

Archiv für Philosophie.

I. Abteilung:

Archiv für Geschichte der Philosophie.

Neue Folge. XX. Band, 2. Heft.

VIII.

Über Herbarts Lehre von intelligiblem Raume.

Von

Dr. **Branislav Petronievics.**

Herbarts Lehre von intelligiblem Raume stellt eine der merkwürdigsten und schwierigsten metaphysischen Lehren dar¹⁾. Die Schwierigkeiten dieser Lehre rühren im wesentlichen einerseits davon her, daß in ihr der Versuch einer rein begrifflichen Konstruktion des Raumes gemacht wird, und anderseits von der zwitterhaften Stellung, die der intelligible Raum in bezug auf die objektive Realität nach Herbart hat. Außer „starren Linien“, die als diskrete Reihen von Punkten rein begrifflich konstruiert werden, soll der intelligible Raum auch stetige Linien enthalten, deren begriffliche Konstruktion aber auf Widersprüche führt. Der intelligible Raum soll weiter einerseits eine ganz subjektive Begriffsbildung sein, der in der Welt der realen Wesen (der „Dinge an sich“) keine Realität zukommt, und anderseits insofern eine „objektive“ Bedeutung haben, inwiefern die Welt der realen Wesen von der menschlichen und jeder Intelligenz überhaupt notwendigerweise unter dieser Form gedacht werden muß.

¹⁾ Das Schwierige der obigen Lehre Herbarts erkennt ausdrücklich auch ein so ausgezeichnete Kenner der Geschichte der neueren Philosophie an, wie es J. Ed. Erdmann ist, dessen großes Werk, in dem insbesondere die nachkantischen Systeme der neueren Philosophie präzise und genügend ausführlich dargestellt sind, leider zu wenig gelesen wird. „Die Synchologie“ möchte wohl die schwierigste Partie der Herbartschen Metaphysik sein, sie enthält die Grundzüge einer Philosophie der Mathematik, so wie die Fundamente der Naturphilosophie“ (J. Ed. Erdmann, „Versuch einer wissenschaftlichen Darstellung der Geschichte der neueren Philosophie“, Bd. III, 2. Abt. 1853, S. 238).

In der vorliegenden Abhandlung stelle ich mir zur Aufgabe, Herbarts Lehre von intelligiblem Raume einer eingehenden Darstellung und kritischen Prüfung zu unterwerfen. Ich will daher die Abhandlung in drei Teile einteilen. Im ersten Teile wird die Konstruktion des intelligiblen Raumes zur Darstellung gelangen, und das Mangelhafte dieser Konstruktion sowohl in bezug auf den von Herbart selbst dabei verfolgten Zweck wie in bezug auf die Konstruktion eines realen diskreten Raumes, auf welche die Herbartsche Konstruktion eigentlich führen sollte, nachgewiesen werden. Im zweiten Teile wird die Frage nach der objektiven Realität des intelligiblen Raumes behandelt werden, wobei wir die Ansichten und die Verbesserungsversuche der namhaftesten älteren Herbartianer berücksichtigen werden. Im dritten Teil wird die Bedeutung der Herbartschen Konstruktion des intelligiblen Raumes für Mathematik und Philosophie zur Sprache gebracht werden.

I.

Herbarts Lehre von intelligiblem Raume findet sich in ausführlicher Form dargelegt in seinem größeren metaphysischen Werke „Allgemeine Metaphysik nebst den Anfängen der philosophischen Naturlehre“ 2. Teil 1829 §§ 245—264 und ganz kurz in den „Hauptpunkten der Metaphysik“ 1808 §§ 6—7. Außerdem findet sich eine übersichtliche, obgleich kurze, Konstruktion der starren und stetigen Linie in Herbarts naturphilosophischer Abhandlung „*Theoriae de attractione elementorum principia metaphysica*“ 1812 §§ 17—22; schließlich wird in Herbarts „Lehrbuch zur Einleitung in die Philosophie“ 1813 § 160 die Konstruktion der stetigen Linie und des Irrationalen kurz wiederholt, im übrigen aber die Konstruktion des intelligiblen Raumes als bekannt vorausgesetzt. Wir werden uns im folgenden auf die ausführliche Konstruktion der „Allgemeinen Metaphysik“ stützen, die kürzeren Konstruktionen der „Hauptpunkte“ sowie der „*Theoriae de attractione*“ nur da berücksichtigen, wo sie von jener abweichen oder wo sie irgendwie präziser sein sollten²⁾.

²⁾ Ich zitiere die Seiten nach der Hartensteinschen Ausgabe der sämtlichen Werke Herbarts. A. M. ist die Abkürzung von „Allgemeine Metaphysik“, „Hp. d. M.“ von „Hauptpunkte der Metaphysik“, „Th. d. a.“ von „*Theoriae de attractione etc.*“, „L. z. E.“ von „Lehrbuch zur Einleitung in die Philosophie“.

Die Konstruktion des intelligiblen Raumes beginnt Herbart mit der Konstruktion der geraden Linie. Den Ausgangspunkt dieser letzteren Konstruktion bildet der folgende „einfache“ Gedanke: zwei einfache Wesen, A und B, können zusammen, sie können aber auch nicht zusammen sein (A. M. § 245 S. 159). Sind sie nicht zusammen, dann sind sie (Herbart meint es offenbar: zunächst oder im Anfang der Konstruktion) nicht als räumlich entfernte voneinander zu denken — denn dies hieße, sie in einen vorrätigen Raum setzen — sondern sie sind in strengem Sinne als aneinander gelegen zu denken (A. M. § 246 S. 166 f. und § 249 S. 171), mit andern Worten, sie sind als absolut unmittelbar miteinander sich berührende Punkte zu denken³⁾. Denken wir sie aber zusammen, dann können wir dies in zwiefacher Weise tun: entweder denken wir uns A zusammen mit B oder B zusammen mit A. Im ersten Falle bietet A den Ort dem B, im zweiten B den Ort dem A. Statt aber das wirkliche Wesen A in B und das wirkliche Wesen B in A zu denken, sollen wir nach Herbart hierbei nur das leere Bild des A in B und das leere Bild des B in A denken, da es sich ja um die bloße Denkmöglichkeit ihres Zusammens, nicht um ihr wirkliches Zusammensein handelt (A. M. § 245 S. 160). Auf diese Weise entstehen vier Begriffe: A und B als reale Wesen und zwei leere Bilder des A und des B, deren Verhältnis wir in Fig. 1 veranschaulichen wollen, worin die realen Wesen (A, B) durch erfüllte und ihre Bilder durch leere Punkte (A_1 , B_1) dargestellt sind.

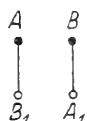


Fig. 1.

Die weitere Konstruktion der Geraden geschieht folgendermaßen. Das reale Wesen A ist mit dem B als wirklich verbunden zu denken, sodaß an seinem früheren Orte nur das leere Bild des B zurückbleibt, und mit dem wirklichen B sowohl das wirkliche A wie das leere Bild des A zusammen ist (A. M. § 245 S. 160 f.). Diesen dritten Schritt in der Herbartschen Konstruktion der geraden Linie ver-

³⁾ In den Hp. d. M. § 7 S. 26 sagt Herbart: „Setze man der Einfachheit wegen nur zwei Wesen: so hat man auch nur zwei Orte. Diese sind völlig außereinander; aber ohne alle Distanz. Sie sind aneinander.“ Und in Th. d. a. § 18 S. 544: „Spatii intelligibilis elementum sive notio principalis, est *in* Extra absque distantia; cui nomen imponemus *contigui* (des Aneinander).“

anschaulichen wir in Fig. 2. Der vierte Schritt wird darin bestehen, daß B von A gesondert wird, so daß an seinem früheren Orte nur A und das leere Bild des A zurückbleibt. Mit dem B, das nun allein steht, läßt sich offenbar wiederum A resp. das leere Bild des A zusammendenken (es ist dies das zweite leere Bild des A), so daß nunmehr (A. M. § 245 S. 168 f.) fünf Begriffe entstanden sind, drei leere Bilder und zwei reale Wesen (Fig. 3). Man vereinige nunmehr wiederum das reale A mit dem realen B, sodaß an dem früheren Orte des A nur das leere Bild A_1 zurückbleibt, man sondere dann wiederum das reale B von dem realen A usw., so ist es leicht einzusehen, daß durch

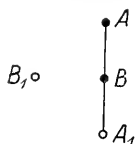


Fig. 2.

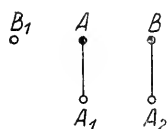


Fig. 3.

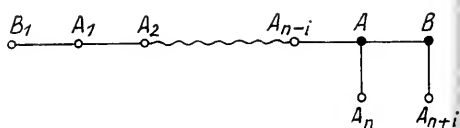


Fig. 4.

dieses Verfahren (Vereinigung des A mit B und Sonderung des B von A) n leere Bilder entstehen werden, von denen das erste dem B, alle die übrigen dem A angehören (Fig. 4). Auch ist es einleuchtend (A. M. § 245 S. 163), daß das Verfahren schlechthin ins Unendliche fortgesetzt werden kann (Fig. 4, in der durch Sonderung des B von A das $n + 1$ — te leere Bild des A entsteht.)

Da die leeren Bilder von A und B ebenso einfach wie A und B selbst sind, und da wir auf die Qualität von A und B keine Rücksicht nehmen (A. M. § 245 S. 164), so sind jene leere Bilder als vollkommen gleiche leere Punkte zu betrachten, sodaß die entstehende Reihe von Bildern eine Reihe von einfachen leeren Punkten darstellt, die so absolut unmittelbar aufeinander folgen, daß jeder Punkt genau (d. h. ganz, vollständig und unumgänglich) zwischen dem vorhergehenden und dem nachfolgenden liegt (A. M. § 248 S. 170). Die Reihe stellt also eine gerade diskrete Strecke dar, oder, wie sie Herbart nennt, ein starre Linie⁴⁾ (starr nennt sie Herbart — A. M. § 249 S. 171f. — im Gegensatz zu der fließenden kontinuierlichen Linie, deren

⁴⁾ Es ist nur ein Unterschied in der Terminologie, wenn Herbart der diskreten Strecke den Namen der starren Linie gibt. Denn diskret wäre diese Linie nach Herbart dann, wenn ihre sukzessiven Punkte nicht aneinander wären, sondern zwischen solche Punkte andere Punkte geschoben werden könnten (A. M. § 249 S. 171).

Punkte — vgl. weiter unten — ineinandergreifen). Daß die Linie auch in umgekehrter Richtung ins Unendliche fortsetzbar ist, ist leicht auf Grund des umgekehrten Verfahrens (der Vereinigung des B mit A und der Sonderung des A von B) einzusehen (A. M. § 245 S. 164 f.). Auch steht uns nach Herbart frei, nachdem einmal die Konstruktion der Linie fertig ist, auf ihr die realen Wesen A und B zu setzen, wohin man will und in jede beliebige Entfernung (A. M. § 250 S. 172).

Was gegen diese Herbartsche Konstruktion der intelligiblen geraden Linie vorzubringen ist, besteht in folgendem. Erstens ist es unrichtig, daß das Aneinander zweier einfachen Punkte eine gerade Strecke resp. das Element einer solchen bilden kann. Denn einfache Punkte haben keine verschiedenen Seiten, die sie einander zukehren könnten, die elementare aus zwei einfachen Punkten bestehende Strecke setzt aber offenbar solche verschiedene Seiten an den einfachen Punkten voraus, da in ihr der eine Punkt in einer bestimmten Richtung in bezug auf den andern gegeben ist ⁵⁾. Nichts hindert aber vorauszusetzen, daß zwei solche Punkte außereinander sind (miteinander nicht zusammenfallen), obgleich dieses Außereinander ein richtungsloses sein muß. Fügt man nun zu einem von diesen zwei Punkten (N und A, vgl. Fig. 5) einen dritten (B) so hinzu, daß er sich mit dem andern (mit A) nicht absolut unmittelbar berührt, dann werden die zwei voneinander getrennten Punkte (A und B) ganz wohl eine elementare räumliche Strecke bilden können. Dies ist die Konstruktion der elementarsten räumlichen Strecke, die ich in meiner neuen diskreten Raumlehre gemacht habe ⁶⁾. Auch ist es klar, daß man aus lauter leeren Punkten eine solche Strecke nicht zu bilden vermag, da die Disjunktion zwischen den zwei getrennten Punkten A und B, die die Endpunkte der elementaren Strecke AB



Fig. 5.

⁵⁾ Dieses Argument gegen die Zusammensetzung der Linie aus einfachen Punkten hat bekanntlich Aristoteles vorgebracht (vgl. Physik, Buch VI, Kap. 1). Dasselbe habe ich ausführlich besprochen in meiner Abhandlung: „Über die Größe der unmittelbaren Berührung zweier Punkte“ in den „Annalen der Naturphilosophie“, Bd. IV 1905, S. 264 ff. Vgl. auch meine „Prinzipien der Metaphysik, I. Bd. 2. Abt. Die realen Kategorien und die letzten Prinzipien“, Heidelberg 1912, S. 432 f.

⁶⁾ Diese Raumlehre findet sich dargelegt in meinem metaphysisch-mathematischen Werke „Prinzipien der Metaphysik, I. Bd. 1. Abt. Allgemeine Ontologie und die formalen Kategorien. Mit einem Anhang: Elemente der neuen Geometrie“, Heidelberg 1904.

sind, selbst einen leeren Punkt darstellen muß, demnach sowohl der ihr entsprechende außerräumliche Trennungspunkt N (dem ich den Namen des realen Negationsaktes gebe), wie die beiden durch sie getrennten einfachen Punkte notwendigerweise reale Punkte sein müssen⁷⁾. Aus lauter leeren Punkten läßt sich also die diskrete Strecke gar nicht konstruieren, jeder leere Punkt in einer solchen Strecke muß zwischen zwei realen liegen.

Die Herbartsche Konstruktion der geraden Linie enthält aber noch andere Schwierigkeiten. Nach ihr soll nicht der einfache Punkt, sondern das Aneinander zweier solchen Punkte das räumliche Element der geraden Linie bilden (A. M. § 259 S. 194 f.)⁸⁾. In diesem Falle wird aber die räumliche Größe einer aus mehreren Punkten bestehenden Geraden eine unbestimmte. Besteht eine solche Gerade aus drei Punkten, dann soll ihre Größe nach Herbart offenbar 2 betragen (denn sie enthält zweimal das Aneinander). Da aber das Aneinander keine Distanz darstellt und demnach seine Größe restlos in der Summe der zwei Punkte, aus denen es besteht, aufgeht, so müßte in Wahrheit die Größe einer solchen Geraden gleich $1\frac{1}{2}$ gesetzt werden, was jedoch der Unteilbarkeit des Aneinander widerspricht⁹⁾. Allerdings hat Herbart mit seiner Behauptung insofern das Richtige getroffen, inwiefern in der Tat in dem einfachen realen Punkte das Element der extensiven Größe einer diskreten Strecke nicht bestehen kann, sondern nur in der leeren einfachen Distanz, die zwischen zwei solchen Punkten liegt¹⁰⁾.

Schließlich ist die Herbartsche Konstruktion der diskreten Geraden auch innerlich unhaltbar. Dieselbe beginnt mit dem Aneinander

⁷⁾ Denn zwischen zwei leeren Punkten könnte es zwar (und müßte es) einen dritten geben, da dieser aber selbst ein leerer Punkt ist, so würde es zwischen demselben und jedem von den zwei ersten wiederum einen dritten leeren Punkt geben usw. in infinitum.

⁸⁾ Vgl. auch Th. d. a. § 19 S. 545: „Quantum extensionis dico summam $\tau\omega\upsilon$ Extra, quam distinctius etiam vocare licet numerum $\tau\omega\upsilon$ Extra absque distantia“.

⁹⁾ Vgl. darüber und über die übrigen formell möglichen Systeme der diskreten Geometrie meine angeführte Abhandlung in den „Annalen der Naturphilosophie“, Bd. IV S. 249 f.

¹⁰⁾ Die logischen Schwierigkeiten, die in dem Begriffe der einfachen Distanz zweier eine elementare Strecke bildenden realen Punkte liegen, habe ich endgültig behoben in meinen „Prinzipien der Metaphysik, I. Bd. 2. Abt usw.“ S. 437—445.

zweier realer Wesen und endet mit einer Reihe von leeren Punkten, für die das Dasein dieser realen Wesen in Wahrheit ein ganz gleichgültiges wird¹¹⁾. Ein so widerspruchsvolles Resultat konnte nur auf Grund widerspruchsvoller Schritte bei jener Konstruktion entstehen. In der Tat, die leeren Bilder der einfachen Wesen, deren sich Herbart dabei bedient, beruhen auf einem bloßen Wortspiel. Soll ich in dem Orte des realen einfachen Wesens A das reale Wesen B gegeben denken, so kann es sich hierbei nur um das wirkliche Gegebensein des B in A handeln, d. h. ich kann mir nur das wirkliche B in A denken, nicht ein leeres Bild des B. Die reine Möglichkeit des B in A ist also ein bloßes Wort und demnach auch die leeren Bilder von A und B¹²⁾.

Nicht besser steht es mit der kurzgefaßten Konstruktion der diskreten Geraden, die Herbart in den „Hauptpunkten der Metaphysik“ gibt. Denn obgleich viel einfacher, enthält sie doch ebenfalls die leeren Bilder. Sie beginnt mit dem Aneinander zweier realer Wesen (vgl. die Anm. 3) und fährt fort: „Behalte man das Aneinander; setze aber, da der Ort den Wesen zufällig ist, eins in den Ort des andern: so entsteht dem zweiten Wesen ein dritter Punkt (einfacher Punkt des einfachen Wesens). Der zweite Punkt liegt nun gerade zwischen dem ersten und dritten, weil für die letzten noch kein anderer Übergang vorhanden ist, als ganz und gar durch den zweiten. — Dasselbe aus demselben Grunde fortgesetzt: ergibt eine unendliche, starre, gerade Linie: zwischen je zwei bestimmten Punkten endlich teilbar; fähig, nach der entgegengesetzten Seite (welche bestimmt wird durch das mögliche Setzen des zweiten in den Ort des ersten) völlig auf gleiche Weise unendlich verlängert zu werden“ (Hp. d. M. § 7 S. 26). Indem Herbart das reale Wesen A an den Ort des Wesens B versetzt, bleibt der frühere Ort des A leer, und dieser leere Ort kann in Gedanken festgehalten werden nur als das leere Bild des A. Indem dann weiter das reale Wesen A an den neuen Ort des Wesens B gesetzt, dieses letztere um einen weiteren Ort nach vorwärts gerückt und dieser

¹¹⁾ Zwar behauptet Herbart, daß die starre Linie alle Bedeutung verliert und sich in eine ganz leere beziehungslose Einbildung verwandelt, wenn man von A und B ganz abstrahiert (A. M. § 253 S. 181), aber die Linie als solche ist für Herbart doch nur eine Summe von leeren einfachen Punkten.

¹²⁾ Wie schwer es Herbart fällt, die begriffliche Berechtigung der leeren Bilder plausibel zu machen, zeigen seine gewundenen Ausführungen darüber in A. M. § 245 S. 160.

Prozeß immer wieder erneuert wird, entsteht die starre Gerade als eine Reihe von leeren Bildern des A, während nach der vorigen Konstruktion das leere Bild des B den Anfangspunkt dieser Reihe bildete¹³⁾. Obgleich die gegenwärtige Konstruktion also eine viel einfachere ist, enthält sie doch dieselben Fehler wie die vorige.

Die Schwierigkeiten und die Fehler der Herbartschen Konstruktion des intelligiblen Raumes werden noch größer bei dem Übergang von dem ein- zu dem zweidimensionalen Raume, von der Geraden zur Ebene (der Gedanke der nichteuklidischen Geometrie liegt Herbart ganz ferne). Bei der Annahme von nur zwei realen Wesen A und B liegt keine Möglichkeit, aus dem Gebiete der diskreten Geraden herauszutreten. „Denn jeder Punkt unserer Linie stellt die Möglichkeit ihres Zusammen, je zwei nächste Punkte stellen das einfache Nicht-Zusammen, und jedes Paar getrennter Punkte jede beliebige Vervielfältigung des Nichtzusammen deutlich vor Augen. Umgekehrt, jede beliebige Entfernung des A und B ist eine Distanz auf der Linie AB“ (A. M. § 253 S. 181). Erst mit dem Gegebensein eines dritten realen Wesens C sind wir nicht nur berechtigt, sondern auch genötigt, die bisherige Konstruktion zu überschreiten, da C ein selbständiges Wesen ist und demnach nicht im mindesten an eine Konstruktion gebunden, deren Anlaß von A und B ausging (ib)¹⁴⁾. „Wir setzen also C außer der Linie AB: vorausgesetzt, es sei nicht zusammen, weder mit A noch mit B. Eigentlich haben wir noch keinen Zwischenraum zwischen C und den andern beiden; da jedoch schon der Begriff jeder beliebigen Entfernung, als eines solchen Nichtzusammen, aus welchem der Übergang ins Zusammen frei steht, aus dem vorigen bekannt ist; so kann auch die Frage: ob C mit A und B zugleich aneinander sein könne, umgangen, und C gleich in irgendwelche Entfernungen von beiden gestellt werden“ (A. M. § 253 S. 181 f.).

Diese Worte Herbarts enthalten den Grundfehler seiner Konstruktion der intelligiblen Ebene und zugleich einen von den Grundfehlern in der ganzen Konstruktion des intelligiblen Raumes. Muß

¹³⁾ Auch die Konstruktion der starren Geraden in Th. d. a. § 21 S. 546 fängt mit dem leeren Bild des A an.

¹⁴⁾ G. Hartenstein sagt in seinen „Problemen und Grundlehren der allgemeinen Metaphysik“ 1836, S. 318, abweichend von Herbart, daß das dritte reale Wesen C auch in der Linie AB gedacht werden könnte, ja daß diese Linie auch aus lauter realen Wesen bestehen könnte.

die Konstruktion der geraden Linie mit dem Aneinander zweier realer Wesen beginnen, dann muß offenbar auch die Konstruktion der Ebene mit dem Aneinander von drei realen Wesen beginnen¹⁵⁾. Herbart macht aber bei seiner Konstruktion der intelligiblen Ebene einen begrifflichen Sprung, indem er nicht von der Elementarstrecke zweier realen Wesen, sondern von der aus leeren einfachen Punkten bestehenden diskreten Geraden ausgeht, in der die realen Wesen einen gleichgültigen Ort besitzen. Dieser Sprung ist wiederum durch die fehlerhafte Konstruktion der Geraden selbst verschuldet. Wir verfolgen zunächst die Konstruktion der intelligiblen Ebene im einzelnen, und kommen dann auf deren Grundfehler noch einmal zurück.

Die Konstruktion der intelligiblen Ebene wird, wie gesagt, damit eingeleitet, daß C sofort in eine Entfernung von A und B gesetzt wird, die größer als das einfache Aneinander ist. Diese Entfernungen sollen nach Herbart fürs erste auch selbst starre Linien sein, wie es die Linie AB ist: „denn wir kennen noch keine andern Linien: und wir dürfen nicht springen“ (A. M. § 253 S. 182). Indem wir die Ausführungen Herbarts über die Sätze, daß zwei Gerade einen gemeinsamen Punkt haben, daß es nur ein Lot von einem Punkte außerhalb einer Geraden auf diese gibt, daß zwischen zwei Punkten nur eine Gerade möglich ist, daß zwischen zwei Punkten die Gerade die kürzeste Linie ist (A. M. §§ 253—256 S. 182—189), sowie die Sätze über die Parallelen, die Winkelsumme im Dreieck und die Ähnlichkeit der Dreiecke (A. M. § 257 S. 189—191) hier ganz beiseite lassen und von seinen im Zusammenhang mit diesen Sätzen dargelegten Ansichten über den Richtungsbegriff (welche zeigen, daß Herbart in bezug auf diesen letzteren Begriff nicht zur vollen Klarheit gelangt ist) nur das Allernotwendigste berücksichtigen, gehen wir gleich auf seine Konstruktion der stetigen Linie über.

Steht die den Punkt C mit dem Punkte A der Geraden AB verbindende Gerade senkrecht auf AB (Fig. 6), dann wächst die Größe der rechtshin abwärts vom Lote stehenden Hypotenusen (resp. der den Punkt C mit den rechts von A liegenden Punkten der diskreten Geraden AB verbindenden geraden Linien) mit der Mischung des

¹⁵⁾ Es ist interessant zu erwähnen, daß Hartenstein (a. a. O.) die Konstruktion der Linie AC mit einem Aneinander beginnt, er setzt aber C in dieses Verhältnis nur in bezug auf A.

Rechts in ihrer Richtung¹⁶⁾ (A. M. § 257 S. 189 im Zusammenhang mit § 256 S. 189 und § 255 S. 185 f.). Es entsteht nun die Frage, ob alle diese Hypotenusen möglich seien. Diese Frage zerfällt nach Herbart (A. M. § 259 S. 194) in zwei verschiedene Spezialfragen: ist jede einzelne Hypotenuse an sich und für sich allein möglich? können sie nebeneinander bestehen?

Die Antwort auf die erste Frage ist eine positive. Denn jede einzelne Hypotenuse liegt zwischen zwei gegebenen Endpunkten (dem Punkte C und einem Punkte auf AB) eingeschlossen und jede ist, nach dem pythagoreischen Lehrsatz¹⁷⁾, eine bestimmte Funktion der beiden Katheten, deren Richtungen in sie eingehen (A. M. § 259 S. 194—195). Da aber nach dem pythagoreischen Lehrsatz die Hypotenuse in den allermeisten Fällen inkommensurabel mit ihren Katheten ist, so können wir diese inkommensurablen Linien nicht mehr als starre Linien betrachten. Ist z. B. die Größe der Kathete $A\mu$ gleich 3 (d. h. enthält $A\mu$ drei Aneinander) und ebenso die der Kathete AC gleich 3, dann ist die Größe der Hypotenuse $\mu C = 3\sqrt{2} = 4,24$, die Hypotenuse μC enthält also vier einfache Aneinander und einen Bruchteil eines solchen, mit andern Worten, wir können in der Richtung der Linie μC , von μ angefangen, vier einfache Punkte hineinschieben, die im Verhältnis des einfachen Aneinander zueinander stehen, während der letzte dieser vier Punkte mit dem Punkte C nicht mehr im Verhältnis des einfachen Aneinander stehen, sondern teilweise in diesem Punkte liegen wird (da er ja nur dann ganz außerhalb desselben liegen würde, wenn ihre „Distanz“ gleich 1 wäre). Da es nunmehr unbestimmt ist, wo dieser Bruchteil des Aneinander auf einer inkommensurablen Hypotenuse liegen soll, so gibt es auf ihr keinen Teil, wo man ein echtes Aneinander zweier

¹⁶⁾ Der Einfachheit halber habe ich hier die Gerade AC senkrecht zu AB angenommen. Bei Herbart (A. M. § 254 S. 184 f.) ist sie zunächst geneigt zu AB angenommen (und Hartenstein verteidigt — a. a. O. Anmerkung S. 322 — ausdrücklich die letztere der ersteren Konstruktion gegenüber), und erst nachträglich wird die Senkrechte AC als reine von AB unabhängige Richtung deduziert (A. M. § 255 S. 185 f.).

¹⁷⁾ Den Beweis des pythagoreischen Lehrsatzes aus der Ähnlichkeit der Dreiecke erwähnt Herbart A. M. § 174 S. 31 und gibt noch einen besonderen Beweis auf Grund der Differentialrechnung in § 175 S. 33 f. In § 259 S. 195 bemerkt Herbart ausdrücklich, „daß Differentiale nicht zu verwechseln sind mit dem Aneinander im Raume“.

Punkte setzen könnte, es ist also die ganze Linie an jeder Stelle als fließend zu betrachten (A. M. § 261 S. 199), jede inkommensurable Hypotenuse ist also eine stetige Linie¹⁸⁾.

Auf die zweite Frage ist die Antwort ebenfalls eine positive. Denn wäre sie negativ, dann entstünde die Frage, welche von den Hypotenusen zu behalten und welche zu verwerfen sei? „Denn wenn jede, einzeln genommen, und für sich, möglich ist: wo ist denn ein Grund des Vorzugs, den eine vor den andern gelten machen könnte? (A. M. § 260 S. 196.)

An diese Konstruktion der stetigen Geraden knüpft Herbart die Konstruktion der stetigen Kreislinie und der stetigen Ebene an. Die erste von diesen Konstruktionen geht von dem Satze aus, daß es, im Gegensatz zu dem Aneinander als der kleinsten Strecke, keinen kleinsten Winkel gibt, weil alle Punkte der Linie AB mit C (Fig. 6) geradlinig verbunden sind und man unendlich viele Hypotenusen durchlaufen muß, um von CA zu CD, der Parallelen zu AB zu gelangen. Der Winkel zwischen CD und der Hypotenuse wird

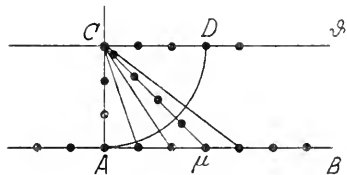


Fig. 6.

dabei immer kleiner, und wer glauben würde, dabei einen kleinsten Winkel erreicht zu haben, der braucht nur noch ein einziges Aneinander mehr auf der Tangente AB (AB ist Tangente des Winkels

¹⁸⁾ Noch klarer unterscheidet Herbart in Th. d. a. (vgl. auch L. z. E. § 160) den Begriff der Distanz zweier festen Punkte von dem Begriffe der „Größe der Ausdehnung“ (quantum extensionis). „Quantum extensionis — probe distinguendum esse contendo a distantia quacunque“ (§ 19 S. 545). „Intervallum, sive distantia determinata, pendet a punctis distantibus.“ (§ 20 S. 545). „Concurrunt sane duae notiones, scilicet intervalli et quanti extensionis, quarum neutra pendet ab altera, sed utraque per se est definienda“ (§ 21 S. 546). Um das Widersprechende, das in dem Begriffe der stetigen Linie liegt, wenn deren Größe durch das quantum extensionis ausgedrückt wird, hervorzuheben, setzt Herbart die inkommensurable Distanz $a + b\sqrt{-1}$, worin a das quantum extensionis und $b\sqrt{-1}$ ($\sqrt{-1}$ ist das Zeichen des Widerspruchs) den Bruchteil des Aneinander bedeutet (§ 21 S. 547). Der Begriff der stetigen Linie entsteht durch Aufhebung des Unterschieds zwischen Distanz und dem quantum extensionis („Neglecto discrimine inter quantum extensionis et intervallum, exoritur continuum geometricum“ § 22 S. 547).

DCA resp. auf ihr liegen die Tangenten der Winkel μ CA, wenn μ als beweglicher Punkt gedacht wird) zurückzulegen, um einen kleineren zu finden (A. M. § 258 S. 192).

Zu dem Winkel gehört die Kreislinie. Auf jeder der Hypotenusen, die offenbar desto dichter liegen, je größer sie werden, läßt sich ein Radius der Kreislinie abschneiden, so daß diese ebenso viele Punkte enthalten wird, wie viele Radien es gibt. Der Bogen des Quadranten DCA enthält somit unendlich viele Punkte, die nicht gleich dicht liegen. „Da jedoch die ungleiche Dichtigkeit der Punkte auf dem Bogen lediglich davon abhängt, welchen Radius man als den ersten, oder als Lot auf die Tangente betrachte: und dies bei allen Radien gleich möglich ist: so versteht sich von selbst, daß man jene ungleiche Drehung, welche aus dem gleichmäßigen Fortschritte auf der Tangente entsteht, durch Abstraktion beiseite setzt: und den Winkel sich gleichmäßig öffnen läßt. Gewiß aber ist nun keine Öffnung die kleinste, sondern jede solche Drehung, welche einem bestimmten Aneinander entspricht, ist schon zu groß, und muß als ein Sprung angesehen werden. Die Kreislinie besteht also gar nicht aus Punkten, wenn sie auch daraus entsteht; denn diese Punkte fließen so vollkommen ineinander, daß an gar keine Sonderung derselben zu denken ist.“ (A. M. § 258 S. 193.) Auf diese Weise entsteht die Kreislinie als eine absolut kontinuierliche Linie, in der die Punkte überall gleich dicht verteilt sind: „und man hat hier das eigentlichste Continuum, das nur irgend vorkommen kann“ (ib.).

Die Konstruktion der stetigen Ebene stellt eine Synthese der beiden vorhergehenden Konstruktionen der stetigen Geraden und der stetigen Kreislinie dar. Die Richtungen des ersten Quadranten in Fig. 6 sind gemischt aus unterwärts und rechts (der Richtung CA und der Richtung AB), die des zweiten aus oberwärts und rechts, die des dritten aus oberwärts und links und die des vierten aus unterwärts und links, wenn AC und CD über C und AB über A fortgesetzt gedacht werden (A. M. § 262 S. 199 f.)¹⁹⁾. „Es ist nun klar, daß der Mittelpunkt (C) des Kreises zwiefach ein-

¹⁹⁾ Vgl. auch Hartenstein, a. a. O. S. 329 f. Hartensteins Konstruktion der Ebene weicht von derjenigen Herbarts insofern ab, inwiefern er die Stetigkeit der Hypotenusen in Fig. 6 erst nachträglich berücksichtigt und aus dieser Figur zunächst einen Kreis mit unendlich großen Durchmessern resp. die unendliche in sich zurücklaufende Kreislinie gewinnt.

geschlossen ist. Er liegt mitten auf zwei Durchmessern zugleich, nämlich auf den beiden, deren einer das Rechts und Links, der andere das Unterwärts und Oberwärts darstellt. Er liegt also auch mitten zwischen den vier Endpunkten: und überhaupt zwischen je zwei Punkten, die man rechts und links, oben und unten annehmen möchte. Es ist aber leicht, diese von zweien Durchmessern auf unendlich viele auszudehnen“ (A. M. § 262 S. 200.) Daß in dem Kreise unendlich viele konzentrische Kreislينien bestehen, folgt unmittelbar aus der möglichen Verkürzung des Radius (ib.): auch liegt jede Sehne innerhalb des Kreises (A. M. § 262 S. 201), und es läßt sich jede Figur innerhalb des Kreises zeichnen (A. M. § 262 S. 202). „Die Möglichkeit aller geraden Linien zwischen irgendwelchen Punkten der Figur ist alsdann durch den Kreis und seine Sehnen dergestalt vorgezeichnet, daß alle neuen Konstruktionen nur die vorigen wiederholen. Und diese gesamte, schon vorrätige Möglichkeit, welche aus der Mischung zweier Richtungen hervorging, ist die Ebene.“ (ib.)

Wir betrachten nunmehr zunächst Herbarts Konstruktion der stetigen Geraden. Daß jede von den Hypotenusen in Fig. 6 als eine wirklich bestehende Linie anzusehen ist, hat Herbart richtig eingesehen. Daß aber die inkommensurablen unter ihnen als stetige Geraden anzusehen sind, ist eine ganz falsche Schlußfolgerung, die nur aus dem oben erwähnten Grundfehler seiner Konstruktion des zweidimensionalen Raumes entspringt. Wenn wir das reale Wesen C nicht in eine beliebige Entfernung von A setzen, sondern auch hier mit dem Aneinander beginnen, dann läßt sich C entweder nur mit A, oder sowohl mit A wie mit B in das Verhältnis des Aneinander bringen, wobei A und B selbst als in diesem Verhältnisse stehend gedacht werden müssen.

Im ersten Falle sind zwei Spezialfälle zu unterscheiden: entweder wird C auf derselben Geraden, nur in entgegengesetzter Richtung in bezug auf A, liegen, die A und B bilden (Fig. 7), oder die Elementargeraden AC und AB werden einen Winkel so



Fig. 7.

bilden, daß ein Dreieck ABC entsteht, in dem die Seite CB größer ist als das einfache Aneinander (Fig. 8). Da der reale Punkt C in dieser Figur, wenn wir in diesem Spezialfalle



Fig. 8.

bei dem bloßen Dreiecke bleiben würden, verschieden entfernt von B gedacht werden könnte, seine Entfernung von diesem

also eine unbestimmte wäre, so müssen wir hier einen vierten Punkt D hinzufügen, und zwar selbstverständlich so, daß er sich wiederum nur mit B und C im Verhältnis des Aneinander befindet. Dann brauchen wir nur noch vorauszusetzen, es sei $BC=AD$ und die Unbestimmtheit der Entfernung des C von B (und des D von A) hat aufgehört (Fig. 9). Durch Hinzufügung neuer realer Punkte in derselben Weise werden neue einfache Quadrate (denn Fig. 9 stellt offenbar ein einfaches Quadrat dar) entstehen, und zwar so, daß um einen Punkt herum vier solche Quadrate gegeben sind:



Fig. 9.

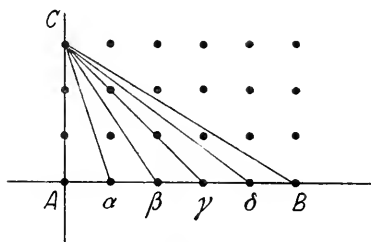


Fig. 10.



Fig. 11.

auf diese Weise entsteht die quadratische Ebene (Fig. 10), die die eine der zwei möglichen Formen²⁰⁾ des ausgebreiteten diskreten zweidimensionalen Raumes darstellt.

Im zweiten Falle bekommen wir zunächst ein gleichseitiges Dreieck (Fig. 11), in dem jede Seite eine Elementargerade darstellt, es ist dies also das einfachste Dreieck, das sich denken läßt. Dieses einfache Dreieck stellt zugleich den einfachsten zweidimensionalen Raum dar (dem ich den Namen des unausgebreiteten zweidimensionalen Raumes gebe). Durch Hinzufügung neuer realer Punkte in der Weise, daß jeder solche Punkt mit zwei von den schon gegebenen aneinander ist, werden neue einfache Dreiecke entstehen, und zwar werden dabei um einen Punkt herum sechs solche Dreiecke liegen: auf diese Weise entsteht die dreieckige Ebene, welche die zweite mögliche Form des ausgebreiteten zweidimensionalen Raumes darstellt (vgl. Fig. 12).

Wir haben der Einfachheit halber die dreieckige und die quadra-

²⁰⁾ Die dritte mögliche Form, die dreieckig-quadratische (vgl. über dieselbe den Anhang „Elemente der neuen Geometrie“ zu meinen „Prinzipien der Metaphysik, I. Bd. I. Abt.“ 1904, S. 384), lassen wir hier außer Betracht.

tische Ebene soeben auf Grund der Herbartschen Voraussetzung deduziert, daß zwei reale Punkte, die aneinander liegen, eine elementare Raumstrecke bilden können. Da dies, wie wir wissen, nicht der Fall sein kann, so müssen wir jene Deduktion insofern berichtigen, inwiefern wir hinzufügen müssen, daß die Berührung zweier eine Elementargerade bildenden realen Punkte nicht in absolutem, sondern nur in räumlichem Sinne eine unmittelbare sein kann (d. h. diese Berührung ist die kleinstmögliche im Raume). Nur ein Blick auf die Fig. 10 und 12 zeigt uns nun, daß es in diskretem Raume

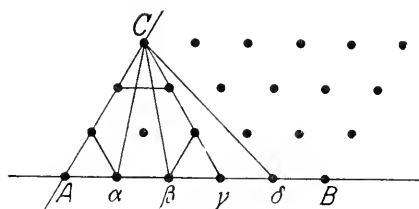


Fig. 12.

außer den Elementargeraden, deren reale Punkte in der Distanz 1 voneinander abstehen, auch solche gibt (z. B. $C\alpha$, $C\beta$, $C\delta$), deren Punkte in einer mehr als 1 betragenden Distanz voneinander abstehen: im Gegensatz zu der unmittelbaren Berührung der Punkte jener ersten nennen wir die Berührung der Punkte (denn um Berührung handelt es sich in beiden Fällen in dem Sinne, daß es zwischen zwei solchen Punkten keinen dritten im Raume gibt) dieser zweiten Elementargeraden die mittelbare²¹⁾. Steht aber einmal dieser Unterschied zwischen unmittelbaren und mittelbaren Berührungen der realen Punkte im diskreten Raume fest, dann ist es klar, daß die Hypotenusen rechts von AC in Fig. 10 und 12 wirkliche Geraden sind, deren Elementargeraden entweder mittelbare oder unmittelbare Berührungen darstellen (so besteht die Hypotenuse $C\gamma$ in Fig. 12

²¹⁾ Mittelbar nenne ich diese Berührung deshalb, weil sie für sich nicht bestehen könnte, sondern durch die unmittelbare vermittelt ist. Auch kann man die unmittelbare Berührung, da ihr ein realer außerräumlicher Punkt entspricht, die reelle nennen, während im Gegensatz dazu die mittelbare als imaginär zu bezeichnen ist, welche Namen dann auch auf die entsprechenden Elementargeraden und die aus diesen bestehenden Geraden zu übertragen sind. Vgl. darüber meine „Prinzipien der Metaphysik usw. I. Bd. I. Abt.“ 1904, S. 266 f.

aus Elementargeraden, deren Berührungen unmittelbare sind, während die Hypotenusen $C\alpha$, $C\beta$ und $C\delta$ in beiden Figuren Elementargeraden mit mittelbaren Berührungen sind, die Hypotenuse $C\gamma$ in Fig. 10 aus solchen Elementargeraden zusammengesetzt ist). Da nun eine mittelbare Berührung ihrer Größe nach in bezug auf die unmittelbare Berührung nach dem pythagoreischen Lehrsatz sowohl kommen-surabel wie inkommensurabel sein kann (so ist $C\alpha$ in Fig. 10 gleich $\sqrt{10}$, $C\delta = 5$), so gilt dasselbe auch für die Hypotenusen in bezug auf die Katheten. Hieraus müssen wir umgekehrt schließen, daß Herbarts Behauptung, die inkommensurablen Hypotenusen seien, im Gegensatz zu den Katheten, als diskreten Geraden, als stetige Linien aufzufassen, eine vollkommen grundlose ist und nur als ein aus dem Grundfehler seiner Konstruktion des zweidimensionalen Raumes entspringender Irrtum anzusehen ist. Sobald einmal die Existenz der mittelbaren Berührung im diskreten Raume anerkannt ist²²⁾, sind die Hypotenusen darin, und zwar sowohl die kommensurablen wie die inkommensurablen, als diskrete Linien vorhanden.

Ist aber einmal die Diskretheit der Hypotenusen in Fig. 10 und 12 anerkannt, dann ist es unmittelbar klar, daß von dem Gegebensein einer Kreislinie in diesen Figuren keine Rede sein könne. Denn auf den Hypotenusen rechts von AC lassen sich offenbar von C aus keine dem CA gleiche Radien abschneiden, da die Endpunkte dieser Radien zwischen zwei eine imaginäre Elementargerade bildende reale

²²⁾ Die Schwierigkeit, die Existenz dieser Berührung anzuerkennen, rührt nur von der Gewohnheit unseres gewöhnlichen Vorstellens her, zwischen zwei Punkten des Raumes, die voneinander entfernt sind, stets andere Punkte resp. eine stetige geradlinige Strecke hineinzuschieben. Sobald wir uns aber dieser Gewohnheit bei zwei sich unmittelbar berührenden Punkten ent schlagen haben, liegt kein Grund mehr vor, bei den mittelbar sich berührenden ihr noch anzuhängen. Nur der Grundfehler, den Herbart bei seiner Konstruktion des zweidimensionalen Raumes begeht, zwingt ihn, dieser Gewohnheit insofern anzuhängen, inwiefern er zwischen zwei solchen Punkten zunächst eine starre, und da dies nicht immer gelingen will, eine stetige Linie hineinschiebt. Der Abstand zweier sich berührender Punkte im diskreten Raume muß eben begrifflich als ein reines Verhältnis aufgefaßt werden. Daß man auch im kontinuierlichen Raume den Abstand zweier Punkte als ein reines Verhältnis auffassen und wie man darauf eine Definition der Geraden gründen kann, vgl. darüber H. Schotten, „Inhalt und Methode des planimetrischen Unterrichts“ I. Bd. 1890, S. 302 und 305 f.

Punkte fallen würden, zwischen zwei solchen Punkten aber keine realen Punkte mehr im diskreten Raume existieren. Daß aber mit dem Fortfall der Kreislinie auch die stetige Ebene fortfällt, ist ohne weiteres klar²³).

Herbarts Konstruktion der intelligiblen Ebene enthält aber auch einen inneren Widerspruch, der aus dem Grundfehler dieser Konstruktion entspringt. Nach ihm lassen die Konstruktionen der stetigen Geraden, der stetigen Kreislinie und der stetigen Ebene nicht den mindesten Zweifel darüber übrig, „daß auch diejenigen Begriffe, in denen das Widersprechende der Kontinuität seinen Sitz aufschlägt, noch ebenso fest und regelmäßig zusammenhängen als andere, die keinem Bedenken unterliegen. Daher nun ist das Continuum, wenn nicht dessen Ansprüche über die natürlichen Grenzen hinaus getrieben werden, auch gar kein Gegenstand des Tadels: vielmehr eine für Geometrie und Metaphysik ganz unentbehrliche Vorstellungsart“ (A. M. § 261 S. 197). Allen diesen Konstruktionen soll aber diejenige der starren Linie zugrunde liegen und ohne dieselbe logisch (oder metaphysisch) nicht denkbar sein. Dieser Forderung wird Herbart bei der Konstruktion der stetigen Geraden noch gerecht, weil ja solche Geraden als Hypotenusen in den rechtwinkligen Dreiecken (der Fig. 6) auftreten, deren Katheten diskrete Geraden sind. Bei den beiden andern Konstruktionen wird ihr aber Herbart untreu, wodurch dieselbe in Wahrheit auch bei der ersten Konstruktion aufgehoben wird. Indem Herbart die stetige Kreislinie als eine überall gleich dichte Menge von (einander teilweise durchdringenden) Punkten auffaßt, geht darin der Begriff der starren Linie und der mit ihr im Zusammenhang stehende Begriff der ungleichmäßigen Öffnung des Winkels (μCA in Fig. 6) ganz verloren, es wird an Stelle der ungleich dichten Kreislinie, die offenbar einzig und allein aus dem Festhalten an der deren Konstruktion zugrunde gelegten starren Linie resultieren würde, in völlig willkürlicher und unmotivierter Weise die überall gleich dichte Kreislinie untergehoben. Aus dieser folgt dann die stetige Ebene, die ebenfalls eine überall gleich dichte Menge von (teilweise einander durchdringenden) Punkten ist, in

²³) Interessant ist es zu erwähnen, daß Hartenstein (a. a. O. S. 341) die Möglichkeit einer von der Herbartschen abweichenden Konstruktion der Ebene ausdrücklich ablehnt.

der aber die starren Linien vollständig aufgehoben sind. Und indem so Herbart die starre Gerade in der stetigen Ebene vollkommen aufhebt, steht seine Konstruktion der Ebene in ihrer Vollendung mit dem Ausgangspunkte dieser Konstruktion im Widerspruch, und dies ist der oben erwähnte innere Widerspruch, den wir in dieser Konstruktion aufweisen wollten.

Obgleich nun in der stetigen Ebene die starre Linie nicht mehr besteht, so ist doch eine begriffliche Spur dieser Linie indirekt auch darin insofern vorhanden, inwiefern der spezifische Widerspruch resp. die spezifische Eigenschaft, die nach Herbart dem Continuum zukommt, nur auf Grund des Begriffs der starren Linie verständlich ist. Es ist dies der Widerspruch der teilweisen Durchdringung einfacher Punkte des Continuums, ein Widerspruch, zu dem Herbart nur gelangt, indem er die imaginären Hypotenusen in Fig. 6 aus denselben reellen Elementargeraden konstruieren will, aus denen die reellen Katheten bestehen, der aber in dem streng gefaßten Begriffe des räumlichen Continuum gar nicht anzutreffen ist. Daß in dem stetigen Raume, wenn derselbe rein für sich betrachtet wird, und nicht auf einen diskreten Raum in unerlaubter Weise aufgefropft wird, keine Notwendigkeit für eine partiale Durchdringung der einfachen Punkte vorliegt, läßt sich leicht nachweisen. Wird der stetige Raum, z. B. die stetige Gerade, als ein Continuum in absolutem Sinne betrachtet, d. h. als ein Continuum, in dem die ausgedehnten Teile nicht voneinander getrennt sind (vgl. Fig. 13), dann sind in demselben

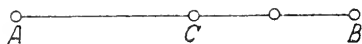


Fig. 13.



Fig. 14.

keine wirklichen einfachen Punkte gegeben (wir können uns solche darin nur in fiktiver Weise denken, daher sind sie in Fig. 13 durch leere Kreise dargestellt), hier kann also von einer partialen Durchdringung der Punkte keine Rede sein. Wird der stetige Raum aber als ein Continuum in relativem Sinne betrachtet, d. h. als ein inkonsekutives Diskretum (d. h. als ein Raum, in dem die ausgedehnten Teile voneinander — durch einfache Punkte — getrennt sind²⁴⁾), dann sind in demselben zwar wirkliche ein-

²⁴⁾ Vgl. darüber meine Schrift „Die typischen Geometrien und das Unendliche“. Heidelberg 1907, S. 5 f.

fache Punkte vorhanden, aber zwischen zwei solchen Punkten ist stets ein dritter (und eine unendliche Menge von solchen) vorhanden²⁵⁾, nirgends kommen also die einfachen Punkte selbst miteinander in Berührung, und von einer partialen Durchdringung derselben kann wiederum keine Rede sein (vgl. Fig. 14, in der die wirklich zu denkenden Punkte durch erfüllte Kreise dargestellt sind).

Wir kommen schließlich auf Herbarts Konstruktion des dreidimensionalen Raumes zu sprechen. Wie die Konstruktion des zweidimensionalen von einem dritten realen Wesen C ihren Ausgangspunkt nahm, so fängt die der dreidimensionalen mit einem vierten realen Wesen D an, welches außerhalb der konstruierten Ebene zu verlegen ist. Die Linie AD braucht nicht mehr wie AC eine starre Linie zu sein, da uns stetige Linien schon gegeben sind. Auch der Begriff des Lotes ist uns bekannt. „Und es versteht sich nun von selbst, daß ein Lot von D auf die Ebene, wo es im Punkte P eintreffen mag, zugleich auf allen Radien des Kreises um P senkrecht stehen muß, damit es dem ganzen System der in der Ebene möglichen Richtungen fremd sei. — Dem Punkte D ist es zufällig, nur mit A in der Ebene gradlinig verbunden zu sein. Jeder Punkt in beliebiger Entfernung von P, demnach jeder Punkt eines Kreises um P, kann ebenso gut mit D durch eine Gerade verknüpft werden. Dies macht D zur Spitze eines Kegels; oder vielmehr aller möglichen Kegel für alle mögliche konzentrische Kreise um P.“ (A. M. § 263 S. 202 f.) Vom Kegel ist der Übergang zur Kugel analog wie beim Kreise zu machen, und der dreidimensionale Raum als das vollkommene Continuum ist gewonnen.

Es ist leicht einzusehen, daß sich bei dieser Konstruktion der Grundfehler der Konstruktion des zweidimensionalen Raumes wiederholt. Denn es muß offenbar auch hier von dem Auseinander des realen

²⁵⁾ Auch die fiktiven Punkte der Fig. 13 sind so verteilt, daß zwischen zwei Punkten stets ein dritter resp. eine unendliche Menge von solchen vorhanden ist. Der einzige Unterschied, der in dieser Hinsicht zwischen Fig. 13 und 14 gefunden werden könnte, besteht vielleicht darin, daß die Mächtigkeit der fiktiven Punktmenge der Fig. 13 jedes bestimmte Alef überschreitet, während die Mächtigkeit der reellen Punktmenge der Fig. 14 einem bestimmten Alef entspricht. Über den Begriff der Mächtigkeit des Continuum, sowie über das Raum- und Zahlcontinuum vgl. meine Schrift „Die typischen Geometrien und das Unendliche“ 1907, S. 76–87.

Wesens D mit A, B und C ausgegangen werden. Hier sind nun drei Fälle zu unterscheiden: entweder steht D nur mit einem, oder mit zwei oder mit all den drei realen Wesen im Verhältnis des Aneinander. Von den verschiedenen Spezialfällen, die in jedem von diesen drei Fällen möglich sind, erwähnen wir hier nur die wichtigsten. Die vier realen Wesen oder Punkte können entweder eine Gerade bilden, oder ein regelmäßiges einfaches Tetraeder, oder ein unregelmäßiges Tetraeder, in dem sich D nur mit A unmittelbar berührt, von B und C aber gleich entfernt ist und in dem A, B und C ein gleichschenklighrechtwinkliges Dreieck bilden (wie ein solches Fig. 8 darstellt), oder schließlich ein unregelmäßiges Tetraeder, in dem sich D mit all den drei Punkten A, B, C dieses gleichschenklighrechtwinkligen Dreiecks unmittelbar berührt. Da aus regelmäßigen Tetraedern der dreidimensionale Raum nicht (lückenlos) zusammengesetzt werden kann, so führt der zweite von diesen vier Spezialfällen zu keinem dreidimensionalen ausgebreiteten Raume ²⁶⁾. Dagegen ergeben, durch Hinzufügung neuer Punkte zu den Punkten des Dreiecks ABC in der Ebene dieses Dreiecks sowie durch Setzung neuer quadratischer Ebenen im Zusammenhang mit D, der dritte und der vierte Fall je eine selbständige Form des dreidimensionalen ausgebreiteten Raumes ²⁷⁾. Konstruiert man den diskreten dreidimensionalen Raum aber in dieser Weise, dann ist es ohne weiteres klar, daß hier ebenso wenig wie in dem zweidimensionalen Raum vom Vorkommen stetiger gerader und krummer Raumgebilde die Rede sein könne.

Nachdem Herbart mit der Konstruktion des dreidimensionalen Raumes fertig geworden und nachdem sich ihm als Resultat dieser Konstruktion ergeben hat, daß der intelligible Raum ebenso wie der sinnliche ein stetiger sei, erhebt er die Frage, ob der Unterschied zwischen diesen Räumen nicht vielleicht darin zu suchen sei, daß der intelligible eine beliebige Anzahl von Dimensionen besitze, während der sinnliche nur drei solche habe. Auf den ersten Blick scheint es ja, sagt Herbart, daß das Verfahren, das wir bei der bisherigen Kon-

²⁶⁾ Vgl. darüber den Anhang „Elemente der neuen Geometrie“ zu meinen „Prinzipien der Metaphysik“ I. Bd. I. Abt. 1904, S. 406 f.

²⁷⁾ Dies sind der quadratische resp. kubische und der unrein-oktaedrische ausgebreitete dreidimensionale Raum. Vgl. über dieselben den Anhang „Elemente der neuen Geometrie“ zu meinen „Prinzipien der Metaphysik“ I. Bd. I. Abt. 1904, S. 409 f. und 432 f.

onstruktion verwendet, sich beliebig wiederholen lasse, den vier realen Wesen A, B, C, D sich ein fünftes E hinzufügen lasse usf. (A. M. § 264 S. 204). Diese Erweiterung des Verfahrens lehnt aber Herbart ab und sucht nachzuweisen, daß der intelligible Raum ebenso wie der sinnliche nur drei Dimensionen haben könne, und zwar deshalb, weil die versuchte Erweiterung in die schon vorhandene Konstruktion zurückfallen soll (ib.).

Es kommt nämlich, nach Herbart, nicht bloß darauf an, „von einer Linie AE zu reden, und zu fordern, sie solle eine neue sein, sondern darauf, das Neue mit dem Alten in Verbindung zu bringen. Nun ist es zwar sehr leicht, den Punkt E außerhalb der Kugel um A zu setzen“ (A. M. § 264 S. 204). Dies kann man aber nicht, „weil A völlig eingehüllt ist von der umgebenden Kugel. — — Diese Umhüllung des Punktes fand bei den vorigen Dimensionen nicht statt. A lag auf der Linie AB zwar zwischen zwei Punkten — —. Aber diese Einschließung war behaftet mit dem Gegensatze des Rechts und Links; sie lief nicht in sich selbst zurück. Späterhin mochte man in der Ebene A zum Mittelpunkte des Kreises annehmen: alsdann war freilich A rings umgeben; aber die Radien, auf welchen man zu A gelangen konnte, lagen nur zwischen zwei andern; und auf sie ging nun das Rechts und Links der Linie hinüber, so daß man den Kreis rechtshin und linkshin durchlaufen kann. So lange nun der Weg zu A nicht rings umschlossen war, ließ derselbe sich abändern. Man kann den Radius eines Kreises aufwärts und niederwärts bewegen, ohne dadurch eine der Richtungen, die im Kreise schon gegeben sind, zu wiederholen. Allein in der Kugel kann jeder Radius als jenes Lot angesehen werden, welches mit einem kegelförmigen Mantel zusammenfällt. — — Versucht man nun den Radius irgendwie zu bewegen: so fällt er in den Mantel; dort aber wird er wiederum die Achse für einen neuen, ihn umgebenden Mantel; und so fort: daher seine Lage sich gar nicht dergestalt verändern läßt, daß sie nicht einen Teil der schon gemachten Konstruktion wiederholen sollte. — Darum kommt zu dreien Dimensionen des Raumes keine vierte“ (A. M. § 264 S. 205 f.).

Daß der vorgetragene Beweis für die notwendige Dreidimensionalität des Raumes ein Scheinbeweis ist, läßt sich gerade auf Grund der speziellen Gründe, die Herbart dabei verwendet, leicht nachweisen. Der Punkt A soll in dem zweidimensionalen Raume nicht

so rings herum eingeschlossen sein, daß kein Weg außerhalb dieses Raumes mehr zu ihm führt, wie dies in dem dreidimensionalen der Fall sein soll. Herbart selbst hebt aber hervor, daß in der Ebene der Punkt A von den unendlich vielen Punkten der Kreislinie, deren Mittelpunkt er ist, rings umgeben ist. Ist dem aber so und geht das Rechts und Links der einfachen Punkte in der Geraden (dem eindimensionalen Raume) auf die Radien des Kreises in der Ebene über — sodaß jeder Radius im zweidimensionalen Raume ebenso zwischen zwei Radien liegt, wie der Punkt in dem eindimensionalen zwischen zwei Punkten —, darn ist es leicht einzusehen, daß das Rechts und Links der Radien in dem zweidimensionalen Raume auf die Ebenen der größten Kreise, die durch den Mittelpunkt der Kugel in dem dreidimensionalen Raume hindurchgehen, übergeht. Wie nun das Ringsumschlossensein der einfachen Punkte in der Ebene die Radien des Kreises nicht verhindert, außerhalb der Ebene sich zu erheben und zu bewegen, ebensowenig kann das Ringsumschlossensein der Radien in dem dreidimensionalen Raume die Ebenen der größten Kreise der Kugel (und deren Radien) verhindern, sich außerhalb des dreidimensionalen Raumes in die vierte Dimension zu erheben. Und es ist leicht einzusehen, daß dem stetigen Raume in analoger Weise eine beliebige Anzahl von Dimensionen zugeschrieben werden könne ²⁸⁾.

Auf den obigen Scheinbeweis für die Dreidimensionalität des Raumes wäre Herbart gar nicht verfallen, wenn er in seiner Konstruktion des intelligiblen Raumes nicht den Grundfehler begangen hätte, den wir schon mehrere Male erwähnt haben. Hätte Herbart bei der Hinzufügung des dritten realen Wesens C zunächst an das Aneinander dieses Wesens mit A und B, und bei der Hinzufügung des vierten Wesens D an das Aneinander desselben mit all den dreien A, B und C gedacht, so hätte er gleich eingesehen, daß dem Aneinander des fünften Wesens E mit all den vieren A, B, C, D gleichzeitig nichts im Wege steht und stehen kann (denn hier ist kein vorrätiger stetiger Raum da, der durch seine Dreidimensionalität etwa diese letztere Hinzufügung verhindern könnte; auch ist hier kein Umschlossensein eines Punktes von andern vorhanden,

²⁸⁾ Einen andern Scheinbeweis für die notwendige Dreidimensionalität des Raumes hat Lotze geliefert. Vgl. dessen „Metaphysik“ 2. Aufl. 1884, § 135 S. 257—261.

auch keine Radien, keine Kreisl Linie und keine Kugel, die uns täuschen könnten), daß zu den fünf ein sechstes in derselben Weise hinzugefügt werden könne usw., daß somit ein n -dimensionaler unausgebreiteter diskreter Raum eine nicht zu leugnende logische Möglichkeit darstellt. Freilich zieht die Möglichkeit des n -dimensionalen unausgebreiteten nicht diejenige des ausgebreiteten diskreten Raumes nach sich, dieser letztere kann die Zahl von vier Dimensionen nicht überschreiten ²⁹⁾.

II.

Die Fehler, die Herbart in seiner Konstruktion des intelligiblen Raumes begeht, werden uns in letzter Instanz verständlich aus der Stellung, die Herbart dem intelligiblen Raume in bezug auf die Wirklichkeit anweist. Wäre der intelligible Raum die objektive Form der Welt der Realen selbst, wie dies sein Name uns auf den ersten Blick nahelegen könnte, so hätte Herbart in seiner Konstruktion viel strenger verfahren, er hätte keine Widersprüche in dem Begriffe des intelligiblen Raumes zugelassen. Da aber nach Herbart dem intelligiblen Raum keine objektive Wirklichkeit in dem eben angegebenen Sinne zukommt, so war in seinem Konstruieren auf diesem Gebiete gleichsam von vornherein der Willkür Tür und Tor geöffnet.

Damit kommen wir auf den zweiten Teil unserer Abhandlung, auf die Frage nach der objektiven Realität des intelligiblen Raumes. Auf diese Frage läßt sich auf Grund der Herbartschen Ausführungen in der „Allgemeinen Metaphysik“ (und den andern oben angeführten Schriften) eine ganz bestimmte, unzweideutige Antwort geben. Der sinnlich gegebene Raum ist nach Herbart eine rein subjektive Vorstellung, die auf Grund des psychischen Mechanismus der Seele ent-

²⁹⁾ In meinen „Prinzipien der Metaphysik“ I. Bd. I. Abt. 1904, sowie in dem Anhang zu diesem Bande, den „Elementen der neuen Geometrie“ habe ich noch die fünfte und die sechste Dimension des ausgebreiteten Raumes gelehrt, in einer Zusatzbeilage zu diesem Buche aber diesen Irrtum berichtigt. Vgl. auch meinen Brief an den Herausgeber des „The Monist“ im Oktoberheft 1907, p. 630. Daß der ausgebreitete Raum nicht mehr denn vier Dimensionen haben kann, während der unausgebreitete in dieser Hinsicht keiner Beschränkung unterliegt (worin die logische Ursprünglichkeit dieser letzteren im Verhältnis zu der ersteren Raumform ihren Ausdruck findet), ist eins der schönsten Resultate der neuen Raumlehre.

steht ³⁰⁾. Der intelligible Raum aber ist keine Vorstellung, keine Anschauung, sondern ein Begriff, ein Begriff, dem zwar kein objektives Korrelat entspricht und in diesem Sinne rein subjektiv, aber ein Begriff, dem eine Objektivität in dem Sinne zukommt, daß er ein denknotwendiger Begriff sei, daß ihn jede menschliche, ja jede Intelligenz überhaupt bilden muß, wenn sie versucht, die objektiven Realen in einer Gemeinschaft gegeben zu denken. Wir wollen im folgenden zunächst die wichtigsten Stellen aus Herbart für seine Behauptung, daß der intelligible Raum keine objektive Gemeinschaftsform der Realen selbst sei, anführen.

Der allgemeinste Grund für diese letztere Behauptung liegt in der allgemein-ontologischen Lehre Herbarts, wonach die Relationen die einfachen Realen als solche gar nichts angehen: da der intelligible Raum ein Netz von Relationen ist, so kann auch ihm keine objektive Wirklichkeit zukommen (vgl. insbesondere die Ausführungen A. M. § 265 S. 206 f., wo es heißt, daß die Größe als solche nur eine Form der Zusammenfassung sei).

Der Ort als der erste Grundbegriff des Raumes ist ein rein subjektiver Begriff. Das einzelne reale Wesen als solches hat mit dem Begriffe des Ortes nichts zu tun, es ist im strengen Sinne nirgends. Zum Orte wird ein reales Wesen nur in bezug auf ein anderes, das mit ihm zusammen ist, aber auch dies nur in unseren Gedanken, nicht an sich. „Die realen Wesen A und B sind zwei, und diese arithmetische Bestimmung bleibt die nämliche, sie seien nun zusammen oder nicht zusammen. Aber im Zusammen sind sie nicht außereinander, im Nicht-Zusammen sind sie nicht ineinander. Dies

³⁰⁾ Über diesen Mechanismus vgl. Herbarts „Psychologie als Wissenschaft usw.“ 2. Teil 1825, § 113 im Zusammenhang mit §§ 111, 112 und 114 sowie § 100 des 1. Teils. In der A. M. § 251 S. 177 sagt Herbart, daß in dem sinnlich vorgestellten Raume „ebensowenig das Stetige als das Aneinander zu finden ist“. Das Ertere nicht, weil dazu gehören würde, „daß die einzelnen Vorstellungen wirklich ihrer unendlich viele in unendlich vielen Abstufungen verschmolzen wären“. In der „Psychologie als Wissenschaft“ 2. Teil § 113 legt er dar, daß das reine Außereinander resp. Aneinander zweier Punkte deshalb unvorstellbar sei, weil jeder der beiden Punkte „erst das Mittlere, Zwischenliegende, und dann den andern Punkt reproduziert“. Dies Zwischenschieben eines mittleren zwischen zwei gegebene Punkte ist zugleich der psychologische Grund für unseren Glauben an die unendliche Teilbarkeit des Raumes.

beides, eins wie das andere, ist noch bloßer Mangel der Räumlichkeit. Das heißt, man braucht an gar keinen Raum zu denken, wenn A und B bloß und lediglich Zusammen sind; und man braucht abermals an keinen Raum zu denken, wenn sie bloß und lediglich Nicht-Zusammen sind. Erst im festgehaltenen Gegensatz dieser beiden Bestimmungen entspringt das „Außer-einander“ (A. M. § 265 S. 208).

Bei der Konstruktion der starren Linie ist sich Herbart des Bedenklichen, das in der Behauptung des Zusammenseins des leeren Bildes eines Realen mit einem andern Realen liegt, klar bewußt. Er behauptet aber, daß dieses Zusammensein eine bloße Fiktion sei. „denn gegen das bloße, nichtige Bild des A wird B nicht sich selbst erhalten. Aber wir sind hier in der Gegend der Fiktionen; alle Raum-begriffe sind nichts anderes als Gedankendinge“ (A. M. § 247 S. 169). Indem er dann weiter behauptet, daß man auf der starren Linie die Freiheit hat, A und B an beliebige Stellen zu setzen, bemerkt er, daß die beiden realen Wesen auf ihr ebensowenig „irgendwo fest kleben, als sie überhaupt, an sich, räumliche Prädikate haben. Wir haben nur die Form der Zusammenfassung untersucht, deren unser Denken bedarf, wenn wir in Ein Vorstellen beide verknüpfen wollen“ (A. M. § 250 S. 172).

Bei der Konstruktion der stetigen Linie bemerkt Herbart ausdrücklich, daß das Kontinuierliche dieser Linie einen Widerspruch darstellt (A. M. § 259 S. 193 und § 261 S. 197), und an diesen Widerspruch anknüpfend, bemerkt er dann später, daß das Widersprechende in der Stellung zweier realen Wesen an den Endpunkten einer irrationalen Distanz nicht in der Qualität der Wesen liegt, also nur in deren Raumbestimmung (A. M. § 266 S. 211). Indem Herbart dann weiter an dieser Stelle die Definition des unvollkommenen Zusammen gibt — zwei reale Wesen „können in solcher Lage sein, wie die beiden letzten Punkte einer Hypotenuse, die teilweise einander decken sollen, als ob ein einfacher Punkt teilbar wäre“ —, bemerkt er ausdrücklich, daß dieser Begriff ein fiktiver sei und daß die Fiktion darin lediglich den Raum trifft ³¹⁾, „denn die räumliche Lage ist überall nichts für die Wesen selbst“. Gerade der Begriff

³¹⁾ Daß das unvollkommene Zusammen ein rein fiktiver Begriff sei, bemerkt Herbart auch A. M. § 267 S. 212. Vgl. auch L. z. E. § 160.

des unvollkommenen Zusammen, auf dem Herbarts Konstruktion der Materie beruht und dessen widerspruchsvolle Natur Herbart einsehen mußte, gibt ihm die Gelegenheit, die Subjektivität des intelligiblen Raumes mit Nachdruck zu betonen. „Es gehört wesentlich zur richtigen Einsicht in die Eigentümlichkeit des Raumes, daß man die hier vorkommenden Fiktionen nicht scheue. Diejenigen, welche überall nur Stetiges erblicken, und das Starre ganz verkennen, kommen aus den Widersprüchen, die wir hier zulassen, gar nicht heraus; sie wissen nur nicht, daß es Widersprüche sind. Darum ist ihnen der Raum eine rätselhafte Gabe der Natur, sei es der äußeren, körperlichen, oder der geistigen, durch Gesetze des Anschauens bestimmten Natur. Wer aber den Raum als ein Geschöpf des zusammenfassenden Denkens kennt, gerade so wie die Zahl, der wird sich nicht wundern über die Erweiterung der Begriffe von imaginären Größen. Wir sehen, daß gerade so notwendig, und gerade so natürlich, wie die Algebra zur Wurzel aus Minus-Eins kommt, auch die Geometrie zur Kreislinie, und mit ihr zur Teilbarkeit des einfachen Punktes kommen mußte, die sie sich aus falscher Scham nicht gestehen wollte: während ihr die Algebra das gute Beispiel der Aufrichtigkeit so deutlich als nachahmungswert vor Augen stellte.“ (A. M. § 266 S. 211 f.) ³²⁾

Die Subjektivität des intelligiblen Raumes folgt auch aus der Subjektivität der Bewegung, für die sich bei Herbart ebenfalls unzweideutige Belege finden. Einen realen Wechsel des Zusammen und des Nichtzusammen der realen Wesen nimmt Herbart unzweifelhaft an, die Notwendigkeit eines solchen Wechsels folgt ja unmittelbar aus der Tatsache der Veränderung ³³⁾. Dieser Wechsel wäre aber nur dann mit Bewegung identisch, wenn die realen Wesen in einem objektiven Raume, als der Form ihres simultanen Zusammenseins, vorhanden wären, was bei Herbart eben nicht der Fall ist. Die Subjektivität der Bewegung erschließt Herbart aus folgenden Gründen.

³²⁾ Vgl. auch § 268 S. 213: „Raumbegriffe, die an sich weder die Qualitäten des Seienden, noch ein wirkliches Geschehen bezeichnen, können es vertragen, daß man jene geometrische Konsequenz, die uns beim Kreise und bei den Hypotenusen aufs Continuum führte, bei ihnen festhalte. Denn es sind leere Bilder, deren Verknüpfung immer gut ist, solange sie gesetzmäßig fort-schreiten.“

³³⁾ Vgl. darüber A. M. insbes. §§ 228—230 S. 123—130 sowie § 244 S. 158.

Erstens ist die Bewegung nach Herbart kein Zustand des Bewegten. Das reale Wesen ist eine absolut einfache Qualität, wenn Bewegung ein Zustand des Bewegten wäre, so müßte die Bewegung als ein besonderes Prädikat dem einfachen Wesen zukommen, was jedoch eine ontologische Unmöglichkeit darstellt (A. M. § 281 S. 229). Auch auf das Trägheitsgesetz beruft sich hier Herbart: „Wäre überhaupt Bewegung ein Zustand des Bewegten, so wäre sie ein Trieb; denn so nennt man ein solches Bestehen, welches innerlich nötigt zum fortgehenden Wechsel. Dieser Trieb — — — würde zum Teil befriedigt durch jeden Teil der wirklich vollzogenen Bewegung. — — — Die Bewegung müßte demgemäß notwendig langsamer werden“ (ib.).

Ist aber die Bewegung kein Zustand des Bewegten, so ist sie zweitens relativ. Jedes reale Wesen ist, einzeln genommen, als ruhend, jedes in bezug auf ein anderes als bewegt zu betrachten (A. M. § 282 S. 231). Die gewöhnliche Vorstellungsart über die Bewegung muß umgekehrt werden: „Die Orte, Punkte, Bilder des Seienden, — diese sind das Wechselnde: sie gehen vorüber an, oder vielmehr in dem, was wir das Bewegte nannten: aber es ist nicht bewegt; es ruhet; denn ihm können wir den Wechsel, welchen die Bewegung fordert, gar nicht beilegen“ (A. M. § 282 S. 230).

Hierauf folgt, daß der Bewegung keine objektive Wirklichkeit zukommt, woraus weiter folgt, daß der intelligible Raum selbst, in dem die Bewegung, wenn sie objektiv wäre, stattfinden müßte, keine Realität hat. „Der Umstand, daß Bewegung keine Beschaffenheit und kein Zustand des Realen ist, lenkt die Aufmerksamkeit ganz auf die Raumkonstruktion, wodurch beide Reale (von zwei Realen ist die Rede) verbunden zu sein scheinen. Wer zwei Gegenstände als in Annäherung begriffen denkt: der hebt notwendig in jedem Augenblick das wider auf, was er soeben gesetzt hat. Er schrieb ihnen eine bestimmte Distanz zu; diese soll sich verkürzen eben indem sie eintritt, und schon verkürzt, soll sie eben deswegen sich abermals verkürzen: und so wird jede dieser Raumbestimmungen als eine solche gedacht, die nur entsteht, um sich selbst aufzuheben“ (A. M. § 283 S. 231 f.). Den tieferen Grund für diesen seltsamen Sachverhalt spricht Herbart in folgenden Sätzen aus. „Wenn dem Zusehauer zwei reale Wesen vorsehweben, so stünde es ihm frei, an jedes von beiden ein leeres Bild, einen Punkt des-jenigen Raumes, den er in Gedanken

mitbringt, anzuheften. Das leere Bild wäre nun ein erster, fester Punkt; die übrigen Punkte desselben Raumes könnten gegen diesen nicht aus ihrer Lage kommen; und rückwärts, das reale Wesen, sofern es betrachtet würde als befindlich in dem festen Punkte, müßte nun ruhen in seinem eigenen Raume. Was aber mit jedem einzelnen realen Wesen gelingen könnte, das gelingt höchst unwahrscheinlich für beide zugleich; weil dadurch zwischen beiden eine Gemeinschaft entstünde, an welche die unter sich unabhängigen Elemente nicht gebunden sind. Demnach soll der Zuschauer darauf gefaßt sein, daß eben, indem er in den Raum, worin er schon eins der Elemente gesetzt hat, auch das andere setzt, es sich ihm entzieht. — — — Bewegung ist also nichts anderes, als ein natürliches Mißlingen der versuchten räumlichen Zusammenfassung.“ (A. M. §§ 294—95 S. 251 f.)³⁴⁾ Einfacher läßt sich der Sinn dieser Herbart'schen Sätze folgendermaßen wiedergeben. Jedes reale Wesen ruht in seinem eigenen Raume resp. jedes kann zum Ausgangspunkte einer Konstruktion des intelligiblen Raumes gemacht werden. Die so gewonnenen Konstruktionen des intelligiblen Raumes würden aber nur dann einen objektiven intelligiblen Raum ergeben, wenn die realen Wesen in bezug aufeinander ruhen würden (resp. notwendigerweise oder ursprünglich ruhen würden), mit andern Worten, wenn sie abhängig voneinander wären. Da sie aber völlig unabhängig voneinander sind, so ist ihre Bewegung in dem Zuschauer eine Folge ihrer

³⁴⁾ Noch deutlicher spricht sich in dieser Hinsicht G. Hartenstein aus (a. a. O. S. 427): „— Jedes der Realen bietet allen andern sein Bild als Punkt der Anknüpfung dar, und dieses Bild ist für den Zuschauer ein erster, fester Punkt, gegen welchen die übrigen ihre bestimmten Orte haben. Befindet sich das Reale in diesem Punkte, so ruht es in seinem eigenen Raume, indem von ihm aus die ganze Konstruktion ausgeführt wurde. Aber die festen Bestimmungen der Lage, welche nun in diesem Raume den Wesen zukommen, bedeuten keine wahre Gemeinschaft der Wesen, sondern schon bei je zwei Wesen ist es möglich, daß eben, indem der Zuschauer in den Raum, in welchen er das eine schon gesetzt hat, auch das andere zu setzen im Begriffe ist, dieses sich einer solchen Zusammenfassung entzieht. Was geschieht dann? Die Zusammenfassung mißlingt, indem der Zuschauer die Setzung ausführen will, ist er genötigt, sie aufzuheben und zugleich damit eine neue Setzung zu verbinden; jede Setzung bezeichnet aber einen Ort; die Orte stehen also nicht, sondern schwinden ineinander; das Wesen selbst hat Geschwindigkeit, und scheint somit sich zu bewegen.“

Unabhängigkeit resp. ihres Nichtgegebenseins in einem objektiven Raume³⁵⁾.

Die Stellen, in denen Herbart von der Objektivität des intelligiblen Raumes im Sinne der begrifflichen Denknotwendigkeit³⁶⁾ spricht, finden sich hauptsächlich in dem Kapitel der „Allgemeinen Metaphysik“, in dem er vom „objektiven Schein“ handelt (Kap. IV von Abschn. III S. 248 ff.). Indem Herbart Kants Unterscheidung zwischen subjektivem und objektivem Schein erwähnt und dem Kantischen Begriffe des objektiven Scheins vorwirft, daß er in Wahrheit einen allgemeinen subjektiven (resp. menschlichen) Schein bedeutet, ist nach ihm nur jener Schein objektiv zu nennen, den das Subjekt auf keine Weise durch seine besondere Natur bestimmt (A. M. § 292 S. 248). „Wahrhaft objektiv kann nur ein solcher Schein heißen, der von jedem einzelnen Objekte ein getreues Bild, — — — dem Subjekte darstellt; dergestalt, daß bloß die Verbindung der mehreren Gegenstände eine Form annimmt, welche das zusammenfassende Subjekt sich muß gefallen lassen.“ (A. M. § 292

³⁵⁾ Die Behauptung Herbarts, daß die Bewegung „ein natürliches Mißlingen der versuchten räumlichen Zusammenfassung“ der realen Wesen sei, scheint im Widerspruch mit seiner Behauptung von dem realen Wechsel des Zusammen und Nichtzusammen der realen Wesen zu stehen. Der Widerspruch ist aber nur ein scheinbarer und nur durch Herbarts unbestimmte Ausdrucksweise verschuldet (vgl. A. M. § 244 S. 158 und § 283 S. 232). Bewegung als Ortsänderung kann, infolge der Irrealität des intelligiblen Raumes, nichts Objektives sein; die Wahrnehmung der Bewegung im Zuschauer ist aber nicht nur eine Folge des Mißlingens der versuchten räumlichen Zusammenfassung von seiten des Zuschauers, sondern auch eine Folge des unräumlichen realen Wechsels von Zusammen und Nichtzusammen der realen Wesen.

³⁶⁾ Diese begriffliche Notwendigkeit bedeutet hier ebensowohl den subjektiven psychologischen Zwang des Zuschauers, dem mannigfaltigen Realen gegenüber den intelligiblen Raum als begriffliche Form der Zusammenfassung auszubilden (wobei dieser Raum eine Notwendigkeit im Sinne der bloßen Möglichkeit darstellt — vgl. Hp. d. M. § 7 S. 30, A. M. § 294 S. 250 f., sowie Hartenstein a. a. O. S. 355 f. und die in der vorigen Anmerkung zitierten Stellen), wie die formale logische Notwendigkeit der in diese Form eingehenden begrifflichen Bestandteile (worin auch die unmöglichen Begriffe inbegriffen sein können — vgl. L. z. E. § 39). Eine logisch-ontologische Notwendigkeit der metaphysischen Begriffe erkennt dagegen Herbart überhaupt nicht an (vgl. A. M. 1. Teil 1828 § 8 S. 77 f. und „Psychologie als Wissenschaft“, II. Teil § 149).

S. 249). „Man denke sich also ein geistiges Wesen, eine Intelligenz lediglich als einen reinen Spiegel für mehrere, von einander sowohl wie von dem Subjekt unabhängige Objekte. — — — Die Objekte sind nun entweder zusammen oder nicht zusammen.“ (A. M. § 293 S. 249.) Da „die Vervielfältigung des Nicht-Zusammen in der Form des Raumes gar keine besondere Einrichtung der Intelligenz erfordert“ (ib.), so wird hier „ein objektiver Schein im strengen Sinne“ vorliegen. „Das Raumverhältnis, worin die Objekte sich zeigen, ist nicht im mindesten ein wahres Prädikat, das irgendeinem unter ihnen könnte beigelegt werden; denn es beruht lediglich auf dem Zusammenreffen ihrer Bilder in der sie abspiegelnden Intelligenz. Dennoch wird es gegeben; und die Intelligenz ist daran gebunden; nicht minder wie an jede qualitative Bestimmung des Gegebenen. Das Raumverhältnis ist daher Schein, aber nicht subjektiver Schein, denn die Größe der Entfernung, und der Unterschied der Ruhe oder Bewegung unter den Objekten hängen gar nicht ab von der Intelligenz; sie nimmt, was sie findet.“³⁷⁾

So ist also nach Herbart der intelligible Raum etwas subjektives. Was in der Wirklichkeit diesem Raume entspricht, sind nur das (vollkommene) Zusammen und das (vollkommene) Nichtzusammen der realen Wesen, sowie der Wechsel dieser Verhältnisse, aber weder die Örtlichkeit des einzelnen Wesens, noch das Aneinander zweier solcher Wesen, weder ihre räumliche Entfernung, noch ihr unvoll-

³⁷⁾ Vgl. auch J. Ed. Erdmann a. a. O. S. 345: „Das Resultat der Synchologie ist also, daß das Raumverhältnis nicht das einzelne Reale trifft, sondern Schein ist, nicht aber ein subjektiver, sondern ein objektiver Schein, weil überall, wo ein objektives Vieles gegeben ist, und zwar unverbunden, aber so daß es verbunden sein könnte, es für jede Intelligenz die Form des räumlichen Außereinander annehmen muß.“ Und R. Zimmermann, „Leibniz und Herbart. eine Vergleichung ihrer Monadologien“, 1849, S. 81: „— Von Seite der einfachen Wesen findet nichts statt, als ein beständiger Wechsel des Zusammen und Nichtzusammen; die Formen, unter welchen wir diesen sich uns notwendig aufdrängenden Wechsel auffassen, gehören ausschließlich unserem Denken an.“ Bei Hartenstein finden sich ebenfalls zahlreiche Belege für die Subjektivität des intelligiblen Raumes (a. a. O. S. 309, 317, 328, 347 usw.). Auch M. W. Drobisch (vgl. dessen Aufsatz: „Über die Wandlungen der Begriffe des Idealismus und Realismus und die idealistische Seite der Herbartschen Metaphysik“ in „Zeitschrift für exakte Philosophie“, Bd. V, 1865, S. 147 und 161) spricht sich klar darüber aus, daß bei Herbart der intelligible Raum ein rein subjektiver Begriff sei.

kommenes Zusammen sind etwas wirkliches, sondern bloße obgleich notwendige Erzeugnisse unseres Denkens.

Daß diese subjektive Natur des intelligiblen Raumes der realistischen Grundtendenz der Herbartschen Metaphysik wenig entspricht, haben die älteren Anhänger Herbarts deutlich gefühlt. So sind denn in der Schule Herbarts verschiedene Versuche aufgetaucht, Herbart in diesem Punkte zu verbessern und dem intelligiblen Raum volle Realität beizulegen. Diese Versuche haben es aber leider nicht verstanden, das Wesentliche in der Herbartschen Konstruktion des intelligiblen Raumes beizubehalten³⁸⁾. Ich will im folgenden nur zwei Versuche dieser Art erwähnen, die mir die bedeutsamsten zu sein scheinen.

Den ersten Versuch hat R. Zimmermann gemacht. Indem er das Aneinander der realen Wesen aus bekannten geometrischen Gründen für unmöglich erklärt³⁹⁾ und zwischen zwei solchen Wesen stets einen dritten gegeben läßt, schreibt Zimmermann dem so definierten lückenlosen inkonsekutiv-diskreten Raume objektive Realität zu⁴⁰⁾. Dadurch ist das unvollkommene Zusammen der realen Wesen

³⁸⁾ Nur bei Hartenstein finden sich einige Ansätze zu dem Versuche, den intelligiblen Raum in Herbartscher Form als einen objektiven von realen Wesen lückenlos erfüllten aufzufassen. Da er aber keine Möglichkeit sieht, auf Grund einer solchen Annahme die empirischen Eigenschaften (Attraktion und Repulsion) der Materie zu erklären, so verfolgt er die Annahme nicht weiter. „— Dem gesetzt, irgend eine bestimmte Menge der Realen sei nach den verschiedenen Richtungen des Raumes aneinander, so werden sie für den Zuschauer, gemäß den Verhältnissen ihrer gegenseitigen Stellung, den Schein der Ausdehnung auf sich nehmen, und das Aggregat, was sie bilden, als einen materiellen Körper erscheinen lassen. Um dies zuzugestehen, ist nur nötig, statt der leeren Bilder, deren Zusammenfassung uns die Begriffe der Linie, der Ebene und des geometrischen Körpers darbietet, Reale, d. h. statt der mathematischen Punkte physische Punkte zusammenzufassen: wie dort den leeren, so gewinnen wir hier den erfüllten Raum. Dennoch ist schwerlich zu fürchten, daß man durch diese, im eigentlichsten Sinne des Wortes, oberflächliche Wendung die gesamte Naturphilosophie werde umgehen wollen“ (a. a. O. S. 361).

³⁹⁾ Vgl. darüber Rob. Zimmermann a. a. O. S. 73 f.

⁴⁰⁾ Vgl. R. Zimmermann, „Antroposophie im Umriß“, 1882, § 289 S. 176, worin es heißt, daß der Raum „nichts anderes ist, als der Inbegriff der Orte“ und daß, da „die Setzung eines Ortes aber nur auf Veranlassung und im Gefolge eines Wirklichen, dessen Ort er ist, erfolgt“, es nur einen erfüllten Raum geben könne. Die in diesem Raume befindlichen Wirklichen „müssen nicht an einander sein“.

aufgehoben und ihre Wirkung aufeinander anders als bei Herbart erklärt.

Den zweiten Versuch haben M. W. Drobisch und C. S. Cornelius gemacht. Während Zimmermann das unvollkommene Zusammen der realen Wesen aufhebt, indem er ihr Aneinander aufhebt, will Drobisch beide aufrecht erhalten, indem er den realen Wesen im Gegensatz zu Herbart sowohl Teilbarkeit wie Ausdehnung zuschreibt. Diese Teilbarkeit soll zwar eine rein ideale sein und mit der Einfachheit der Realen nicht im Widerspruch stehen, die Realen sollen aber Continua im eigentlichen Sinne sein und der Einfachheit im Sinne der Punktförmigkeit ermangeln⁴¹⁾. Ausdehnung soll ihnen ebenfalls zukommen, sie sollen aber in demselben Sinne Elemente des Raumes sein, in dem die absolute Zuhleinheit das Prinzip aller Zahlen ist⁴²⁾. Auf diese Weise wird die partiale Durchdringung der Realen ebenso wirklich wie die totale, und wirklich ist auch der Raum, den die Realen erfüllen⁴³⁾. Noch entschiedener und klarer ist dieser zweite Versuch von Cornelius durchgeführt⁴⁴⁾. Während Drobisch zwischen der Ansicht einer wirklichen Ausdehnung der Realen und der Gleichsetzung ihrer Teilbarkeit mit einer zufälligen Ansicht (so wie die Teilbarkeit der einfachen Qualität der Realen eine solche ist) noch schwankt (freilich mehr in Ausdrücken als in der Sache), ist die Ausdehnung der Realen für Cornelius in vollem Ernste da⁴⁵⁾.

III.

Wir kommen schließlich auf den dritten Teil unserer Abhandlung, auf die Frage nach der Bedeutung, die der Herbartschen Konstruktion

⁴¹⁾ Drobisch a. a. O. S. 157 f.

⁴²⁾ Drobisch a. a. O. S. 159. Drobisch schreibt den Realen kugelförmige Ausdehnung zu (a. a. O. S. 163 f.).

⁴³⁾ „Der Raum, den die Realen vermöge ihrer partialen Durchdringung bilden und den also die Materie einnimmt, ist kein bloßer objektiver Schein, sondern er sowohl als die Veränderungen in den Graden der Durchdringung der realen Elemente sind ebenso wirklich wie ihre inneren Zustände“ (Drobisch a. a. O. S. 166).

⁴⁴⁾ Vgl. C. S. Cornelius, „Zur Metaphysik und physikalischen Atomistik“ in „Zeitschrift für exakte Philosophie“, Bd. VI 1866, S. 11—34.

⁴⁵⁾ Cornelius, a. a. O. S. 33. Freilich ist sich Cornelius der Schwierigkeit bewußt, die darin liegt, auf Herbartschem Standpunkte Kontinuität und Realität vereinigen zu wollen (a. a. O. S. 34).

des intelligiblen Raumes in mathematischer und philosophischer Hinsicht beizulegen sei.

Herbart selbst legt dieser seiner Konstruktion dreierlei Bedeutung bei. Erstens soll sie eine rein begriffliche Konstruktion des Raumes darstellen, wodurch dieser aufhört, eine reine Anschauung a priori im Sinne Kants zu sein. Zweitens bildet diese Konstruktion die philosophische Grundlage der Geometrie, welche diese, sobald sie den Anspruch erhebt, eine vollständige logische Begründung ihrer Sätze zu geben, nicht entbehren kann. Drittens bildet die Konstruktion des intelligiblen Raumes die Grundlage zur Konstruktion der Materie und damit die Grundlage zu der gesamten Naturphilosophie.

Was zunächst den ersten Punkt anbetrifft, so ist Herbarts Absicht in der Hinsicht am besten zu verstehen, wenn Kants Lehre vom Raume in Betracht gezogen wird. Nach Kant ist der Raum bekanntlich eine reine Anschauung a priori, und zwar Anschauung und nicht Begriff deshalb, weil bei ihm das Ganze den Teilen vorausgeht, sich aus Teilen nicht zusammensetzen, nicht konstruieren läßt, a priori aber, weil eine notwendige Vorstellung. Bitter tadelt Herbart diese Lehre Kants. Der sinnliche Raum ist nach ihm zwar seiner Form nach als ein Stetiges gegeben (A. M. 1. Teil 1828 § 141 S. 419), aber dieser Raum ist keine angeborene Form, sondern entsteht nach psychologischen Gesetzen aus Vorstellungsreihen⁴⁶⁾. In Unkenntnis dieses psychologischen Mechanismus (A. M. § 251 S. 177) und auf Grund eines falschen Syllogismus⁴⁷⁾ gelangt Kant dazu, den Raum für eine Anschauung a priori zu erklären⁴⁸⁾. Im Gegensatz zu Kant und zur

⁴⁶⁾ Die psychologische Theorie des Raumes unterscheidet Herbart scharf von der metaphysischen. „Die psychologische Theorie von Raum und Zeit muß aber gänzlich unterschieden werden von der allgemein metaphysischen: indem jene erklärt, was im gemeinen Bewußtsein unwillkürlich vorkommt, diese vorschreibt, wie man Raum und Zeit als Hilfsbegriffe im Denken konstruieren müsse“ (L. z. E. § 153).

⁴⁷⁾ Über diesen Syllogismus vgl. „Psychologie als Wissenschaft“ II. Teil § 144.

⁴⁸⁾ „Man fühlte freilich, daß am sinnlichen Raume alle Begriffe scheitern, wenn sie auch nur zwei feste Punkte in ihm suchen — —. Aber die Anschauung gibt Trost; sie stellt Punkte, so viel man will, einander gegenüber, und hält sie fest. — — Dankbar für diesen Trost, läßt man nun die Anschauung, welche

Geometrie ist der intelligible Raum eine rein begriffliche Konstruktion, deren Grundlage nicht in der Anschauung, sondern in den abstrakten Begriffen der Ontologie liegt, den Begriffen der einfachen realen Wesen und ihres Zusammens und Nichtzusammens⁴⁹). Durch Verknüpfung dieser Begriffe entstehen die Begriffe des Ortes, der starren und der stetigen Linie usw. rein begrifflich, ohne jede Spur einer Zuhilfenahme der Anschauung⁵⁰).

Obgleich aber die Konstruktion des intelligiblen Raumes in ontologischen Begriffen ihre Wurzel hat, so ist sie doch, da sie mit einer leeren Form zu tun hat, die keinen Anspruch auf objektive Realität erhebt, nicht daran gebunden, lauter widerspruchslose Begriffe zu verwenden. Denn wenn ein Begriff „nicht das Reale trifft, so darf man ihn nicht so behandeln, als ob man ein Recht hätte zu

dem Denken durch Philosophie sollte unterworfen werden, den obersten Platz einnehmen. So entsteht eine Anschauungslehre, ein Mittelding zwischen Empirismus und Schwärmerei, — wenn zu Ehren? der Geometrie! Und diese Empörung wider alle Methode soll gar kritische Methode heißen“ (A. M. I. Teil § 142 S. 424). Vgl. auch ib. S. 423, wo es heißt: „Die Geometrie, an welche sich Kant lehnte, konstruiert im Raume; die Synecologie konstruiert den Raum selbst.“ Und A. M. § 265 S. 209: „Es wird wohl niemand den pythagoreischen Lehrsatz oder die Rektifikation des Kreises — — irgendwo anbringen können, wo keine wahren Raumverhältnisse stattfinden. Dies sei besonders den Kantianern gesagt; die sich freilich am allerletzten überzeugen werden, daß es außer ihrer eingebildeten reinen Anschauung, als Form der Sinnlichkeit, noch eine Quelle wahrer Raumbegriffe geben könne.“ Schließ- lich auch A. M. § 243 S. 155 und L. z. E. § 160.

⁴⁹) In „Aphorismen zur Metaphysik und Religionslehre“, Werke Bd. IV S. 602, sagt Herbart: „Einen intelligibeln Raum konstruierten wir, weil wir mußten, auch wenn gar kein sinnlicher Raum bekannt wäre. Denn das bloße Zusammen und Nicht-Zusammen des nämlichen Paares von Wesen führt auf zwei Punkte außereinander.“

⁵⁰) Die strenge Forderung einer rein begrifflichen Konstruktion des intelligiblen Raumes schärft Herbart mehrere Male im Laufe dieser Konstruktion ein. So z. B. bei der Konstruktion der starren Linie bemerkt Herbart in bezug auf das Aneinander zwischen zwei Punkten: „Wir wollen keinen Zwischenraum zwischen A und B; sie sind nicht zusammen; aber es ist nichts dazwischen. Die Klagen, man könne sich das nicht vorstellen, helfen hier gar nichts. Der Begriff soll rein bleiben; und wir begehren keine Bilder, als ob man sie anschau, sondern wir fordern Begriffe, und deren Verknüpfungen“ (A. M. § 246 S. 167).

fordern, der Widerspruch in ihm solle verschwinden“ (A. M. § 240 S. 147). In der Tat soll nach Herbart, wie wir gesehen haben, das Continuum, obgleich ein widerspruchsvoller Begriff⁵¹⁾, „in der Konstruktion des intelligiblen Raumes seine Stelle haben, weil er mit andern widerspruchslosen Begriffen dieser Konstruktion in einem festen Zusammenhang steht“ (A. M. § 259 S. 195 und § 261 S. 197 im Zusammenhang mit § 243 S. 154 f.)⁵²⁾.

Das Verhältnis der Geometrie zur Metaphysik und ihrer Konstruktion des intelligiblen Raumes ergibt sich ohne weiteres aus der begrifflichen Natur dieser Konstruktion. Während die Metaphysik den Raum konstruiert, setzt die Geometrie den Raum als gegeben voraus, während jene den Raum erzeugt, hat diese einen vorrätigen Raum, in dem sie ihre Konstruktionen ausführt und die darin gegebenen Verhältnisse konstatiert⁵³⁾. Will man aber die vollständige logische Begründung der geometrischen Sätze geben, so muß man den Standpunkt der Geometrie verlassen und sich auf denjenigen der Metaphysik erheben, wo durch die Konstruktion des intelligiblen Raumes alle diese Sätze in ihrer Notwendigkeit begrifflich werden⁵⁴⁾.

⁵¹⁾ Über das Widerspruchsvolle des Continuum vgl. A. M. § 209 S. 88 ff., § 242 S. 150 f., § 243 S. 155 und § 259 S. 193.

⁵²⁾ In § 242 S. 152 f. der A. M. spricht Herbart von verschiedenen Arten des Continuum, die sich bei der Konstruktion des intelligiblen Raumes ergeben könnten. Wie wir jedoch sahen, hebt er diese verschiedenen Arten (die Punktmengen verschiedener Dichtigkeit) schon in der Konstruktion der stetigen Ebene vollständig auf. Bei der Konstruktion der Materie dagegen (vgl. weiter unten) läßt er dieselben bestehen.

⁵³⁾ „Die Geometrie nimmt den Raum als gegeben an; nur Figuren in ihm, und deren Bestandteile, Linien und Winkel, macht sie selbst durch ihre Konstruktion“ (L. z. E. § 160). Vgl. auch A. M. § 261 S. 198.

⁵⁴⁾ „Der Standpunkt der Geometrie ist für die Metaphysik niedrig; sie muß sich erst selbst die Möglichkeit und die Gültigkeit der Geometrie deutlich machen, ehe sie deren Hilfe gebrauchen kann. Dieses geschieht in der Konstruktion des intelligiblen Raumes“ (L. z. E. § 160). Vgl. auch „Psychologie als Wissenschaft“, II. Teil § 148, sowie Th. d. a. § 17 Scholion.

Über das Verhältnis der Geometrie zur Metaphysik spricht sich noch klarer Hartenstein aus: „Die Geometrie ignoriert den intelligiblen Raum, weil ihr ganzer Inhalt eben nur formal ist, und sie gar keine Veranlassung hat, auf die Untersuchung einzugehen, was das Reale sei, für dessen Zusammenfassung irgendwelche Verhältnissbegriffe nötig werden. Der Raum ist ihr nach seinen drei Dimensionen ursprünglich gegeben; sie trägt nicht

Nicht nur aber, daß sonst unbeweisbare Sätze — wie daß durch zwei Punkte jedesmal eine Gerade möglich, daß die Gerade die kürzeste Linie zwischen zwei Punkten ist usw. — beweisbar werden⁵⁵), sondern durch den Begriff der starren Linie resp. des bestimmten Quantum der Extension, den die Geometrie gar nicht kennt, wird erst die Messung der Linien begrifflich möglich und verständlich⁵⁶).

Der eigentliche Zweck der ganzen Konstruktion des intelligiblen Raumes ist aber für Herbart die Konstruktion der Materie, welche außerdem noch auf dem Begriffe des „wirklichen Geschehens“ beruht (A. M. § 266 S. 210). Wir können hier nur die ersten Sätze dieser Herbartschen Konstruktion der Materie ganz kurz erwähnen. Indem Herbart von dem unvollkommenen Zusammen zweier realer Wesen ausgeht, deduziert er zunächst die Attraktion (A. M. §§ 267—269

einmal, als was er gegeben sei. — — Die Metaphysik hat dagegen ursprünglich gar keinen Raum, von welchem sie abstrahieren könnte; sie beschäftigt sich ihrer Natur nach nicht ursprünglich mit dem leeren Abstraktum formaler Verhältnisse, sondern mit der Frage nach dem Realen. — — Eben deshalb aber geht die Metaphysik, welche nicht im Raume, sondern den Raum selbst zu konstruieren hat, den umgekehrten Weg der Geometrie. Sie beginnt von dem starren Aneinander, sie hält fest an diesem Begriffe, als dem des ursprünglichen Elements in ihrem Raume, so lange, bis sich zeigt, daß die Möglichkeiten, die aus der Entwicklung dieser für sie allein zulässigen Annahme notwendig hervorgehen, es unmöglich machen, in diesem Begriffe die ausschließliche und zulängliche Bezeichnung für die Zusammenfassung aller durch die Konstruktion selbst gegebenen Verhältnisse zu finden“ (a. a. O. S. 342 f.).

⁵⁵) „Die Sorglosigkeit, womit Fries in seiner Naturphilosophie den Satz: durch zwei Punkte ist jedesmal eine Gerade möglich, als ein Axiom hinstellt, dürfen wir nicht nachahmen; ist sie geometrisch, so ist sie doch nicht philosophisch“ (A. M. § 254 S. 184). „Als Axiome dürfen dergleichen Sätze in einer Philosophie der Mathematik nicht auftreten“ (A. M. § 255 S. 186).

⁵⁶) „Jene starre Linie aber, welche den geometrischen Funktionen zum Grunde liegend gedacht werden soll, gehört ebenso wenig in die Geometrie, als der logisch allgemeine Begriff des zu Vervielfältigenden (§ 252) in die Arithmetik; beides sind nur Beziehungspunkte für die beiden Wissenschaften; deren Lehrer sich darum nicht zu bekümmern pflegen, weil ihnen die Denkbarekeit der Begriffe wenig Sorge macht, wenn sie nur konstruieren und rechnen können“ (A. M. § 261 S. 199). Vgl. auch Th. d. a. § 22, Scholion I, S. 548 f. sowie „Philosophische Aphorismen“ 1812, Werke Bd. IV § 8 S. 582 f.

S. 212 ff.); von unvollkommenem Zusammen dreier Wesen ausgehend, deduziert er dann weiter die Repulsion und das Gleichgewicht von Attraktion und Repulsion, wodurch der einfachste zusammengesetzte Bestandteil der Materie, die *molecula*, entsteht (A. M. § 270—271 S. 215 f.). Indem dann weiter die Elastizität dieser Bestandteile nachgewiesen und sowohl ihre Durchdringlichkeit wie Undurchdringlichkeit als möglich dargelegt wird (A. M. §§ 272—273, S. 217 f.) gelangt Herbart zur Behauptung, daß die Materie ursprünglich eine starre Masse und nicht ein Continuum darstelle (A. M. § 274 S. 218f.). Durch diese Behauptung aber entsteht eine Diskrepanz zwischen der Materie und dem intelligiblen Raume, in dem sie sich befinden (und infolgedessen selbstverständlich ebenfalls eine bloße Erscheinung sein) soll, da der intelligible Raum, wie wir sahen, als Ganzes ein reines Continuum ist, in dem sowohl die starre Linie wie die stetigen Linien von verschiedener Dichtigkeit ganz verschwinden, während diese Unterschiede in der starren Materie nach Herbart bestehen bleiben sollen⁵⁷⁾.

Daß Herbart die erste Absicht, die er mit seiner Konstruktion des intelligiblen Raumes verfolgte — eine rein begriffliche Konstruktion des Raumes zu geben, ohne irgendeine Rücksicht auf die Raumanschauung zu nehmen — nicht verwirklicht hat, haben wir in dem ersten Teile dieser Abhandlung genugsam nachgewiesen. Aber sowohl diese Absicht im allgemeinen wie der erste Ausgangspunkt der ganzen Konstruktion sind zu billigen⁵⁸⁾. Herbarts originale Leistung in dieser Hinsicht besteht in der klaren Forderung der rein begrifflichen Konstruktion des Raumes, einer Forderung, die man

⁵⁷⁾ „Größere und geringere Dichtigkeit erfordert hinzukommende Gründe (§ 272); demnach wird zwar die Materie ihre Dichtigkeit kontinuierlich abändern lassen, aber sobald sie in Freiheit ist, kehrt sie in ihre bestimmte Lage zurück, und erfüllt also den Raum, worin sie ist, nicht nach dem unbestimmten Begriffe des Continuum, nach welchem z. B. die Radien des Kreises so dicht liegen können, wie man will (§ 258); sondern dergestalt, daß zwei nächste Elemente der Materie allemal einen bestimmten Bruch der ursprünglichen Einheit im Raume, nämlich des Aneinander, darstellen“ (A. M. § 274 S. 219).

⁵⁸⁾ Die Einwände, die A. Trendelenburg in seinen „Logischen Untersuchungen“ 3. Aufl. 1870, 1. Bd. S. 192 ff. gegen Herbarts Konstruktion des intelligiblen Raumes erhebt, sind mit geringer Ausnahme unstichhältig. Sie beruhen meistens auf der unglücklichen Lehre Trendelenburgs von der „Bewegung“ als dem Urgrund des Denkens und des Seins.

vor ihm nicht so scharf zu fassen und zu formulieren wußte⁵⁹). Was aber den Ausgangspunkt der Konstruktion — das Aneinander zweier Punkte — anbetrifft, so ist dieser Ausgangspunkt erstens schon lange vor Herbart von andern Denkern entdeckt und in gleicher Absicht verwendet worden⁶⁰), und zweitens muß dieser Ausgangspunkt, wie wir sahen, bei der Konstruktion des diskreten Raumes ganz anders verwendet werden, als dies von Herbart und von seinen Vorgängern getan worden.

Was die zweite Absicht, die Herbart bei seiner Konstruktion des intelligiblen Raumes verfolgt, anbetrifft, so ist es Herbart zwar gelungen, einige von den Sätzen, die in der Geometrie als unbeweisbare „Axiome“ auftreten⁶¹), zu beweisen, aber infolge der falschen Konstruktion dieses Raumes war er nicht imstande, jene Absicht in einwandfreier Weise und vollständig durchzuführen. Hier können wir darauf jedoch nicht näher eingehen.

⁵⁹) Herbart hat ganz richtig erkannt, daß Kants Lehre vom Raume durch eine solche Konstruktion endgültig überwunden wäre. Nebenbei sei bemerkt, daß die nichteuklidischen Raumformen nicht imstande sind, dies zu tun, wie es so oft behauptet wird, da diese Formen ebenso Continua sind, wie der euklidische Raum, und Kants Beweis für die Anschauungsnatur des Raumes nur auf dessen Kontinuitätlichkeit basiert.

⁶⁰) Herbart selbst ist sich dieses historischen Sachverhalts klar bewußt. Vgl. z. B. L. z. E. § 160, wo er in bezug auf den Begriff der starren Linie sagt: „Dieser Begriff ist nichts weniger als neu, er findet sich in älteren Werken, und nur das Vorurteil für die Geometrie hat ihn verdrängt.“ Über die älteren Versuche einer diskreten Raumlehre vgl. das Vorwort zu meinen „Prinzipien der Metaphysik“ I. Bd. I. Abt. 1904 S. IV—VI.

⁶¹) Auch heute noch kommen viele dieser Sätze als unbewiesene Sätze in geometrischen Werken vor, auch in solchen, die eine logisch strenge Begründung dieser Wissenschaft anstreben. So z. B. kommt der Satz, daß zwischen zwei Punkten stets eine und nur eine Gerade möglich ist, als erstes unter den Axiomen der Verknüpfung (der ersten von den fünf Axiomgruppen) in D. Hilberts „Grundlagen der Geometrie“ (3. Aufl. 1909, S. 3) vor. Sowohl Hilbert wie sein Vorgänger M. Pasch (vgl. dessen „Vorlesungen über neuere Geometrie“, 2. Aufl. 1912) sind sich dessen klar bewußt, daß ihre Aufstellung eines Systems von unbeweisbaren geometrischen Grundsätzen („Axiomen“) nur die logische Analyse der Raumanschauung (Hilbert a. a. O. S. 1, Pasch a. a. O. S. 3 und 17) bedeutet.

Die dritte Absicht aber, die Konstruktion der Materie, ist als gänzlich mißlungen zu bezeichnen. Daß das wirkliche Geschehen, der eine von den zwei Grundbegriffen, auf denen diese Konstruktion beruht, ein rein fiktiver Begriff sei, erkennt Herbart schließlich auch selbst an⁶²). Daß aber auch der zweite Grundbegriff dieser Konstruktion, das unvollkommene Zusammen der einfachen Wesen, ebenfalls eine widerspruchsvolle Fiktion darstellt (im Unterschied von dem vollkommenen Zusammen, dem Herbart ein objektives Dasein zuschreibt), setzt den Wert der Herbartschen Konstruktion der Materie noch mehr herab, da diese auf zwei Fiktionen beruht. Daß fiktive Erklärungen gerade in der Metaphysik, der Wissenschaft vom Realen in eigentlichem Sinne, keine Verwendung finden können, selbst dann, wenn sie in andern Wissenschaften unentbehrlich sein sollten⁶³), ist ein Satz, dem nur Herbart unter namhaften Metaphysikern in bedauernswerter Verirrung bewußt widersprochen hat⁶⁴).

⁶²) Bekanntlich besteht das wirkliche Geschehen nach Herbart in Störungen und Selbsterhaltungen der realen Wesen, die eine Folge ihres Zusammens sein sollen. Daß dieses wirkliche Geschehen objektiv gar nicht stattfindet, sondern nur eine „zufällige Ansicht“ unseres subjektiven Denkens sei, lehrt Herbart ausdrücklich. So z. B. A. M. § 234 S. 138 wird gesagt: „Störung sollte erfolgen; Selbsterhaltung hebt die Störung auf, dergestalt, daß sie gar nicht eintritt.“ Und § 235 S. 139: „Es wäre die vollkommenste Probe einer Irrlehre, wenn das, was wir Geschehen nennen, sich irgendeine Bedeutung im Gebiete des Seienden annähe.“

⁶³) Wenn H. Vaihinger in seinem Werke „Die Philosophie des Als Ob“, 1911, behauptet, daß alle die Grundbegriffe in der Wissenschaft und der Philosophie Fiktionen seien, und wenn er hieraus schließt, daß die Metaphysik unmöglich und die Wissenschaft keinen theoretischen Erkenntniswert habe, so ist das ein Standpunkt, dessen Absurdität unschwer nachzuweisen wäre. Gewiß kommen sowohl in den Einzelwissenschaften (dies gilt insbesondere für die Mathematik) wie in verschiedenen metaphysischen Systemen Begriffe vor (so der leere Raum), die an sich bloße Fiktionen seien. Aber in der Metaphysik, wo keine Fiktionen bewußt zugelassen werden können, müssen sie erbarmungslos ausgemerzt werden. Auch die Einzelwissenschaften können sich nicht für ewig an die Fiktionen binden, die sie im Laufe ihrer historischen Entwicklung aus verschiedenen Gründen als Notbehelfe gebrauchen, auch hier muß der wahre intellektuelle Fortschritt darin bestehen, von den Fiktionen sich immer unabhängiger zu machen und der wahren Beschaffenheit der Erscheinungen sich immer mehr zu nähern.

⁶⁴) Vgl. z. B. A. M. § 212 S. 95, wo es heißt: „Aus der Mechanik nehme man die Zerlegung der Kräfte hinweg; was bleibt von der ganzen Wissenschaft

Der tiefste Grund aber für diese seltsame Stellungnahme des Metaphysikers Herbart den fiktiven Erklärungen gegenüber liegt in seinem Pluralismus. Wenn eine Vielheit von absolut voneinander unabhängigen einfachen Wesen vorausgesetzt wird, so ist damit eine wirkliche Erklärung der subjektiven Bewußtseinswelten, die man in diesem Falle, infolge der Beziehentlichkeit und Zusammengehörigkeit ihrer Bestandteile, für an jenen einfachen Wesen hängende Scheinswelten erklären muß, von vornherein abgeschnitten. Dann muß man entweder mit Leibniz jeder Monade ein inneres Gesetz beilegen, nach welchem ihre Scheinswelt in Raum und Zeit zusammenhängt, oder mit Herbart zu fiktiven Erklärungsweisen greifen, wenn man diese Scheinswelten in einzelnen einfachen Wesen von andern einfachen Wesen abhängig machen will. Die haarsträubenden Erklärungen dieser Art, die sich bei Herbart finden, sind nur eine Folge dieser inneren Unhaltbarkeit der pluralistischen Weltansicht⁶⁵).

Ist dem aber so, dann werden auch die speziellen Inkonsequenzen verständlich, die Herbart in diesen fiktiven Erklärungsweisen selbst begeht. Wenn er bei der Konstruktion des intelligiblen Raumes den Ausgangspunkt dieser Konstruktion im Laufe derselben ganz vergißt und schließlich zum Continuum gelangt, so konnte er diesen Fehler begehen nur, weil ihm von vornherein der intelligible Raum nur eine fiktive Konstruktion ist, die für die vielen realen Wesen selbst nichts bedeutet. Wenn er dann weiter die Materie in diesem Raume konstruiert, so verleugnet er die Kontinuierlichkeit desselben und bleibt dem Ausgangspunkte seiner Konstruktion tren⁶⁶). Da er aber die

übrig? So viel wie nichts. Aus der Metaphysik lasse man die Forderung der zufälligen Ansichten hinweg: was wird herauskommen? Solche Metaphysik, wie man sie wohl kennt, und wie sie bisher gewesen ist.“ Einige gute Bemerkungen (neben andern, die unzutreffend sind) über Herbarts Methode der zufälligen Ansichten und deren Verwendung in dessen Metaphysik macht Vaihinger a. a. O. S. 275 ff.

⁶⁵) Vgl. auch meine Bemerkungen über Herbarts pluralistische Weltansicht in meinen „Prinzipien der Metaphysik“, I. Bd. 1. Abt. 1904 S. 42 ff.

⁶⁶) Es ist noch in diesem Zusammenhang zu erwähnen, daß wenn bei der Materie nicht die leeren Bilder der einfachen Wesen, sondern diese selbst Bestandteile der stetigen Linien sind, nach Herbart offenbar auch diese Linien aus einer endlichen Anzahl von einfachen Punkten bestehen

Eigenschaften der empirisch gegebenen Materie erklären will, und den einfachen Wesen als solchen Abstraktion und Repulsion als ursprüngliche Kräfte nicht beilegen kann, so begeht er eine neue Inkonsequenz, indem er zu der falschen Konstruktion des intelligiblen Raumes zurückkehrt und den widerspruchsvollen Begriff des unvollkommenen Zusammen auf die realen Wesen selbst überträgt. Auf diese Weise macht er die ganze Konzeption des intelligiblen Raumes, die, logisch konsequent durchgeführt, zu einem realen lückenlosen diskreten Raume führen würde⁶⁷⁾, zu einer völlig wertlosen für die Zwecke der Naturphilosophie und der Metaphysik überhaupt. Trotz all dieser Fehler und Irrtümer aber müssen wir Herbart ob

müssen, da die Zahl der Realen eine endliche sein soll (A. M. § 300 S. 261). Wenn dies aber für die stetigen aus realen Wesen bestehenden Geraden gilt, dann ist es klar, daß Herbarts Schlußfolgerung, die stetigen inkommensurablen Geraden der Fig. 6 müßten aus unendlich vielen Punkten bestehen (vgl. darüber insbesondere Th. d. a. § 22), einen logischen Sprung darstellt. Erst bei der stetigen Kreislinie kann, in der von uns früher angegebenen Art und Weise, eine solche Schlußfolgerung gemacht werden. .

⁶⁷⁾ Daß diese Konzeption in der Tat zu dem realen lückenlosen diskreten Raume führt, folgt einerseits aus unserer obigen Kritik der Herbartschen Konstruktion des intelligiblen Raumes (vgl. auch die Bemerkungen darüber in meinen „Prinzipien der Metaphysik“, I. Bd. I. Abt. 1904 S. 46 f.), und anderseits aus der Unhaltbarkeit der Versuche der älteren Herbartianer, die Objektivität des intelligiblen Raumes abweichend von Herbart zu retten. Wir können uns hier nicht darauf einlassen, diese Unhaltbarkeit auch nachzuweisen, wir beschränken uns nur auf folgende Bemerkungen, das Verhältnis jener Versuche zu Herbarts Lehre betreffend. Wenn Zimmermann die einfachen Wesen in einen inkonsekutiv-diskreten lückenlosen Raum versetzt, so hat er damit gerade das Charakteristische und Wertvolle in Herbarts Konstruktion, die Konsekution der einfachen Bestandteile des intelligiblen Raumes, aufgegeben. Wenn Drobisch und Cornelius an der Konsekution festhalten, die punktförmige Einfachheit der realen Wesen aber preisgeben, so geben sie wiederum die zweite wertvolle Seite des intelligiblen Raumes auf, die Einfachheit seiner letzten Bestandteile. Es muß der Herbartsche pluralistische Standpunkt selbst aufgegeben werden, und es muß die Realität der subjektiven Bewußtseinswelten zugelassen werden, um auf Grund einer in ihren Fundamenten verbesserten Konstruktion des diskreten Raumes sowohl die beiden wertvollen Seiten des intelligiblen Raumes aufrechtzuerhalten, wie eine wirkliche Erklärung des Geistes und der Materie zu ermöglichen. Dies hoffe ich durch meinen neuen monopluralistischen Standpunkt des relativen Bewußtseinsrealismus, den ich in der zweiten Abteilung des ersten Bandes meiner „Prinzipien der Metaphysik“ 1912 entwickelt, erreicht zu haben.

seiner Konstruktion des intelligiblen Raumes für einen der wichtigsten Vorgänger der diskreten Raumlehre erklären⁶⁸⁾.

⁶⁸⁾ Herbarts Lehre vom intelligiblen Raume scheint heutzutage ganz vergessen zu sein. Nur E. Mach, der ein starkes Bedürfnis nach einer Konstruktion des diskreten Raumes verrät, tut ihrer Erwähnung, indem er die Frage erhebt, „ob sich nicht den Herbartschen an Leibniz anknüpfenden Spekulationen, seiner Konstruktion des intelligiblen Raumes, ein physikalischer Sinn abgewinnen läßt, ob der physikalische Raum nicht auf Qualitäts- und Größenbegriffe zurückführbar sei?“ (vgl. „Erkenntnis und Irrtum“, 2. Aufl. 1906, S. 447). Auch betont Mach das Unbegründete der Herbartschen Beweisführung für die Dreidimensionalität des intelligiblen Raumes. In den gangbaren Darstellungen der Geschichte der neueren Philosophie wird der intelligible Raum entweder gar nicht erwähnt (so von H. Höffding in seiner „Geschichte der neueren Philosophie“, II. Bd. 1896) oder nur erwähnt (so in W. Windelbands in ihrer Art sonst so glänzenden Darstellung der „Geschichte der neueren Philosophie“, 5. Aufl. 1911, II. Bd. S. 407) oder recht kurz und unrichtig dargestellt (so spricht R. Falkenberg in seiner „Geschichte der neueren Philosophie“, 7. Aufl. 1913, 2. Hälfte, S. 476 vom intelligiblen Raume „mit ‚starren‘ Linien“, als ob dieser nur starre Linien enthielte; so steht zu lesen in Ueberweg-Heinze, „Grundriß der Geschichte der Philosophie“, 4. Bd. 10. Aufl. 1906, S. 125: „Das Aneinander einfacher realer Wesen erzeugt die ‚starre‘ Linie“, was unrichtig ist).