

СРПСКА КРАЉЕВСКА АКАДЕМИЈА

ГЛАС СЛХІ

Други разред

ФИЛОСОФСКО-ФИЛОЛОШКЕ, ДРУШТВЕНЕ
И ИСТОРИСКЕ НАУКЕ

83

Д-р БРАНИСЛАВ ПЕТРОНИЈЕВИЋ

ПРИМЕДБЕ О ЛОГИЧКОЈ ПРИРОДИ МАТЕМАТИЧКОГ ДОКАЗА

БЕОГРАД
1934

Цена 2 дин.

9602
50
СРПСКА КРАЉЕВСКА АКАДЕМИЈА

ГЛАС СЛХІ

Други разред

ФИЛОСОФСКО-ФИЛОЛОШКЕ, ДРУШТВЕНЕ
И ИСТОРИСКЕ НАУКЕ

83

Д-р БРАНИСЛАВ ПЕТРОНИЈЕВИЋ

ПРИМЕДБЕ О ЛОГИЧКОЈ ПРИРОДИ МАТЕМАТИЧКОГ ДОКАЗА

БЕОГРАД
1934

ПРИМЕДБЕ О ЛОГИЧКОЈ ПРИРОДИ МАТЕМАТИЧКОГ ДОКАЗА

од

Д-ра БРАНИСЛАВА ПЕТРОНИЈЕВИЋА

(Приказано на скупу Академије философских наука 19 фебруара 1934)

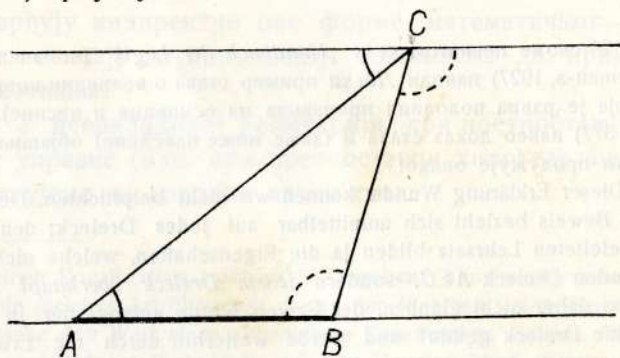


На питање о логичкој природи математичког доказа дата су следећа два основна одговора:

1. Иако изведен на једном специјалном примеру, математички доказ односи се на општи појам реализиран у томе примеру, и отуда долази његова општност;

2. Општност једног математичког става, који се доказује, почива на могућности понављања истог доказа за сваки специјални случај исте врсте.

Разлика између ова два одговора да се најлакше увидети на познатом геометријском ставу о суми углова у (Евклидовом) троуглу.

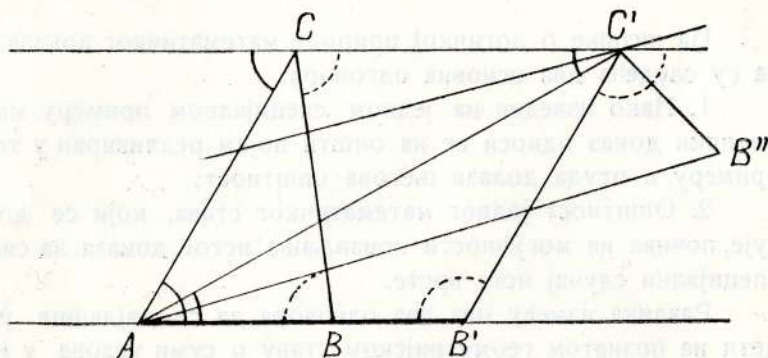


Сл. 1.

По првом одговору, за чијег типичног преставника можемо навести Лоског, ми не доказујемо тај став за специјални троугао дате фигуре (напр. за троугао сл. 1), већ га доказујемо за општи троугао, који у мислима уносимо у дати троугао. Пошто је став доказан за *општи* троугао, то он важи и за *сваки поједини*, пошто се појединачни троугао разликује од оп-

штег у особинама (одређена величина страна и углова) о којима доказ не води рачуна¹⁾.

По другом одговору пак, за чијег типичног преставника можемо сматрати Вунта, наш се доказ односи непосредно на специјални троугао дате фигуре, а важи уопште само тиме што се без измене да поновити за сваки други појединачни троугао²⁾ (види сл. 2).



Сл. 2.

¹⁾ У своме познатом делу „*Handbuch der Logik*“ (немачки превод од W. Seseman-a, 1927) наводи Лоски пример става о величини површине троугла (која је равна половини производа из основице и висине). Пошто је (на стр. 377) навео доказ става и (даље ниже наведено) објашњење Вунтово Лоски продужује овако:

„Dieser Erklärung Wundts können wir nicht beipflichten. Der eben angeführte Beweis bezieht sich unmittelbar auf jedes Dreieck; den Grund für den abgeleiteten Lehrsatz bilden ja die Eigenschaften, welche nicht nur dem vorliegenden Dreieck AEC, sondern *jedem Dreieck überhaupt* zukommen. Man muss daher nicht glauben, der Beweis werde anfangs nur in Bezug auf *dieses* eine Dreieck geführt und werde weiterhin durch die Erwägung *ergänzt*, dass er in ganz analoger Weise in Bezug auf das zweite Dreieck, das dritte usw. — kurz in Bezug auf jedes beliebige Dreieck wiederholt werden kann. Schon von Anfang an, beim Ziehen der Linie $CD \parallel AB$ haben wir, gleichsam durch das anschauliche Bild des gegebenen Dreiecks hindurchschauend, *die Idee des Dreiecks überhaupt* im Auge und gelangen daher auf spekulativem Wege zu Wahrheiten, die sich auf die *Idee* des Dreiecks oder auf die Klasse der Dreiecke beziehen. — — —“ (н. н. м., S 378).

²⁾ Своје гледиште на природу математичког доказа образлажава Вунш овако:

„Auf geometrischem Gebiete ist es die Analogie, welche das in einer

Које се од ова два гледишта има сматрати за правилно? Ми мислимо да можемо тврдити, да се свако од њих може сматрати за истинито, према логичком становишту на које се будемо ставили.

Са гледишта субјективне Логике има се прво гледиште да сматра за истинито. Јер кад се призна егзистенција општих појмова — а она се мора признати на становишту субјективне Логике — математички доказ може се односити само на општи појам који је реализиран у појединачном случају³⁾.

Напротив, са гледишта објективне Логике, која је приморана да одрече објективну егзистенцију општих појмова⁴⁾, друго гледиште има се сматрати једино за истинито. Јер ако не постоје општи појмови, онда се општност једног математичког става може очевидно заснивати само на могућности понављања истог доказа у сваком појединачном случају.

Правилност овог другог гледишта (одн. оправданост становишта објективне Логике поред становишта субјективне) потврђују индиректно оне форме математичког доказивања које почивају на понављању. Навешћемо два примера таквог доказивања.

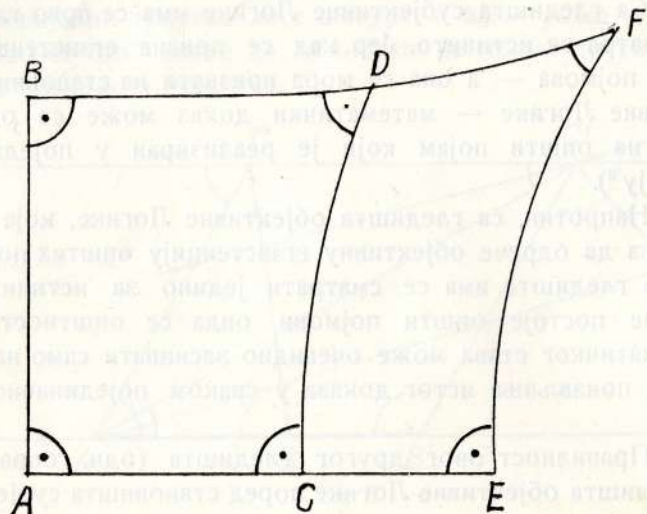
У неевклидовој Геометрији, при претпоставци постулата *веће* управне (одн. при претпоставци хипотезе *оштрог* угла), доказујемо на следећи начин став:

einzelnen Konstruktion anschaulich Gegebene ohne weiteres auf alle Raumgebilde gleicher Art überträgt, um so der in einem einzelnen Fall erkannten Tatsache den Wert eines allgemeinen Gesetzes zu sichern. Diese Analogie ist eine exakte, weil sie sich auf die Unmöglichkeit stützt, andere Räume ausser dem in der wirklichen Anschauung gegebenen sich vorzustellen“. (Упор. Вунтово дело „*Logik*“, Bd. II, 4-te Aufl. 1920, стр. 145).

³⁾ Упореди пишчеве примедбе о природи математичког доказа у његовом делу „*Основи Логике. Формална Логика и Општа Методологија*“, Београд, 1932, стр. 225, делу у коме је покушао да конзеквентно спроведе становиште субјективне Логике.

⁴⁾ О немогућности објективне егзистенције општих појмова види пишчева излагања у његовом делу „*Principien der Metaphysik*“, I₂, стр. 547—551 као и у „*Hauptsätze der Metaphysik*“, 1930, став 68, стр. 71—73.

Ако две праве имају заједничку управну и ако важи постулат веће управне, биће у одговарајућим правоуглима четвороуглима сваки следећи оштар угао мањи од претходног⁵⁾.



Сл. 3.

Кад би био (упор. сл. 3) $\angle EFD = \angle CDB$, морао би збир углова у четвороуглу $CDEF$ износити $4R$, што је немогуће. Кад би био $\angle EFD > \angle CDB$, морао би збир углова у четвороуглу $CDEF$ бити $> 4R$, што је немогуће. Према томе мора $\angle EFD$ бити мањи од угла CDB .

Како се исти доказ да применити и на сваки даљи оштар угао, то је тиме доказана општност става.

Као што се види, општност става почива у овом случају на могућности понављања истог доказа на сваком новом пару оштрих углова.

Још је јасније понављање при доказима тзв. математичке индукције. Истина, кад би се математичка индукција

⁵⁾ Опширнији и потпунији доказ овог става наћи ће читалац у пишчевој студији „Ново извођење неевклидових Геометрија“, изашлој у Гласу срп. краљ. Академије, књ. CXXXIV, 1928 (теорема 40, стр. 39).

дала свести на један једини хипотетички силогизам⁶⁾, она би претстављала један нов разлог за искључиво важење првог гледишта. Као што сам међутим показао на другом листу⁷⁾, ово је свођење немогуће, и математичка индукција има се схватити али као ланац бесконачно многих хипотетичких силогизама у којима се иста општа премиса понавља, или као ланац бескрајно многих хипотетичких силогизама који се састоје из партикуларних премиса⁸⁾. У сваком од ова случаја

⁶⁾ Као што то већина логичара (Мујо, Расел, Гобло, Џонсон и т. д.) тврди. Упор. напр. W. E. Johnson, *Logic*, Part II, 1921, p. 133—135.

⁷⁾ Упор. о томе пишчеву студију „*Les lois fondamentales de l'addition arithmétique et le principe de l'induction mathématique*“, изашлу у *Revue générale des Sciences pures et appliquées*, 1924; упор. и његов кратки чланак „*Ueber das Wesen der mathematischen Induktion*“, публикован у *Festschrift Th. G. Masaryk zum 80. Geburtstag*, 1930. Упор. и „Основи Логике“, стр. 210—214.

⁸⁾ За став: $a+b=b+a$ ланац силогизама по првом од два схватања математичке индукције гласи овако:

1.

Ако је $a+n=n+a$, онда је и $a+(n+1)=(n+1)+a$

$$\frac{a+1=1+a}{a+2=2+a}$$

2.

Ако је $a+n=n+a$, онда је и $a+(n+1)=(n+1)+a$

$$\frac{a+2=2+a}{a+3=3+a}$$

и т. д. и т. д.

Према томе је уопшта $a+b=b+a$.

По другом схватању пак тај ланац гласи:

1.

Ако је $a+1=1+a$, онда је и $a+2=2+a$

$$\frac{a+1=1+a}{a+2=2+a}$$

Ако је $a+2=2+a$, онда је и $a+3=3+a$

$$\frac{a+2=2+a}{a+3=3+a}$$

и т. д. и т. д.

Према томе је уопште $a+b=b+a$.

општност става, који се доказује, почива на могућности понављања истог начина доказивања на сваком новом пару сукцесивних чланова.

Нема сумње дакле, да доказивање математичке индукције почива на понављању и да се према томе и за све остале форме математичког доказивања да тврдити, да почивају на понављању.



B. PETRONIEVICS. PROPOSITIONS FONDAMENTALES DE LA MÉTAPHYSIQUE.

Je donne ici un exposé du contenu principal de mes „*Principes de Métaphysique*” (Heidelberg, Carl Winters Universitätsbuchhandlung, Bd. I 1904, Bd. II 1912) en propositions courtes et précises, sans preuves.

(Voir le compte - rendu de L. Couturat dans „*Bulletin des sciences mathématiques*” 1905 et dans „*Revue de Métaphysique et de Morale*”, Mars, 1905; aussi le compte—rendu de G. Milhaud dans „*Revue philosophique*” 1905).

A. OBJET ET MÉTHODE.

1. La Métaphysique est la science de l'être ou de la réalité.
2. Les données de l'expérience immédiate et les lois logiques fondamentales sont les deux sources de la connaissance métaphysique.

La Métaphysique peut être construite par voie empirique - synthétique aussi bien que par voie spéculative et déductive.

B. LES TROIS PROBLÈMES FONDAMENTAUX

I. Le problème ontologique.

1. L'existence de l'être.
4. L'être est réel: il n'y a d'apparence nulle part.
5. L'apparence immanente de la conscience n'est possible qu'en un sens relatif, mais prise dans ce sens elle est une donnée indubitable quoique exceptionnelle.

2. L'unité de l'être.

6. Les parties constitutives de l'être se trouvent en relations mutuelles: l'être est unifié.