

Zadaci za vežbu

A. Pokazati da su sledeće iskazne formule tautologije a zatim ih dokazati (pokazati da su teoreme).

1. $\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$
2. $((p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)) \leftrightarrow ((p \vee q) \rightarrow r)$
3. $((p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \vee r))$
4. $((p \rightarrow q) \wedge (r \vee q)) \rightarrow ((p \vee \neg r) \rightarrow q)$
5. $(\neg p \rightarrow p) \rightarrow p$
6. $((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$
7. $\neg(p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \wedge \neg q)$
8. $((p \rightarrow q) \rightarrow \neg r) \wedge r \rightarrow (p \wedge \neg q)$
9. $(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow ((\neg p \rightarrow q) \rightarrow p)$
10. $\neg(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (p \leftrightarrow \neg q)$
11. $[(p \leftrightarrow q) \wedge (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \wedge ((q \leftrightarrow r) \rightarrow p)] \rightarrow r$

B. Pokazati da su sledeće predikatske formule teoreme.

1. $\forall x \exists y (Q(x, x) \rightarrow Q(x, y))$
2. $\forall x \exists y (Q(x, x) \vee \neg Q(x, y))$
3. $\forall x \exists y (P(y, x) \rightarrow P(x, y))$
4. $\exists x \forall y Q(x, y) \rightarrow \forall y \exists x Q(x, y)$
5. $(\forall x A(x) \vee \forall x B(x)) \rightarrow \forall x (A(x) \vee B(x))$
6. $\forall x (A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (\exists x A(x) \rightarrow \exists x B(x))$
7. $\forall x (A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (\forall x A(x) \rightarrow \forall x B(x))$
8. $\exists x (A(x) \rightarrow \forall y A(y))$
9. $\forall x (A(x) \vee B(x)) \rightarrow (\forall x A(x) \vee \exists x B(x))$
10. $\forall x A(x) \leftrightarrow \neg \exists x \neg A(x)$
11. $\forall x (A(x) \rightarrow \forall x B(x)) \rightarrow \forall x (A(x) \rightarrow B(x))$
12. $\exists x \forall y P(x, y) \leftrightarrow \exists u \forall v P(u, v)$
13. $\exists x (A(x) \wedge (B \rightarrow C(x))) \rightarrow (\forall y (A(y) \rightarrow \neg C(y)) \rightarrow \neg B)$ ako $x \notin FV(B)$

C. Naći kontramodele za sledeće predikatske formule.

1. $\forall x (A(x) \rightarrow \forall x A(x))$
2. $\neg(\exists x A(x) \rightarrow \forall x A(x))$
3. $\forall x (A(x) \vee B(x)) \rightarrow (\forall x A(x) \vee \forall x B(x))$
4. $\forall x \exists y P(x, y) \rightarrow \exists y \forall x P(x, y)$
5. $\exists x \forall y (P(x, y) \rightarrow P(y, x))$
6. $\forall x \exists y P(x, y) \vee \forall x \exists y \neg P(x, y)$
7. $\exists x \forall y \exists z ((P(y, z) \rightarrow P(x, z)) \rightarrow P(y, x))$