

плоснати белутак или шкољку необичног облика, док је океан истине скривен мојим очима». Последње године његовог живота биле су посвећене верским размишљањима; моћ његовог разума је стално опадала и 20 марта 1727 преселио се у вечност. Његови посмртни остаци одмарају се у Westminster-ској катедрали, а на његовом споменику стоје ове сасвим оправдане поносите речи:

Sibi gratulentur mortales, tale tantumque existisse, humani generis decus.

Нека су смртни срећни што је живео такав и толики украс људског рода.

Превео: И.М.А.

СТРУЧНИ ДЕО

Још неке теореме у проблему трију тела

Претходна примедба

У јунској свесци овогодишњег »Гласника Југословенског професорског друштва« изишао је чланак Др-а А. Билимовића и Др-а Б. Петронијевића: »Елементарно решење два позната случаја проблема трију тела«, у коме су изведене елементарно-геометри-ским путем основне једначине које решавају проблем трију тела у позната два случаја. Другом писцу тога чланка испало је накнад-но за руком, да у новембарској свесци тога часописа (у чланку »Неколике теореме у проблему трију тела«) докаже још неке теоре-ме које су од општег значаја у проблему трију тела. Редови који следе ујош наставак су овог његовог чланка.

Теореме

1. Ако се три масе m_1, m_2, m_3 , које се привлаче по закону привлачења $\gamma = \chi \cdot r$ (где је γ убрзање, χ константа која одговара гравитационој константи Њутоновог закона, а r растојање) налазе на теменима троугла, тачка пресека праваца њихових резултујућих убрзања падаће у средиште маса.

Доказ. Овај се назали у наведеном чланку у новембарској свесци »Гласника« (као доказ теореме 2).

2. У троуглу маса m_1, m_2, m_3 , које се привлаче по закону $\gamma = \chi \cdot r$, формула за резултујуће убрзање Υ_1 биће:

$$\Upsilon_1 = \chi (m_1 + m_2 + m_3) r_1.$$

Доказ. Из слике 1 следе формула за резултујуће убрзање масе m_1 :

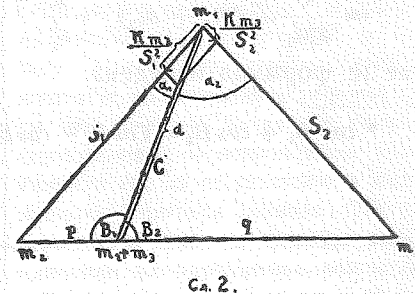
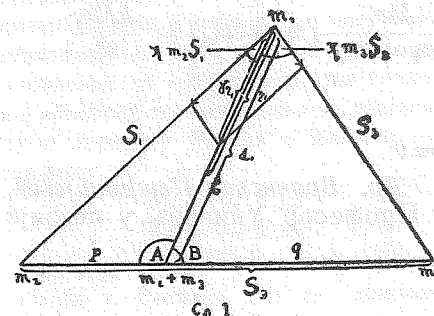
$$\Upsilon_1 = \chi m_2 s_1 \cos(s_1, d_1) + \chi m_3 s_2 \cos(s_2, d_1)$$

Кад се у овом обрасцу замени $\cos(s_1, d_1)$ и $\cos(s_2, d_1)$ њиховим вредностима:

$$\cos(s_1, d_1) = \frac{s_1^2 + d_1^2 - p^2}{2s_1 d_1} \quad \text{и} \quad \cos(s_2, d_1) = \frac{s_2^2 + d_1^2 - q^2}{2s_2 d_1}$$

добие се:

$$\begin{aligned} \Upsilon_1 &= \chi m_2 s_1 \frac{s_1^2 + d_1^2 - p^2}{2s_1 d_1} + \chi m_3 s_2 \frac{s_2^2 + d_1^2 - q^2}{2s_2 d_1} = \\ &= \frac{\chi}{2d_1} \left[m_2 (s_1^2 + d_1^2 - p^2) + m_3 (s_2^2 + d_1^2 - q^2) \right] = \\ &= \frac{\chi}{2d_1} \left[m_2 (d_1^2 + p^2 - 2pd_1 \cos A + d_1^2 - p^2) + m_3 (d_1^2 + p^2 - \right. \\ &\quad \left. - 2qd_1 \cos B + d_1^2 - p^2) \right] = \\ &= \frac{\chi}{2d_1} \left[2m_2 d_1^2 - m_2 \cdot 2 \frac{s_1 m_3}{m_2 + m_3} d_1 \cos A + 2m_3 d_1^2 - m_3 \cdot 2 \frac{s_2 m_2}{m_2 + m_3} d_1 \cos B \right] = \\ &= \frac{\chi}{d_1} \left[d_1^2 (m_2 + m_3) - \frac{s_1 m_3 m_2}{m_2 + m_3} d_1 (\cos A + \cos B^*) \right] = \\ &= \chi d_1 (m_2 + m_3) = \chi \frac{(m_1 + m_2 + m_3) r_1}{m_2 + m_3} (m_2 + m_3) = \\ &= \chi (m_1 + m_2 + m_3) r_1. \end{aligned}$$



3. У равнокраком троуглу маса m_1, m_2, m_3 , које се привлаче по Њутоновом закону гравитације, трансверзала, која полази из темена једнаких страна, пролази кроз средиште маса.

Доказ. Овај се садржи у доказу 3-ће теореме наведеног чланка у јунској свесци »Гласника«.

4. За резултујуће убрзање масе m_1 , која се налази на темени једнаких страна равнокраког троугла претходне теореме, важи формула:

$$\gamma = \frac{k M r_1}{s_1^3}$$

Доказ. Кад се у општој формули

$$\Upsilon_1 = k \frac{m_2}{s_1^3} \cos(s_1, r_1) + k \frac{m_3}{s_2^3} \cos(s_2, r_1)$$

стави $s_1 = s_2$ биће:

$$\Upsilon_1 = \frac{k}{s_1^3} \left[m_2 \cos(s_1, r_1) + m_3 \cos(s_2, r_1) \right],$$

* $\cos A + \cos B = \cos A - \cos A = 0$

а одавде, пошто је

$$\cos(s_1, r_1) = \frac{s_1^2 + d_1^2 - p^2}{2s_1 d_1}, \quad \cos(s_2, r_1) = \frac{s_1^2 + d_1^2 - q^2}{2s_1 d_1}$$

$$Y_{r_1} = \frac{k}{2s_1^3 d_1} [m_2 (s_1^2 + d_1^2 - p^2) + m_2 (s_1^2 + d_1^2 - q^2)]$$

Кад се даље у овом последњем изразу стави

$$s_1^2 = p^2 + d_1^2 - 2pd_1 \cos B_1 \quad \text{и} \quad s_1^2 = q^2 + d_1^2 - 2qd_1 \cos B_2$$

биће:

$$\begin{aligned} Y_{r_1} &= \frac{k}{2s_1^3 d_1} [m_2 (p^2 + d_1^2 - 2pd_1 \cos B_1 + d_1^2 - p^2) + \\ &\quad + m_2 (q^2 + d_1^2 - 2qd_1 \cos B_2 + d_1^2 - q^2)] = \\ &= \frac{k}{2s_1^3 d_1} [2m_2 d_1^2 - 2m_2 \frac{s_3 m_3}{m_2 + m_3} d_1 \cos B_1 + 2m_3 d_1 - 2m_3 \frac{s_3 m_2 d_1}{m_2 + m_3} \cos B_2] = \\ &= \frac{k}{s_1^3 d_1} [d_1^2 (m_2 + m_3) - \frac{s_3 m_2 m_3}{m_2 + m_3} d_1 (\cos B_1 + \cos B_2^*)] = \\ &= \frac{k}{s_1^3 d_1} d_1^2 (m_2 + m_3) - \frac{k}{s_1^3} \cdot \frac{Mr_1}{m_2 + m_3} (m_2 + m_3) = \frac{kMr_1}{s_1^3}, \end{aligned}$$

чиме је формула изведена.

$$* \cos B_1 + \cos B_2 = \cos B_1 - \cos B_1 = 0$$

Др. Бранислав Петронијевић,
Професор Универз. у пензији

Новости

АСТРОНОМИЈА И АСТРОФИЗИКА.

Окултације звезда опсервиране 1933.

— Један од најкомпликованијих проблема небеске механике свакако је теорија кретања Месеца. Овим проблемом бавили су се највећи математичари и астрономи света и како се никако није долазило до решења почело се са правом да поставља питање, да ли је Њутнова теорија гравитације тачна или не? Године 1857 Hansen је публикувао Месечеве таблице које су давале позиције Месеца са довољно тачности и тада се мислило да је овај проблем коначно решен. Убрзо се затим показало да разлика између ових таблица и опсервација постаје све већа и већа и године 1890 достиже 18". После Hansen-а бавили су се још многи астрономи и

математичари овим проблемом. Један од њих, г. Brown, посветио је скоро цео свој живот овом проблему и успео да да једну нову теорију кретања Месеца. На основу ове теорије израчунао је Месечеве таблице које су данас у употреби код свих великих ефемерида и које дају позиције Месеца са малим отступањима од опсервација. Према г. Brown-у кретање Месеца може да буде претстављено теоријом, додајући јој један велики емпирички члан и мале флукуације проузроковане неправилношћу у брзини Земљине ротације. Да би могао да контролише своју теорију и таблице кретања Месеца г. Brown упutio је апел свима астрономима подвлачећи им важност опсервација окултација звезда и тражећи им да их што ви-

ше опсервирају. Окултација једне звезде то је у ствари њено помрачење. Месец у свом окретању око Земље најлази на звезде и заклања их, тако да нам оне остају невидљиве за једно време. Опсервација окултације састоји се у томе, да се нотира тачно време ишчежавања звезде. Пошто знамо координате звезде, полупречник Месеца и координате инструмента којим опсервирамо, израчунавамо координате Месеца и упоређујемо их са оним добивеним из таблица Г. Brown-а. Г. Brown у сарадњи са г. Bronwer-ом прикупља све окултације опсервиране у једној години и израчунава отступање Месеца од његових таблица. У *Astrophysical Journal* публиковали су редукацију и дискусију 1194 окултација опсервираних у току 1933 год. на 79 опсерваторија и израчунали отступање стварних Месечевих координата од оних добивених из таблица. Средња годишња вредност тог отступања за лонгитуду и латитуду Месеца у његовој путањи је:

$$\begin{aligned} \delta\lambda &= + 4",35 \\ \delta\beta &= - 0",29 \end{aligned}$$

Ове нам вредности показују да нам таблице г. Brown-а дају са довољно тачности раван Месечеве путање а да је нетачан само положај Месеца на овој путањи. Последњих година ово је отступање $\delta\lambda$ све мање и мање и свакако ће бити нула за коју годину. Да ли ће ово опадање и даље да иде, показаше нам опсервације следећих година и отуда је њихова неоцењива услуга коју чине теорији.

В. Ј. Г.

Међународна астрономска унија

Комисија за лонгитуде помоћу бежичне телеграфије. — Господин Dapjon, управник Астрономске опсерваторије у Стразбургу омогућио ми је био боравак и рад на његовој опсерваторији прошлог лета (јуни—август). Како је у то време био и конгрес Међународне астрономске уније то сам, захваљујући опет г. управнику, био у могућ-

ности да присуствујем раду конгреса од 12 до 17 јула и то: у петак, 12-ог јула, од 9h30 до 10h30 присуствовао сам седници комисије за карту неба; од 10h30 до 12h седници комисије за ефемериде; у суботу, 13-ог јула, од 9h30 до 10h30 седници комисије за паралаксу Сунца; од 10h30 до 12h седници комисије за лонгитуде помоћу бежичне телеграфије; у понедељак, 15-ог јула, од 10h до 11h седници комисије за меридијанску астрономију; у 11 до 12 седници комисије за Месечеву номенклатуру; и у уторак, 16-ог јула, од 10h до 11h опет седници комисије за лонгитуде.

Комисији за лонгитуде председавао је г. G. Perrier, генерал француске војске. Преводилац (са француског на енглески и обратно) био је г. Lejaу, члан ове комисије и управник Астрономске опсерваторије у Zi-ka-Wey. Претседник отвара седницу и пошто је прочитао свој реферат о раду ове комисије, захваљује свима опсерваторијама и астрономима који су учинили све да се сугестије и жеље са прошлог конгреса остваре. Ове су се сугестије и жеље са прошлог конгреса односиле на одређивање лонгитуда у 1933-ој години. (Лонгитуда једног места је угао који захвата раван меридијана тог места са равни почетног, Гриничког меридијана). На овом раду учествовале су скоро све опсерваторије. Рад једне станице (опсерваторије) састојао се у овоме: у новембру и децембру 1933 год. требало је опсервирати сваке лепе вечери звезде са листа које су биле раније одређене и помоћу ових опсервација одредити локално време. У средини опсервације примају се сигнали из Париза (Међународни биро за часовну службу) који дају локално време Париза. Разлика ова два времена која одговарају једном моменту, даје нам лонгитуду дотичног места према Париском меридијану тј. разлике лонгитуда дотичног места и Париза. Резултате свих опсерваторија прикупља Међународни биро за часовну службу да би се извршила