno definitna.
32. Definitne kvadratne forme. Simetrična matrica  $A$  je pozitivno definitna akko su sve njene sopstvene vrednosti pozitivne.
33. Definitne kvadratne forme. Simetrična matrica  $A$  je negativno definitna akko su sve njene sopstvene vrednosti negativne.
34. Definitne kvadratne forme. Simetrična matrica  $A \in \mathcal{M}_n$  je pozitivno definitna akko je  $D_k^A > 0$  za svako  $1 \leq k \leq n$ . Takođe,  $A$  je negativno definitna akko za svako  $1 \leq k \leq n$ , determinanta  $D_k^A$  ima znak  $(-1)^k$ .