

МАТЕМАТИЧКИ ИНСТИТУТ

Историја математичких и механичких наука

Књига 2

ИСТОРИЈСКИ СПИСИ
ИЗ
МАТЕМАТИКЕ
И
МЕХАНИКЕ

БЕОГРАД

1989

МАТЕМАТИЧКИ ИНСТИТУТ

Историја математичких и механичких наука

Књига 2

ИСТОРИЈСКИ СПИСИ
ИЗ
МАТЕМАТИКЕ
И
МЕХАНИКЕ

БЕОГРАД

1989

На 157. седници Научног већа Математичког института од 21. новембра 1988. године донета је одлука да се ова публикација објави.

*

Технички уредник Драган Трифуновић; Текст обрадио у ТЕХ-у Мирко Јанц;
Лектор Ивана Трифуновић; Тираж 300; Штампа „Студио плус“, 11070 Београд,
Булевар АВНОЈ-а 179; штампање завршено јула 1989.

*

Класификација Америчког математичког друштва (AMS Mathematics Subject Classification 1985): 01 A 55; 01 A 70; 04—00; 51—03; 70—03.

СР — Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд

51(082)

ИСТОРИЈСКИ списи из математике и механике /
[Драган Трифуновић, главни уредник]. — Београд
: Математички институт, 1989. — 128 стр. ; 29
см. — (Историја математичких и механичких наука
/ Математички институт ; књ. 2)

ISBN 86-80593-02-8

1. ТРИФУНОВИЋ, Драган

531(082)

ПК:а. Математика—Зборници

б. Механика—Зборници

Према мишљењу Републичког секретаријата за културу СР Србије ова публикација је ослобођена пореза на промет.

ПРЕДГОВОР

У нашој средини веома ретко настане неко, било какво штиво из историје наука. А када се то и деси, онда сви напори теку ка суду науке, увидевши да је та научна област једно велико поприште, где нема ни победника, ни побеђених. Једини сведок је материјални извор (грађа) као доказ нашег постојања и наше прошлости.

У едицији *Историја математичких и механичких наука* Математички институт објављује другу књигу. Док је полазна, прва књига* излагала утицај руске научне школе механике (Г. К. Суслов, П. В. Вороњец и др.) на развитак наших механичара, — дотле се ова друга књига бави питањима прошлости појединих математичких дисциплина, као и живота и дела наших угледних математичара.

Тако, академик Милева Првановић на јасан и веома читљив начин излаже кључне околности у развоју неевклидске геометрије са упечатљивим појединостима о Гаусу, Бољају, Лобачевском и др. Потпуно је исказана анализа свих неевклидских геометрија у равни и простору које је предочио Феликс Клајн у свом Ерлангенском програму. О овом Клајновом раду детаљније са доста података пише и професор др Миодраг Перовић, који у уводном делу на леп начин наглашава Лајбницево рече: „Задатак је историје математике да унапреди уметност открића и омогући његово упознавање помоћу читих примера“.

Академик Милосав Марјановић и др Раде Дацић посветили су своје радове прошлости наше математике. Док први аутор износи живот и дело професора др Тадије Ж. Пејовића, као своју реч одржаној на Комеморативној седници Природно-математичког факултета у Београду 2. новембра 1982, — дотле се други аутор бави делом професора др Милоша Радојчића. Ови текстови упознају читаоца са многим непознатим истинама из живота и рада наших математичара. Посебно су важна истраживања др Дацића која ће сигурно бити неизбежан

*А. Т. Григорјан, Б. Н. Фрадлин: *Научно наследство школе Г. К. Суслова по аналитичкој механици и његово развитије у истраживањима југословенских ученика*, Историја мат. и мех. наука, књ. 1. Београд 1977, стр. 72.

источник за будућу монографију о предивном математичару и човеку Милошу Радојчићу.

У нешто обилнијем експозеу, професор др Вељко Вујичић указује на дословље свих предузећа у новијој историји механике код нас. Овим текстом у целости су описани организациони потхвати у научном животу ове науке код нас.

Поводом 35-годишњице књиге *Теорија скупова* од др Ђуре Курепе, професор др Златко Мамузић пише о значају ове књиге у нашој средини и њеном утицају на развитак научног рада код нас. Професор др Драган Трифуновић анализује математичке инструменте у делу Љубомира Клерића и доказује да је Београд на прелому два века (19/20) био значајан центар у којем се успешно развијало рачунарство.

На крају ове књиге подробно је описан рад сталног Семинара за историју математичких и механичких наука у Математичком институту у Београду. И објављени радови у овој књизи саопштени су на овом Семинару.

САДРЖАЈ

	Стр.
ПРЕДГОВОР	3
Милосав Марјановић ПРОФЕСОР ТАДИЈА Ж. ПЕЈОВИЋ	7
Милева Првановић ОТКРИЋЕ И РАЗВОЈ НЕЕУКЛИДСКИХ ГЕОМЕТРИЈА	13
Миодраг Перовић ЕРЛАНГЕНСКИ ПРОГРАМ ФЕЛИКСА КЛАЈНА И ЊЕГОВ УТИЦАЈ НА РАЗВОЈ МАТЕМАТИКЕ	29
Раде Дацић О ДЕЛУ МИЛОША РАДОЈЧИЋА	39
Драган Трифуновић МАТЕМАТИЧКИ ИНСТРУМЕНТИ ЉУБОМИРА КЛЕРИЋА	65
Вељко А. Вујичић ИНСТИТУЦИОНАЛНИ РАЗВОЈ НАСТАВЕ И НАУКЕ МЕХАНИКЕ У БЕОГРАДУ	85
Златко Мамузић ПОВОДОМ ТРИДЕСЕТОГОДИШЊИЦЕ КЊИГЕ „ТЕОРИЈА СКУ- ПОВА“ ПРОФЕСОРА ДР ЂУРЕ КУРЕПЕ	107
Драган Трифуновић СЕМИНАР ЗА ИСТОРИЈУ МАТЕМАТИЧКИХ И МЕХАНИЧКИХ НАУКА	115
PAPERS ON HISTORY OF MATHEMATICS AND MECHANICS (Summary)	127
БЕЛЕШКА О АУТОРИМА	128

Милосав МАРИАНОВИЋ

ПРОФЕСОР ТАДИЈА Ж. ПЕЈОВИЋ

У зору, 27. јуна 1982. године, на Интерној Б клиници у Београду, преминуо је др Тадија Ж. Пејовић, редовни професор у пензији Природно-математичког факултета у Београду.

Професор Пејовић остао је изузетно здрав и крепак и у годинама дубоке старости, активно се бавећи математиком и показујући несмањено интересовање за опште појаве, како друштвене тако и оне које наука носи. Били смо дуго навикли да га виђамо ведра и расположена, да се у сусретима нашалимо, да чујемо неку од његових рафинираних пензионерских прича. Међутим, од септембра месеца 1980. године, тачније од смрти његове врле супруге Љубице, која је такође била математичар, пензионисани гимназијски професор, иако окружен топлином и пажњом које су му пружале породице његових синова, професор Пејовић се све више затвара у себе и по први пут јављају се сметње, које почињу да блокирају рад његовог чврстог срца. О свему, па и о стварима које је до тог тренутка радио, почео је да говори користећи се истим прошлим временом спајајући тако детаље свог дугог живота у један једини недељиви трен. Почео је, чини нам се, да свесно умире, упорно и лагано, а 27. јун је био само апсолутни крај.

За животопис професора Пејовића није потребно трагати по архивама, за то се он сам побринуо написавши књигу: *Моје успомене и доживљаји 1892—1919.* и остављајући у рукопису наставак „Успомена“ за период од 1945. године. Читајући ову књигу и пратећи фину дијалектику његове сопствене приче, видимо да је професор Пејовић рођен 2. новембра по старом, односно 15. новембра по новом календару, 1892. године у селу Драчи недалеко од Крагујевца. Отац му се звао Живан а мајка Велика и Пејовићи у Драчи су досељеници са југа, из динарских крајева.

Професор Пејовић је завршио основну школу у родном месту, гимназију у Крагујевцу 1914. године, а из „Успомена“ видимо да је лета проводио у родном селу, радећи и тешке пољопривредне послове, али и уживајући у веселим тренуцима којима је живот у селу био проткан.

28. јуна 1914. године учествује, као ђак матурант на прослави на Косову, а тог истог дана сазнаје о атентату у Сарајеву.

Рат растегне време, испуни га догађајима, судбине замене животне планове. Дуга је и ратна прича професора Пејовића, и истинита, искрена и поучна.

Из ове приче видимо да се 13. септембра 1914. године нашао у Скопљу, у батаљону ђака, који су после двомесечне обуке произведени у чин каплара и послати у оперативне јединице и тако уткали себе у херојску историју, под збирним именом „Батаљон хиљаду и триста каплара“. Учествује у Колубарској бици, повлачи се са Српском војском преко Албаније. Фебруара 1916. године стиже на Крф, а маја исте године у Солун. Учествује у биткама за пробој солунског фронта, да би 20. новембра 1918. године, као претеча свог батаљона, млади поручник Пејовић био први српски војник са солунског фронта који је стигао у Дубровник. Демобилише се 17. јуна 1919. године и уписује на Филозофски факултет Београдског универзитета. Године 1921. дипломира на Филозофском факултету, 1922. године биран је за асистента, а 1923. године брани докторску дисертацију под насловом *Нови случајеви интегралитета једне важне диференцијалне једначине*. Године 1925. изабран је за доцента, а затим је отишао на једногодишњу специјализацију у Француску. Ванредни професор постаје 1933. године а редовни 1950. године.

У периоду између два светска рата, професор Пејовић у потпуности се посвећује раду на Универзитету и научним истраживањима. То је време кад београдском математиком доминира крупна фигура Михаила Петровића чији је Пејовић један од најистакнутијих ђака и под чијим утицајем започиње и сам своје значајно научно дело.

Научни радови професора Пејовића већином припадају теорији диференцијалних једначина и у том подручју он је дао своје најзначајније прилоге.

У првим својим радовима који се појављују у више часописа као што су *Comptes rendus*, *Bulletin de Societ  Mathématique de France*, *Глас САНУ*, *Publications Mathématiques* и другим, професор Пејовић проучава решавање диференцијалних једначина у квадратурама, тј. бави се питањима добијања општег интеграла у форми израза у којима фигуришу неодређени интегрални функција, датих у самој диференцијалној једначини. Примењујући и развијајући методу диференцијалних инваријаната, која потиче од чувеног математичара Laguerre-а, он је проширио број типова диференцијалних једначина које су решиве у квадратурама. Његов најзначајнији резултат ове врсте су услови који одређују могућност свођења одређених типова диференцијалних једначина на једначине са константним коефицијентима. Резултати и идеје професора Пејовића, из овог периода, привукли су пажњу више наших и иностраних математичара, па поменимо, на пример радове Roy Pastor-а и Joseph Payet-а, при чему овај други заснива и своју тезу на резултатима професора Пејовића. Горе поменути резултат о могућности трансформације диференцијалних једначина на једначине са константним коефицијентима ушао је у познате светске монографије, као што су књиге Kamke-а, Матвеева и Еругина.

Од 1930. године професор Пејовић посвећује већи број радова такозваним асимптотским решењима диференцијалних једначина. Пошто је метода решавања диференцијалних једначина у квадратурама у принципу ограничена, тј. не може водити ка општој теорији решења, и како је то постало видљиво на основу теорије инфинитезималних трансформација Sophus Lie-а, велики француски математичар Henri Poincaré је крајем прошлог века скренуо правац истраживања у овој области ка квалитативној анализи диференцијалних једначина, тј. ка проучавању разних својстава решења диференцијалних једначина, а да се са тим решењима експлицитно не оперише. Михаило Петровић даје врло значајне резултате у овој области, којој посвећује и највећи број радова из диференцијалних једначина и несумњиво утиче на професора Пејовића да се и сам њоме бави. Не улазећи овде ниукакве техничке детаље, и изражавајући се описно, професор Пејовић ради са почетним условима различитим од Cauchy-евих захтевајући да решења диференцијалних једначина које посматра, имају у тачки бесконачно, коначне и одређене вредности или су ограничена. Самим тим су различите методе рада и начини испитивања ових решења.

Низ радова пре и после другог светског рата професор Пејовић посвећује проучавању асимптотских решења, крунишући свој рад значајном монографијом „Existence et quelques propriétés asymptotiques des équations différentielles ordinaires“, Мат. Инст. (Београд, 1969).

Уместо набрајања свих радова и математичара који се осврћу на резултате професора Пејовића у подручју квалитативне анализе, ограничимо се на два случаја, довољно речита да се сагледа њихов велики значај у поменутом подручју. Резултати професора Пејовића који се јављају у виду теорема типа алтернативе „бар једно решење ограничено“ или „сва решења ограничена“ инспирисали су директно пољског математичара Tadeusz Ważewski-ог, да синтезује разне резултате те врсте у виду једне теореме тополошког типа, познате под именом принцип ретракције Ważewski-ог.

Глава XIII, већ поменуте монографије Еругина, која носи наслов *Теорија покретних сингуларних тачака у реалној области* као централно тврђење садржи „Теорему Пејовића“. Већ у предговору ове монографије, при осврту на главу XIII каже се: „Указује се на велики значај истраживања Пејовића“, а завршавајући доказ Теореме Пејовића каже се: „Ми упућујемо читаоца на класични мемоар Пејовића“, цитирајући ту већ поменуту монографију.

Професор Пејовић је дао прилоге и у другим областима математике, на пример, у теорији детерминаната, где треба поменути његов прилог Hadamard-овом проблему о максималном модулу детерминанте као и резултат о редукцији детерминанте на главну дијагоналу.

У времену у коме живи професор Пејовић, догађаји не мирују већ доносе још један стравичан рат. Тако, из рукописа „Успомена“ видимо да је професор Пејовић 1941. године поново у униформи, као резервни потпуковник и помоћник команданта пука у Бенковцу. Брза капитулација није пружила довољно времена да се пушке употребе, али како то његова прича каже, на жалост биле су потребне

да се њима доспе до наступајућих немачких снага, да се не падне у нечије друге руке.

Живот у заробљеништву, у логорима смрти, почиње са Официрским лагером бр. VI В, у Варбургу. Долазе искушења југословенства и друга, која поједине људе враћају кући. Долази и захтев да се потпише Декларација о борби против Партизанског покрета у Југославији. Професор Пејовић бира други пут, пут кроз логоре у Нирнбергу, Оснабрику, Хамерштајну итд., да би био ослобођен од стране Енглеза 30. априла 1945. године у Сандбостелу. По опоравку, 28. августа исте године, стиже у Београд.

Повратком у земљу, професор Пејовић се враћа Универзитету, наставља научни и наставни рад али тада почиње и значајни период његових организационих активности.

Гош 1933. године учествује у организовању Југословенског друштва математичара, чији је председник од тада па до почетка II светског рата. Године 1947. учествује у организовању Друштва математичара, физичара и астронома СР Србије и његов је председник дуги низ година.

Од 1945. године, са само једним прекидом, па све до пензионисања 1963. године, он је шеф Катедре за математику на Природно-математичком факултету у Београду. Уложио је велики труд у послове око организовања рада и наставе на новооснованим факултетима у Новом Саду, Приштини и Крагујевцу. Учествује у оснивању Математичког института у Београду као самосталне установе и његов је директор у периоду од 1961. до 1968. године. У току две године био је декан Природно-математичког факултета у Београду.

Поред матичног факултета, наставу је изводио на Машинском, Технолошком и Електротехничком факултету у Београду, те на поменутим новооснованим факултетима. Утисци о тој настави су у успоменама многобројних слушалаца његових предавања. Та предавања су била садржајна, добро испланирана, јасна. Излагао је темпом који је остављао утисак да се није журио али се добро стицало. Лепо је распоређивао исписани материјал на таблама, рукопис му је био пријатан за читање.

Увек спреман да посаветује, да подстакне и студенте и људе чији је научни рад везан за област којима се он бавио, уносио је живот и стимулисао радну енергију других. Под његовим руководством израђено је више докторских дисертација и врло значајно је утицао на стварање научног подмлатка.

Уопште, остављао је пријатан утисак у контакту с људима, његова личност имала је строге патријархалне црте, профињене његовом сопственом интелигенцијом и оквиром институција којима је припадао. Остајући увек човек, исти, исконски, уз научни и стручни ауторитет који је поседовао, могао је да буде врло успешан руководилац институција којима је стајао на челу. Периоди његовог руковођења су запамћени као периоди без конфликта. Могуће унутрашње антагонизме није потирала јака воља, нити вешт компромис, већ способност да се наведу људи да се огледају сами према себи. Дода ли се томе онај дискретни сјај генерације ратника којој је припадао, професор Пејовић

је био шеф Катедре, директор Математичког института, председник Друштва математичара, који ће се дуго памтити.

Посебно значајан део наставног рада професора Пејовића представљају његови уџбеници, који су одиграли пионирску улогу у развоју универзитетске наставе код нас. Серија свезака под насловом *Диференцијални и интегрални рачун*, јавља се у периоду од 1928—1946. године, а прерађене свеске под насловом *Математичка анализа I—V*, излазе у периоду од 1955—1957. године. Ово дело професора Пејовића представља уџбеник математичке анализе који садржи обиље материјала, а писан је јасно, богато разноврсним примерима, служило је и служи генерацијама студената Природно-математичког факултета и техничких факултета за упознавање са овим предметом. Овај уџбеник, ослоњен на класичне француске узоре, као што су курсеви Picard-a, Goursat-a и других, одређене временом и погледима аутора, остаје као значајно дело наше универзитетске литературе.

Двотомна књига, под насловом *Диференцијалне једначине* излази 1951. године, а књига *Диференцијалне једначине — Егзистенција решења* 1958. године. Ова дела су из подручја основног научног интересовања професора Пејовића, па се одликују и оригиналним прилозима аутора, и концепцијом одређеног ауторовог научног оријентацијом, имајући при том и све поменуте одлике Пејовићевих писаних дела.

Колико су књиге професора Пејовића значајне и добро примљене у нашој јавности сведочи велики број издања које су имале.

Морамо поменути још једно значајно дело, којим је професор Пејовић као директор Математичког института руководио и у чијем је остварењу најактивније учествовао. Ради се о *Речнику математичких термина* у коме су речи дате упоредо на пет језика: српскохрватском, руском, енглеском, немачком и француском и који је изазвао велико интересовање јавности.

Није могуће оваквим једним освртом обухватити обимну научну и стручну делатност професора Пејовића, нити у потпуности сагледати њен значај. Распооређена у времену од готово шездесет година његовог стваралачког рада, ова делатност се кодификовала у писмене, логичко-математичке форме и у живом, у знање и способности многобројних његових ученика. Тако она наставља да зрачи и живи, остаје за будућност.

Професор Пејовић је доживео највеће признање, да види потврду својих резултата у радовима других математичара који су их користили или се њима инспирисали. Поменимо имена страних, као што су: Fayet, Zemke, Hukuhaга, Pastor, Bruwier, Chazy, Kamke, Rapoport, Tatarkiewicz, Kluczny, Cesari, Еругин, Беркович, Матвеев, Kartsatos и др. или домаћих као што су: Петровић, Митриновић, Карапанџић, Ракић, Бертолино, Пантић и други.

Значајна друштвена признања професора Пејовића су:

- Орден рада са црвеном заставом, 1964. године,
- Седмојулска награда, 1976. године,
- Орден заслуга за народ са златном звездом, 1979. године,

– Носилац је Албанске споменице, три медаље за храброст „Милош Обилић“ и других војних одликовања.

Оживљавајући успомене на професора Пејовића можемо га видети као научника или ратника, као професора пред таблама на којима се извијају интегрални или гитаристи у оркестрима заробљеничких логора, где је музика одржавала људско достојанство, као директора и организатора или страственог љубитеља природе који ужива у јахању и дугим шетњама. Можемо га видети задубљена у успомене свог живота, не да сагледа само себе, него сву генерацију којој је припадао, жртве и подвиге, да из бесциља рата сагледа смисао његовог вођења, да стопи свој са народним судом. Или га можемо видети како изводи на својим блок-флаутама и снима народну музику и кола.

Много је ситуација кроз које је пролазио професор Пејовић и где је длака била граница између живота и смрти. Његово понашање, сваки пут, уобличавају прибраност и свесна храброст. Виталност и снажна воља, свуда га воде и доводе до у дубоку старост.

А душа, где је она, има ли у њој оне древне словенске сете? Једноставни и епски лепо стихови са прве стране „Успомена“ кажу:

„Превалио осамдесет лета
 Преживео свакојаке муке,
 И дошао до правог сазнања;
 Живот људски вечно је плакање
 Са плачем се рађа и умире;
 При рађању плаче ко долази
 При умору плаче ко остаје
 Певање је плакање без суза.“

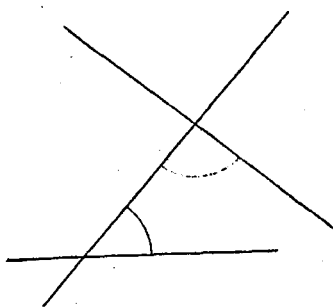
У целини, професора Пејовића видимо као човека који се потпуно остварио, развијајући ону чудну моћ да сагледа јасну везу између смисла живота и самог живота и коју поседују само људи посебног кова и интелигенције.

Лик професора Пејовића остаје заувек, на истакнутом месту, у галерији великана нашег Факултета и Универзитета и ми му се, овде, још једном поклањамо.

(Излагање на Комеморативној седници Природно-математичког факултета у Београду одржаној 2. новембра 1982. године).

ОТКРИЋЕ И РАЗВОЈ НЕЕУКЛИДСКИХ ГЕОМЕТРИЈА

Данас се зна за више неевклидских геометрија. Прва је откривена она која је позната и под именом хиперболична геометрија и то почетком 19. века. Откриће је проистекло из многовековних покушаја да се докаже V Еуклидов постулат. Тај постулат гласи овако:



Ако две праве, у пресеку с трећом образују насупрамне углове тако да је њихов збир различит од равног угла, оне се секу и то са оне стране пресечне праве са које је тај збир мањи од равног угла.

Исказ овог постулата је релативно сложен и пре личи на исказ неке теореме. Поред тога, већ први Еуклидови коментатори су учили да Еуклид овај постулат користи тек при доказу 33. теореме, док претходне 32 од њега не зависе. Стога су покушали да постулат докажу и тако је још у Старом

веку настао проблем V Еуклидовог постулата. Проблем је стајао отворен кроз цели Средњи и добар део Новог века. Многи математичари, па и они највећи, покушали су да проблем реше. У другој половини 18. века био је састављен велики списак разних „доказа“ V постулата. А анализа сваког од њих показала је да је доказ или директно погрешан, или се при доказу експлицитно или имплицитно користи неки еквивалент V постулата. И тако су, током 2000 година, математичари, решавајући овај проблем, само нашли бројне еквиваленте V постулата. Формулација самог проблема се није мењала: претпостављало се да се ради о теорему коју треба доказати. Откриће неевклидске геометрије наступило је оног момента кад се дошло до сазнања да је V Еуклидов постулат *заиста постулат*, да се он *не може доказати*. Јер то сазнање директно води ка сазнању да постоји геометрија у којој је уместо тог постулата као аксиома прихваћено тврђење које му противречи.

До овог сазнања су, крајем 20-тих година 19. века, независно један од другог, дошла три велика математичара: Н. И. Лобачевски (Н. И. Лобачевский 1792—1856), Ј. Бољај (J. Bolyai, 1802—1860) и К. Ф. Гаус (K. F. Gauss, 1777—1855). Сваки од њих је прво покушавао да докаже постулат и трагајући за тим доказом и дошао до свог открића.

Један од „доказа“ Лобачевског датира из 1817. године. Тада је Лобачевски, на Казанском универзитету, држао курс из геометрије. Са тих предавања сачуване су белешке једног студента, па се тако и зна за тај, наравно погрешан, доказ. Године 1823. Лобачевски је објавио уџбеник *Геометрија*. Ту нема доказа V постулата. Шта више, ту је први пут јасно издвојена апсолутна од еуклидске геометрије: у првих пет глава Лобачевски је изложио све и из планиметрије и из стереометрије што не зависи од аксиоме паралелности. Године 1826. Лобачевски је на седници Одељења математичко-физичких наука Казанског универзитета саопштио рад: *Сажето излагање основа геометрије са строгим доказом теореме о паралелама*. Он ту каже:

„Видели смо да збир углова троугла не може бити већи од π . Остају претпоставке да је тај збир једнак или мањи од π . И једно и друго се може прихватити без икакве противречности. Отуда следи да постоје две геометрије: једна употребљива, која се до сада користила због своје једноставности и која је сагласна са свим мерењима, и друга имагинарна. Ова друга је општија и зато су у њој израчунавања тежа.“

Године 1826. Лобачевски је имао 34 године. На овом свом открићу радио је до краја живота. Тако је 1829. године, у часопису *Уч. зап. Казанског Унив.* штампао рад *О основама геометрије*. То је допуњено и проширено његово саопштење из 1826. године. Године 1835. штампао је рад: *Имагинарна геометрија*; 1836 — *Примена имагинарне геометрије на неке интеграле*; 1838 — *Нове основе геометрије са потпуном теоријом паралелних линија*. Године 1840. изашла је у Берлину књижица на немачком језику: *Геометријско истраживање теорије паралелних линија*. Године 1855. штампана је у Казану *Пангеометрија*, а 1856., опет у Казану, француски превод *Пангеометрије*. Те 1856. године Лобачевски је умро.

Јанош Бољај је 1823. године из Тамишвара, где је био са службом, писао свом оцу да је чврсто решио да штампа рад о паралелним линијама. „Оно главно — пише Јанош — још нисам нашао. Међутим, пут којим идем сигурно обећава решење проблема, ако је оно уопште могуће. За сад нећу додати више ни једну реч. Рећи ћу само толико да сам из ничега створио нов, посебан свет.“

Године 1832. Јанош је своје откриће објавио (на латинском језику) под насловом *Прилог који садржи апсолутно истиниту науку о простору, која не зависи од истинитости или неистинитости XI аксиоме Еуклида, а што á priori, никада не може бити решено*. Прилог је објављен уз књигу *Експеримент увођења ученика у основе чисте математике, елементарне и више . . .*, коју је саставио његов отац, Фаркаш. написан је изузетно сажето, уз примену многих условних ознака, због чега је и данас тешко читљив.

Фаркаш Бољај је књигу послао Гаусу, свом школском другу са студија математике у Гетингену. Одговор Гауса био је за Бољаје сасвим неочекиван и поразан. Гаус је писао да не може да похвали Јаношево откриће јер би то значило да хвали самог себе пошто је и сам дошао до истог открића. Јанош се још више огорчио кад је 1840. године примио од Гауса један примерак већ поменуте књиге коју је Лобачевски штампао на немачком језику. Био је убеђен да је Н. И. Лобачевски само псеудоним иза кога се крије сам Гаус, тј. био је убеђен да га је Гаус покрао. Разочаран свим тим, Јанош више није радио на разради свог открића.

Што се тиче Гауса, он за живота није ништа објавио од својих открића из области нееуклидске геометрије. О њима се зна на основу његове преписке и рукописа нађених у његовој научној заоставштини. Тако се зна да је још 1799. године размишљао о доказу V постулата и да је 1816. године још увек сматрао да се он може доказати. Међутим, већ 1817. године Гаус пише једном свом пријатељу: „Долазим све више до убеђења да се тачност наше геометрије не може доказати“. У писму Шумахеру, Гаус је веома високо оценио рад Лобачевског истичући да је ту нашао мало шта новог, пошто је и сам дошао до истих закључака. 1842. године Лобачевски је, на необразложен предлог Гауса, изабран за дописног члана Гетингенског научног друштва. Такође се, на основу Гаусових писама, зна да је почео да учи руски језик како би могао да чита и оне радове Лобачевског који су штампани на руском.

И у првом штампаном раду Лобачевског и у раду Јаноша Бољаја, истичу се три основне етапе. У првој, експлицитно се одбацује V Еуклидов постулат и прихвата противречна аксиома, а затим се изводе и прве последице те нове претпоставке. Међутим, те прве теореме нееуклидске геометрије биле су познате и другим математичарима. Јер многи су покушавали да докажу V постулат полазећи од противречне претпоставке. Изводећи последице, дошли су до првих теорема нееуклидске геометрије. Но, ни један од њих није био тога свестан, ни један од њих није био у стању да учини пресудан корак и пређе у нову геометрију. Тај пресудан корак учинили су само Бољај и Лобачевски (ако Гауса не рачунамо, будући да ништа није публикувао). А сем тога, они су, откривши *орицикл* и *орисферу*, учинили следећи, суштински важан корак у развоју нове геометрије.

Орисфера је, као раван и као сфера, ротациона површ с обзиром на сваку своју нормалу. Раван и сфера постоје и у еуклидском и у хиперболичном простору. Унутрашња геометрија равни зависи од тога у који је простор смештена. Унутрашња геометрија сфере не зависи од околног простора: и еуклидски и нееуклидски простор индукују на њој сферну унутрашњу геометрију. Орисфера постоји само у хиперболичном простору. И тај околни, хиперболични простор одређује на орисфери унутрашњу геометрију која је еуклидска. Пресек равни и орисфере је или кружница или орицикл. Овај последњи, у унутрашњој геометрији орисфере има улогу коју у еуклидској равни има права.

Чињеница да у нееуклидском простору постоји површ чија је унутрашња геометрија еуклидска, до које су разним путевима дошли и Лобачевски и Бољај,

је најважнија етапа у октирћу неевклидске геометрије. Јер, иако је V постулат одбачен, еуклидска геометрија се није изгубила. Једино, уместо да се реализује у равни, она се реализује на орисфери. Поред тога, на орисфери важе све еуклидске теореме, релације и формуле, па важи и еуклидска тригонометрија. То значи да су, као и у еуклидској планиметрији, дефинисане основне тригонометријске функције, вредности тих функција изражавају се истим редовима, стране и углови геодезијског троугла везане су једначинама равне еуклидске тригонометрије.

У еуклидској геометрији се, полазећи од равне тригонометрије, може извести сферна тригонометрија. Лобачевски и Бољај су аналогно, користећи тригонометрију на орисфери, извели сферну тригонометрију и тригонометрију неевклидске равни. И то је трећа важна етапа у конструкцији неевклидске геометрије.

Испитивања орисфере довела су до открића једне константе која карактерише хиперболични простор. Промена те константе мења простор, тачније, мења метрику тог простора. То је навело Лобачевског да изјави да постоји не једна него безброј нових геометрија.

Лобачевски је, даље, приметио да ако се у тригонометријским формулама неевклидске равни уместо константе R стави константа Ri (где је i имагинарна јединица), добијају се формуле сферне тригонометрије. Тако је закључио да се његова геометрија може реализовати на некој сфери имагираног полупречника. Зато ју је и назвао имагинарна геометрија.

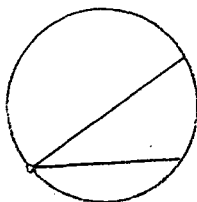
Гаус није ништа публиковао од својих открића и није дао јавну подршку ни Бољају ни Лобачевском. Па ипак, он је највише допринео (иако то, можда није желео) релативно брзој афирмацији неевклидске геометрије. Наиме, ускоро после Гаусове смрти, од 1860. до 1865. године, објављена је Гаусова преписка са Шумахером, па и напред поменуто писмо у коме се говори о радовима Лобачевског. То као и чланак А. Келија (A. Cayley, 1821–1895). *Примедба о имагинарној геометрији Лобачевског*, који је штампан у Лондону 1865. године, скренули су пажњу математичара на нову геометрију. И тако се већ 1866. године појавио у Паризу француски превод радова Лобачевског, а 1867. године у Паризу, у Дрездену и у Напуљу, чланци у којима се излажу основне идеје Лобачевског. И Вајерштрас се заинтересовао за неевклидску геометрију. Крајем 60-тих година држао је семинар из неевклидске геометрије. Том приликом први пут је увео координате које се данас зову Вајерштрасове координате.

Један од оних који се у то време упознао са идејама нове геометрије био је и италијански математичар. Е. Белтрами (E. Beltrami, 1835–1900). Он се, у ствари, бавио диференцијалном геометријом и, између осталог, испитивао површи константне Гаусове кривине. Назвао је псеудосферама оне код којих је та константна кривина негативна и показао да је локална геометрија псеудосфере — неевклидска геометрија. При том је користио следеће координате (данас познате под именом Белтрамијеве координате):

$$u = a \operatorname{th} \frac{\rho}{q} \cos \varphi, \quad v = a \operatorname{th} \frac{\rho}{q} \sin \varphi.$$

Отуда је

$$u^2 + v^2 = a^2 \operatorname{th}^2 \frac{\rho}{q} < a^2.$$



Тако је Белтрами приметио да ако су у некој помоћној (еуклидској) равни x и y правоугле координате, једначине $x = u$, $y = v$ одређују узајамно једнозначну кореспонденцију између скупа тачака нееуклидске равни и скупа унутрашњих тачака кружнице $x^2 + y^2 = a^2$, тј. приметио је да се нееуклидска раван може приказати као унутрашњост кружнице у еуклидској равни. При том су праве приказане тетивама, а паралелне праве — тетивама које се секу на кружници. Овај рад Белтрами-

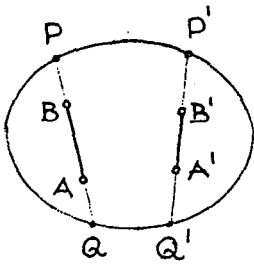
ја, под насловом *О интерпретацији нееуклидске геометрије* штампан је 1868. године. Он представља први корак у доказу непротивречности нееуклидске геометрије, и оставио је велики утисак на савременике. Јер ето, у еуклидском простору постоји површ на којој се, додуше локално, реализује нееуклидска геометрија. Тако је 70-тих година прошлог века почело трагање међу површима константне негативне кривине с намером да се нађе она на којој се нееуклидска геометрија реализује у целини. Таква површ није нађена. Шта више, много касније, 1901. године Хилберт (D. Hilbert, 1862—1943) је доказао да таква површ у тродимензионом еуклидском простору не постоји. Наш математичар Данило Блануша (1903—1985) доказао је, у раду који је објављен 1955. године [1] да у петодимензионом еуклидском простору постоји површ на којој се хиперболична геометрија реализује у целини. Питање да ли таква површ постоји или не постоји у четвородимензионом простору још није решено.

Као што је већ речено, рад Белтрамија је био само први корак у доказу непротивречности нееуклидске геометрије. Имао је два велика недостатка. Пре свега, није дао глобалну интерпретацију нееуклидске геометрије. Наиме, Белтрами није дао формулу за растојање између две произвољне тачке и није објаснио како се у његовој интерпретацији интерпретира подударност. Други недостатак је тај што је и та локална интерпретација погодна само за димензиону а не и за тродимензиону нееуклидску геометрију. Ова два проблема решио је Феликс Клајн [7] (Felix Klein, 1849—1925). При том је Клајн искористио с једне стране теорију група, тачније речено идеје Софуса Лија, а с друге стране радове енглеског математичара А. Келија који су се односили на линеарно пресликавање квадратних форми.

Клајн је, пре свега, анализирао једну од основних релација у геометрији — релацију „је подударно“. Код Еуклида тај појам има механичко значење. Еуклид, наиме, сматра да су фигуре F и F' подударне ако постоји кретање у равни (односно у простору) при коме се једна од њих може покlopити са другом. То се кретање не изводи ефективно. Важно је само да се свакој тачки простора може узајамно једнозначно придружити друга тачка тако да при том мере дужи, углова, површи и запремина остају непромењене. Клајн је утврдио

да скуп таквих пресликавања образује групу, а поменуте мере су инваријанте те групе.

Скуп пројективних трансформације такође образује групу. Међутим, та је група сувише широка. На пример, група пројективних трансформација у равни зависи од 8 параметара, док група подударности у равни зависи само од 3. У радовима Келија, Клајн је нашао следећи резултат.



Скуп свих пројективних трансформација које недегенерисану криву другог реда k пресликавају на ту исту криву образују подгрупу пројективне групе и она зависи од 3 параметра. При том се унутрашњост криве пресликава на унутрашњост, а спољашњост — на спољашњост. Поред тога, постоји и бројна инваријанта. Нека су A и B две тачке у унутрашњости криве а P и Q тачке пресека праве $p(A, B)$ са кривом. Ако је при некој трансформацији φ из поменуте подгрупе

$$\varphi(A) = A' \quad \text{и} \quad \varphi(B) = B',$$

онда је и

$$\varphi(p(A, B)) = p(A', B'),$$

па како је $\varphi(k) = k$, то је и

$$\varphi(P) = P', \quad \varphi(Q) = Q', \quad \text{при чему је } P', Q' \in k.$$

С друге стране, дворазмера четири колинеарне тачке

$$\{A, B; P, Q\} = \frac{[AP]}{[BP]} \cdot \frac{[AQ]}{[BQ]}$$

је пројективна инваријанта, тј.

$$\{A, B; P, Q\} = \{A', B'; P', Q'\}.$$

Та инваријанта може послужити за конструкцију метрике. У ствари, ако се за меру дужи $[AB]$ узме број

$$m[AB] = c \log \{A, B; P, Q\}, \quad (1)$$

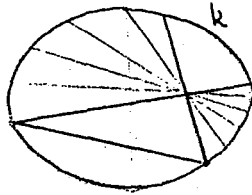
где је c нека константа, он задовољава сва три услова преко којих се дефинише мерење у скупу дужи:

а) та је метрика адитивна, тј. ако је тачка C између тачака A и B , онда је

$$m[AB] = m[AC] + m[CB];$$

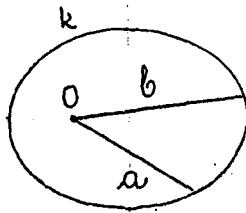
б) она је инваријантна с обзиром на тропараметарску групу пројективних трансформација при којима се k пресликава на k ; и

в) за сваку унапред изабрану и фиксирану дуж $[MN]$, константа c се може изабрати тако да је $m[MN] = 1 \cdot [MN]$ је, дакле, јединична дуж у том систему мерења.



И сад Клајн уводи следећу интерпретацију. Под тачком се подразумева свака тачка у унутрашњост криве k и само таква тачка. Под правом — отворена тетива криве k , док је трансформација подударности — нека трансформација поменуте подгрупе групе пројективних трансформација. При оваквој интерпретацији, задовољене су све аксиоме и сви постулати Еуклида, сем постулата о паралелности. Постоји, наиме, безброј правих које садрже тачку

а не секу унапред уочену праву. И тако се у пројективној равни у целости реализује хиперболична геометрија, па ако је пројективна геометрија непротивречна, непротивречан је и онај њен део који се односи на описани модел, тј. непротивречна је и хиперболична планиметрија. Описани поступак се може поновити у пројективном простору. При том се, уместо криве другог реда посматра површ другог реда. Другим речима, овом се методом може доказати и непротивречност хиперболичне стереометрије.

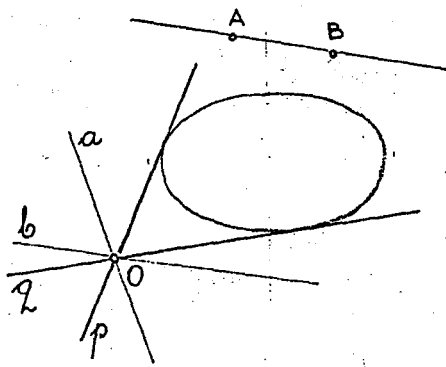


Описана метода даје и много више. Она, наиме, омогућује да се идентификује 9 разних метричких планиметрија и 27 разних метричких стереометрија. Пре но што пређемо на ту идентификацију, приметимо да се у описаном моделу мерење углова реализује применом принципа дуалитета: углу $\angle ab$ се, као мерни број, придружује број

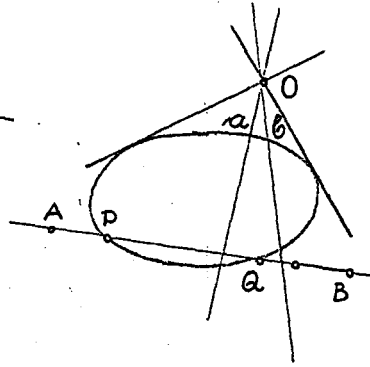
$$m(\angle ab) = c \log\{a, b; p, q\}, \quad (2)$$

при чему је c опет константа, а p и q су тангенте из темена угла на k . Али те тангенте образују пар конјуговано комплексних правих. Стога је $\log\{a, b; p, q\}$ чисто имагинаран број па ако желимо да $m(\angle ab)$ буде реалан број, константа c се мора изабрати тако да буде чисто имагинарна. Стога кажемо да је мерење дужи у овом моделу *хиперболично*, а мерење углова *елиптично*, односно да је геометрија Лобачевског *HE-геометрија*.

Поменута подгрупа трансформација одређује још две метричке геометрије. Носач тих геометрија је спољашњост криве k тј. и у једној и у другој од њих под тачком се подразумева тачка пројективне равни која је спољашња у односу

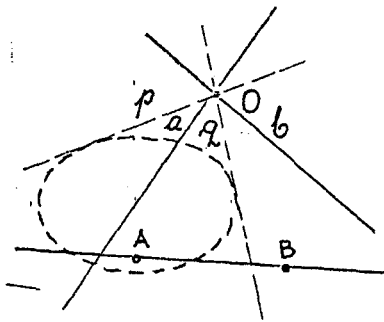


EH-геометрија



HH-геометрија

на k . Међутим, улогу праве у једној од тих геометрија имају само оне праве које не секу k , а у другој — само оне које је секу. Прва од тих геометрија је *EH-геометрија*, а друга је *HH-геометрија*.



EE-геометрија

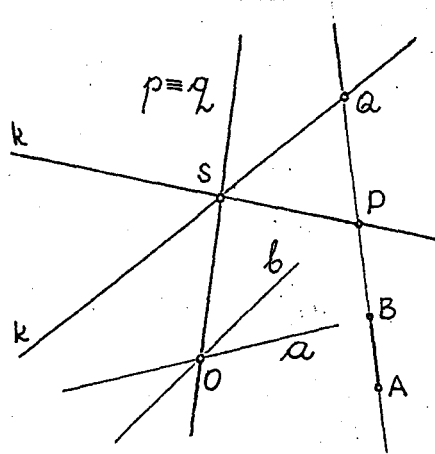
Ако се, пак, уместо реалне недегенерисане криве другог реда посматра имагинарна крива другог реда, добива се пројективни модел класичне елиптичне геометрије. У овој шеми она носи ознаку *EE-геометрија*.

При пројективној класификацији кривих, појављују се и дегенерисане криве другог реда односно друге класе. Свака од њих се може узети за апсолуту, тј. помоћу сваке од њих може се издвојити одређена подгрупа пројективне групе трансформација, и та подгрупа има, у одговарајућој геометрији, улогу трансформација подударности.

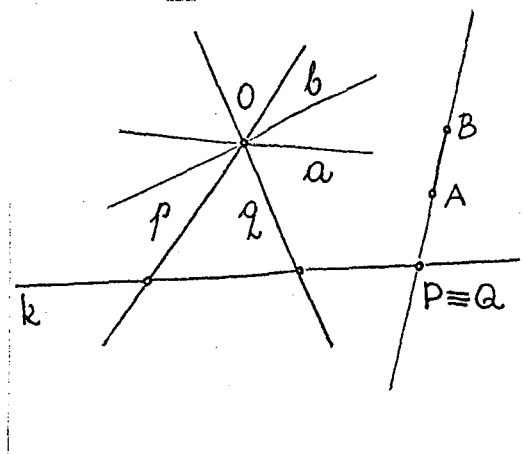
Дегенерисане криве другог реда су:

- а) две реалне праве; дуално — реална права на којој су задане две реалне тачке;
- б) пар конјуговано-комплексних правих и реална тачка њихова пресека; дуално — реална права и пар конјуговано-комплексних тачака на њој;
- в) реална права и на њој задана реална тачка.

Ако апсолуту чине две реалне праве, мерење дужи је хиперболично, јер права $p(A, B)$, по правилу, сече апсолуту у двама различитим тачкама, па се за мерење дужи може искористити образац (1), при чему су P и Q реалне тачке



HP-геометрија



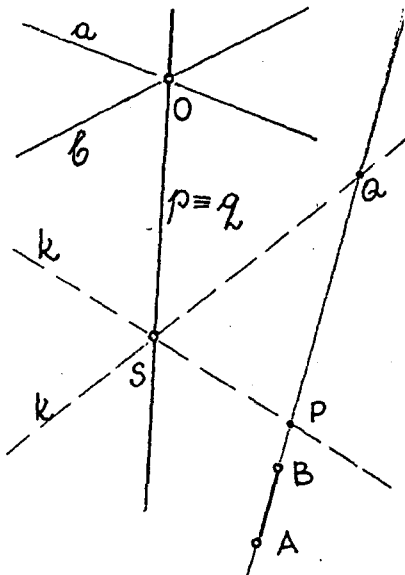
PH-геометрија
или псеудоеуклидска геометрија

a и c је реална константа. Ако $p(A, B)$ садржи тачку S пресека прaviх које чине апсолуту, $p(A, B)$ је изотропна права па се $t[AB]$ добива посебним поступком. За мерење углова се, међутим, не може искористити образац (2), јер теме угла и тачка S одређују само једну праву, па је $p \equiv q$. Стога кажемо да је мерење углова *параболично* и посматрана геометрија је *HP-геометрија*.

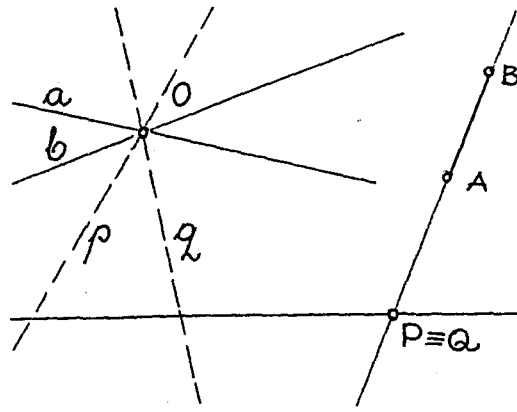
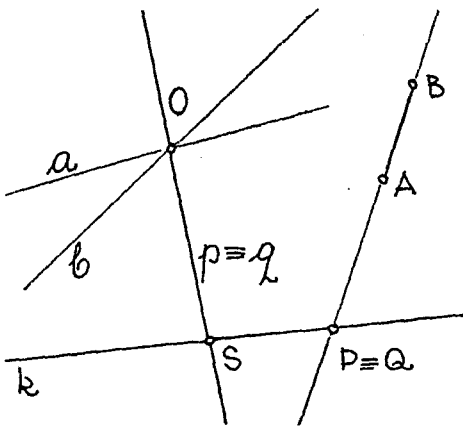
Ако апсолуту образује права на којој су задане две реалне тачке, за мерење углова се може искористити образац (2). При том су p и q реалне праве које су одређене теменом угла и датим реалним тачкама апсолуте, и c је реална константа. Мерење дужи је, међутим, *параболично*. $p(A, B)$ сече апсолуту у само једној тачки па је $P \equiv Q$ и образац (1) се не може искористити. За мерење дужи се мора разрадити посебан поступак. Ова геометрија је *PH-геометрија*. Зове се још и *псеудоеуклидска геометрија*.

Ако се апсолута састоји од пара конјуговано комплексних прaviх и реалне тачке S њихова пресека, мерење дужи је *елиптично*. Заиста, права $p(A, B)$ сече апсолуту у пару конјуговано комплексних тачака (сем кад садржи тачку S у ком случају је изотропна), па у обрасцу (1) константа c мора бити чисто имагинарна. Мерење углова је *параболично* јер теме угла и реална тачка S одређују само једну праву, тј. $p \equiv q$. Геометрија је *EP-геометрија*.

Ако апсолуту чине реална права и на њој задан пар конјуговано комплексних тачака, мерење дужи је *параболично*, а мерење углова — *елиптично*. Ова геометрија је класична еуклидска геометрија. У пројективној класификацији она носи ознаку *PE-геометрија*.



EP-геометрија

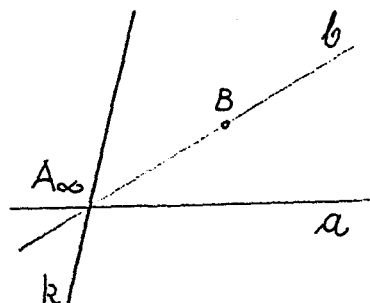
PE-геометрија
или еуклидска геометрија

PP-геометрија

Назад, ако се апсолута састоји од реалне праве и са њом инцидентне реалне тачке, и мерење дужи и мерење углова је параболично, тј. геометрија је *PP-геометрија*.

Од ових 9 геометрија три поседују принцип дуалитета, и свака од њих је дуална сама себи. То су *HH*, *EE* и *PP*-геометрија. Осталих 6 геометрија не поседују принцип дуалитета, али су три од њих дуалне по једној од преостале три. Тако је *EH*-геометрија дуална са *HE*-геометријом док су *HP* и *EP*-геометрије дуалне редом са *PH* и *PE* геометријама.

На први поглед је тешко у геометрији која у пројективној класификацији носи ознаку *PE*-геометрија препознати класичну еуклидску геометрију. У ствари, еуклидске тачке су оне тачке пројективне равни које не припадају апсолути. Другим речима, тачке праве *k* су искључене из посматрања. Такође кажемо да су то бескрајно далеке тачке а права *k* је бескрајно далека права еуклидске равни. Ако је са пројективног становишта пресек A_∞ правих *a* и *b* тачка која је инцидентна са апсолутом *k*, са еуклидског становишта праве *a* и *b* су паралелне јер је тачка A_∞ искључена из посматрања. Са пројективног становишта, свака права *a* сече апсолуту *k*, тј. свака права садржи једну бескрајно



далеку тачку A_∞ ; тачке B и A_∞ једнозначно одређују праву $b = p(A_\infty, B)$ па имамо тврђење:

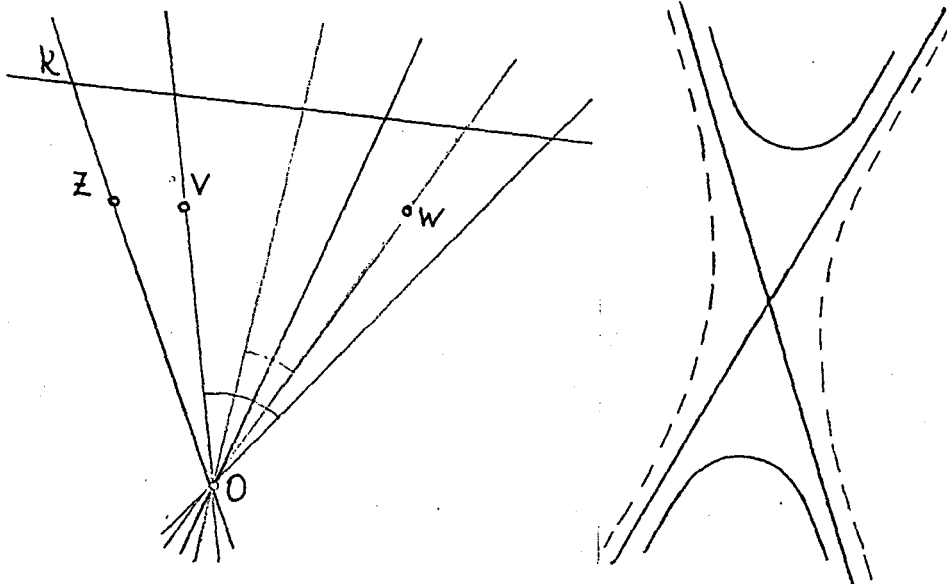
За сваку тачку B постоји једна и само једна права b која садржи B и паралелна је са a .

А то тврђење је еквивалентно V Еуклидовом постулату.

Апсолута PE -геометрије се не састоји само од праве k ; она се састоји од праве k и пара конјуговано комплексних тачака. То је еквивалентно са следећим: апсолута је права на којој је задана елиптична

инволуција. Јер инволуција је потпуно одређена својим двојним тачкама, а задани пар конјуговано комплексних тачака и јесте пар двојних тачака те инволуције. Помоћу ове инволуције (она се зове апсолутна инволуција) могу се дефинисати све метричке релације. У ствари, може се дефинисати нормалност правих па стога и подударност углова. Даље, може се дефинисати кружница, па према томе и подударност дужи: Тако су две праве нормалне ако апсолутну праву секу у тачкама које образују пар одговарајућих тачака у апсолутној инволуцији. Кружница је она крива другог реда која садржи двојне тачке апсолутне инволуције. То и објашњава зашто је кружница одређена са 3 тачке, док је општа крива другог реда одређена са 5 тачака. Наиме, те три тачке и две двојне тачке апсолутне инволуције и јесу 5 неопходних тачака. Двојне тачке су, дакле, заједничке за све кружнице еуклидске равни.

Код псеудоеуклидске геометрије (PH -геометрије) ситуација је потпуно аналогна с тим што је овде апсолутна инволуција хиперболична. Двојне тачке те инволуције су задане реалне тачке. И овде су, као и у еуклидској геометрији, две праве паралелне ако њихов пресек припада апсолутној правој. Задовољен је и V Еуклидов постулат. Две праве су, као и у еуклидској геометрији, нормалне ако апсолутну праву секу у пару одговарајућих тачака апсолутне инволуције. Како је двојна тачка инволуције један такав пар одговарајућих тачака, то је у овој геометрији свака права која апсолуту сече у двојној тачки апсолутне инволуције, нормална на самој себи. Другим речима, кроз сваку тачку псеудоеуклидске равни пролазе две праве од којих је свака нормална на самој себи. Такве се праве зову *изотропне праве*. У координатном почетку O изотропне праве одређују два пара унакрсних углова. За тачку V која припада једном пару унакрсних углова број $m[OV]$ је реалан, док је за тачку W , која припада другом пару унакрсних углова, број $m[OW]$ имагинаран. За сваку тачку Z која је инцидентна са изотропном правом, $m[OZ] = 0$. Јер, док се у еуклидској равни одстојање тачке $M(x, y)$ од координатног почетка O рачуна по обрасцу $d = \sqrt{x^2 + y^2}$, овде се оно рачуна по обрасцу $d = \sqrt{x^2 - y^2}$. И овде, као и у еуклидској геометрији, кружница је крива другог реда која садржи двојне тачке апсолутне инволуције. Али, док је у еуклидској равни кружница специјална

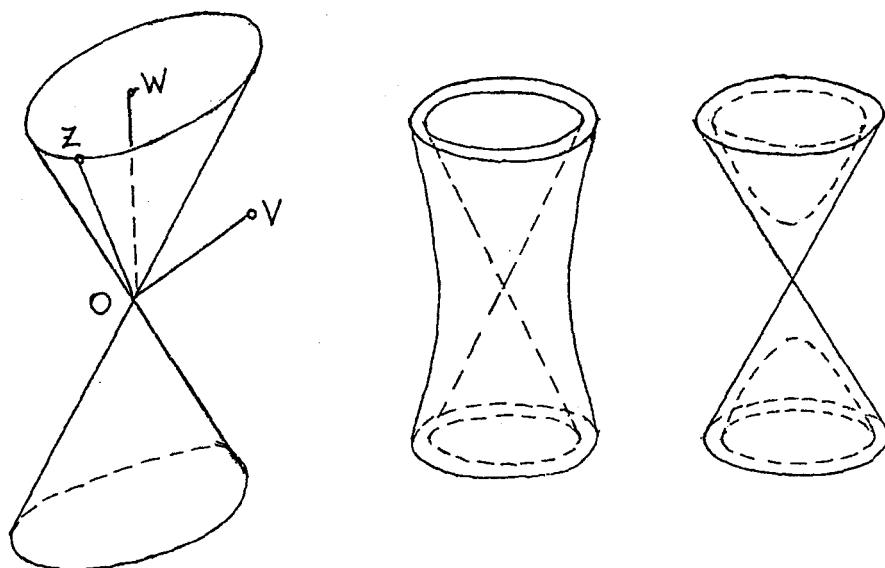


елипса (јер апсолуту сече у пару конјуговано комплексних тачака), овде је она специјална хипербола (јер апсолуту сече у реалним тачкама). Њене асимптоте су оне изотропне праве које пролазе кроз центар хиперболе. И како је хипербола потпуно одређена својим асимптотима и једном тачком, а асимптоте су потпуно одређене ако је дат центар (јер тај центар и двојне тачке апсолутне инволуције одређују асимптоте), то је и у овој геометрији, као и у еуклидској, кружница одређена средиштем и једном тачком. Постоје, међутим, две врсте кружница: реалне и имагинарне. Полупречник првих је реалан (тј. мерни број полупречника је реалан), док је полупречник других имагинаран.

Одговарајући тродимензионални простор је *псеудоеуклидски простор*. Одстојање тачке $M(x, y, z)$ од координатног почетка рачуна се по обрасцу $d = \sqrt{x^2 + y^2 - z^2}$. У свакој тачки, па и у координатном почетку, постоји изотропни конус. Његове изводнице су изотропне праве, тј. свака од њих је нормална на самој себи. За сваку тачку Z изотропног конуса је $m[OZ] = 0$.

Изотропни конус сече бескрајно далеку раван по реалној недегенерисаној криви другог реда. Другим речима, апсолута псеудоеуклидског простора је она дегенерисана површ другог реда која се састоји од равни у којој је задана реална, недегенерисана крива другог реда. Равни које садрже координатни почетак и припадају спољашњости изотропног конуса су еуклидске. Равни које садрже координатни почетак и секу изотропни конус су псеудоеуклидске.

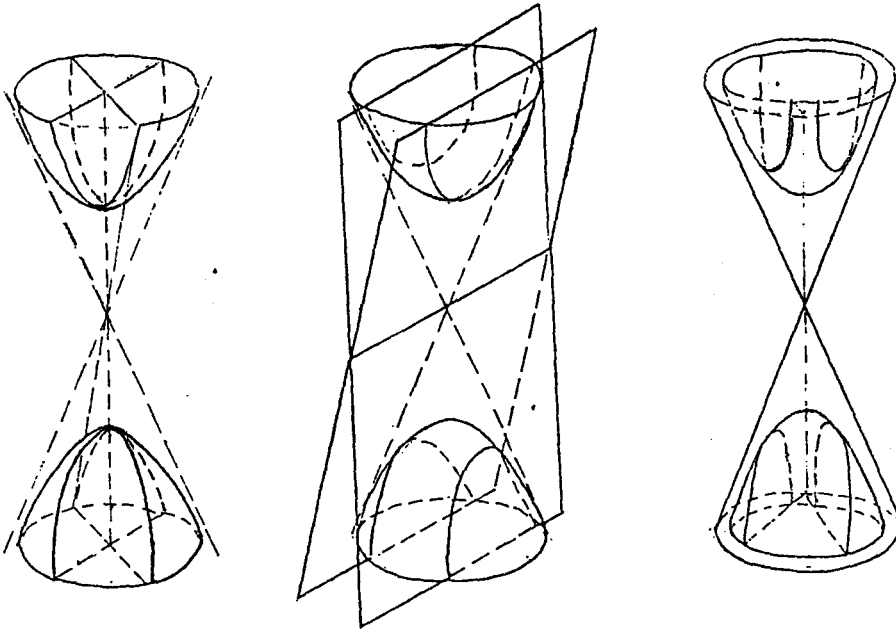
У псеудоеуклидском простору постоје две врсте сфера. Једне су реалног полупречника, док је полупречник других имагинаран. Прве су једнограни хиперboloиди, а друге су двограни хиперboloиди. И једне и друге секу апсо-



лутну раван по апсолутној криви другог реда, тј. изотропни конус је асимптотски конус и за једне и за друге. Притом, сфере реалног полупречника припадају спољашности, а сфере имагинарног полупречника припадају унутрашњости изотропног конуса.

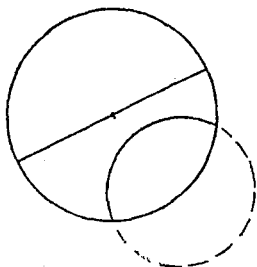
Интересантно је да до открића псеудоеуклидске геометрије није дошло преко пројективне класификације метричких геометрија (како је то овде приказано), него у вези са специјалном теоријом релативности. До тог открића дошли су, независно један од другог, Поенкаре 1906. године (H. Poincaré, 1854–1912) и Минковски 1909. (H. Minkowski, 1864–1909). И један и други је посматрао четвородимензиони простор у коме се одстојање тачке $M(x, y, z, t)$ од координатног почетка рачуна по обрасцу $d = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - t^2}$. Тродимензиони простор $t = 0$ је обичан еуклидски простор док је сваки тродимензиони простор $x = 0$; $y = 0$; $z = 0$ псеудоеуклидски. Наравно, ово су само примери; координатни почетак садржи још безброј еуклидских и безброј псеудоеуклидских простора. Исто тако координатни почетак садржи безброј еуклидских и безброј псеудоеуклидских равни. Тек касније је утврђено да и псеудоеуклидска геометрија има своје место у класификације Кели-Клајна. Ова чињеница је подстакла даља истраживања у овом правцу а она су довела до открића и осталих геометрија из те класификације. Сам Клајн је разматрао само три: геометрију Лобачевског, елиптичну и еуклидску геометрију.

Подсетимо да је Лобачевски, на основу тригонометријских формула које је извео, закључио да би се нееуклидска планиметрија могла реализовати на некој сфери имагинарног полупречника. Сад знамо и која је то сфера; то је сфера имагинарног полупречника псеудоеуклидског простора. Као што је то



случај и са унутрашњом геометријом обичне сфере, и овде улогу праве има она крива која је пресек сфере и њене дијаметралне равни, тј. равни која садржи средиште сфере. Ако је пресек две такве равни права која припада унутрашњости изотропног конуса, криве пресека репрезентују, у унутрашњој геометрији имагинарне сфере, праве које се секу. Ако је, пак, пресек две такве равни права која припада спољашњости изотропног конуса, криве пресека репрезентују мимоилазне праве. Њихова заједничка нормала припада дијаметралној равни која је у темену изотропног конуса нормална на пресечној правој. Како таква раван увек постоји, једнозначно је одређена и сече сферу имагинарног полупречника, то две мимоилазне праве увек имају једну и само једну заједничку нормалу. Најзад, две дијаметралне равни чији је пресек изводница изотропног конуса секу сферу имагинарног полупречника по кривама које, у унутрашњој геометрији те сфере, репрезентују паралелне праве. Нека је α раван која садржи теме изотропног конуса. Ако α сече изотропни конус, сече га по два изводницама l и l' , док је пресек са сфером крива a . У унутрашњој геометрији сфере a репрезентује праву. Тачка A сфере одређује са l и l' две равни. Свака од њих сече сферу по кривој која репрезентује паралелу праве a . И тако, у унутрашњој геометрији имагинарне сфере, задовољена је аксиома Лобачевског: за сваку тачку $A \notin a$ постоје две праве које садрже A и паралелне су са a .

За доказ логичке непротивречности геометрије Лобачевског, често се користи и Поенкареов модел. Модел је, за дводимензиони случај, конструисан у еуклидској равни, тачније у унутрашњости кружнице k еуклидске равни и та

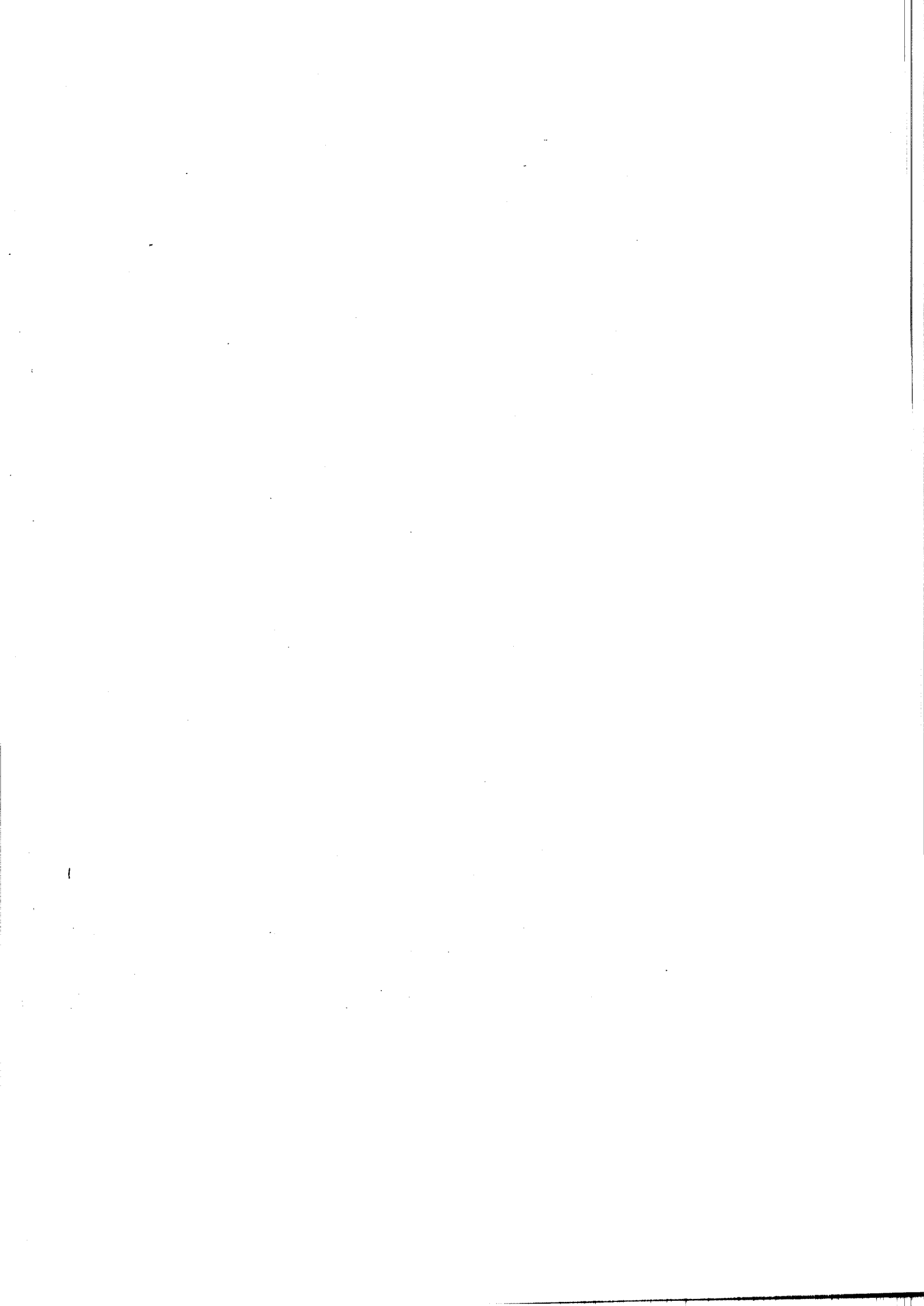


кружница има улогу апсолуте. Улогу праве има кружница која је ортогонална на k , тачније — онај лук те кружнице који припада унутрашњости апсолуте. Инверзија у односу на кружницу која је ортогонална на k пресликава и k и њену унутрашњост на саму себе. Таква инверзија, односно производ таквих инверзија, репрезентује у моделу трансформацију подударности.

Поенкаре је открио овај модел развијајући теорију аутоморфних функција и, како је сам написао, неевклидска геометрија му је при тим истраживањима веома много помогла. Он је био први који је применио хиперболичну геометрију. Видели смо да је псеудоеуклидска геометрија била и конструисана зато да би била примењена у специјалној теорији релативности. И геометрија Лобачевског је нашла своју примену у теорији релативности. Тако је Н. А. Черников [9] написао: „Релативистичка механика у оном делу где је неоспорна и завршена изоморфна је са геометријом Лобачевског“. А један од првих који је применио геометрију Лобачевског у специјалној теорији релативности, био је наш математичар Владимир Варићак (1865—1942), професор Загребачког Свеучилишта. Но без обзира да ли се хиперболична геометрија може или не може применити, њено откриће је имало епохални значај. Оно је почетак бурног и веома разноврсног развоја геометрије која је до тада изгледала као потпуно завршена научна дисциплина. Постојање разних геометрија приморало је математичаре да се позабаве аксиоматизацијом сваке од њих. А тај дух аксиоматизације сада продире у сваку математичку дисциплину као и у многе друге теоријске науке.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Blanuša D., *Über die Einbettung hyperbolischer Räume in euklidische Räume*, Monatsch. Math., 1955, 59, No 3, 217—229.
- [2] Kagan V., *Lobatchevski*, Moscou, 1974.
- [3] Varićak V., *Geometrische Untersuchungen der relativistische Dynamik*, Z. Phys., 1910, 11, 93, 287—586.
- [4] Каган В. Ф., *Очерки по геометрии*, Москва, 1963.
- [5] Н.И. Лобачевски, *Геометријска испитивања из теорије паралелних линија*, Математички институт, САН, Београд 1951.
- [6] *Математика XIX века (Геометрија; Теорија аналитических функциј)*, под ред. А. Н. Колмогорова и А. П. Юшкевича, Москва, 1981.
- [7] *Об основаниях геометрии*, Сборник классических работ по геометрии Лобачевского и развитии ее идей, под ред. А. П. Нордена, Москва, 1956.
- [8] Розенфельд Б. А., *История неевклидовой геометрии*, Москва, 1976.
- [9] Черников Н. А., *Геометрия Лобачевского как физическая наука*, в сборнике: 150 лет геометрии Лобачевского, Москва, 1977.



Миодраг ПЕРОВИЋ

ЕРЛАНГЕНСКИ ПРОГРАМ ФЕЛИКСА КЛАЈНА И ЊЕГОВ УТИЦАЈ НА РАЗВОЈ МАТЕМАТИКЕ

Увод

Чланак *Упоредна разматрања истраживања у савременој геометрији* који је као програм поводом ступања на професорску дужност на Филозофском факултету Универзитета у Ерлангену 1872. године, објавио (тада двадесеттворогодишњи) њемачки математичар Феликс Клајн (Felix Klein, 1849–1925), представља један од најважнијих догађаја у историји математике 19. вијека. Циљ тога рада био је да се изграде принципи који повезују сву геометрију у једну цјелину, која се по ријечима Клајна, због брзог развоја била распала у готово посебне и скоро независне дисциплине. Тумачећи геометрију као геометрију групе трансформација, а разна геометријска својства као инваријанте разних група, Клајн прави синтезу идеја и метода пониклих у алгебри, геометрији и анализи и започиње да остварује програм на темељу којег ће предметом истраживања у *математици* постати математичке структуре. Клајнов *Ерлангенски програм*, по далекосежности својих концепција актуелан је и данас послје више од сто година од када је писан.

У нашем чланку ми се бавимо двијема темама: настанком *Ерлангенског програма* и његовим утицајем на развој математике. Излагање је инспирисано Лајбницовим мишљењем да је задатак историје математике да „унаприједи умјетност открића и омогући његово упознавање помоћу илустративних примјера“. Ми у овом чланку не дајемо нови допринос историји математике. (Нов је, евентуално, по неки поглед на проблеме који се разматрају). Али нам се чини да публиковање оваквог текста на српскохрватском језику може бити корисно.

Генеза Ерлангенског програма

Елементарна геометрија се од почетка развијала као теорија чији предмет изучавања су она својства фигура која су независна од њиховог положаја

у простору: Требало је много вијекова да се та помало нејасна фраза у *Ерлангенском програму* преведе на прецизан језик: Елементарна геометрија изучава она својства фигура која су инваријанте *групе* кретања. Погрешно би било мислити да је до новог погледа (схватања) дошло наглим и великим кораком. Напротив, процес о којем је ријеч текао је дуго, малим корацима и у њему је учествовало много математичара. Сагласно историјским истраживањима Русоа (François Russo) [8] почетком 19. вијека у геометрији се појављују токови који мање-више непосредно припремају Клајнову синтезу. Посебну улогу у томе имају пројективна геометрија, несуклидске геометрије и теорија група.

Пројективна геометрија

Vergleichende Betrachtungen

über

neuere geometrische Forschungen

von

Dr. Felix Klein,
o. ö. Professor der Mathematik an der Universität Erlangen.

Programm

zum Eintritt in die philosophische Facultät und den Senat
der k. Friedrich-Alexanders-Universität
zu Erlangen.

Erlangen.

Verlag von Andreas Deichert
1872.

Нека појединачна пројективна својства фигура, као на примјер Менелајева и Папусова теорема, позната су била већ у античко доба. Проблем перспективе који је интересовао умјетнике као, на примјер, Леонарда да Винчија и Дирера (Albrecht Dürer), (како је то могуће да се оригинал може препознати по слици на платну која је добијена при централној пројекцији оригинала са центром пројектовања у оку умјетника), такође је инспирисао нека разматрања у вези са пројективним својствима фигура. Gerard Desargues (1591–1661), Blaise Pascal (1623–1662) и Gaspard Monge (1746–1818) су дали доста значајне резултате у пројективној геометрији. Дезарг је под утицајем аналитичке геометрије увео бесконачно далеке елементе (бесконачно далеке тачке, праве и равни); Паскал централну пројекцију користи за свођење доказа теорема о конусним пресецима на случај круга; Монж чини прве кораке ка комплексној пројективној

геометрији и у својој *Дескриптивној геометрији* такође користи централну пројекцију за изучавање геометријских својстава фигура у простору.

Jean Victor Poncelet (1788-1867), као заробљеник у Русији почиње 1813. године да пише и 1822. објављује *Трактат о пројективним својствима фигура* у којем даје синтезу свих претходних идеја и систематски заснива пројективну геометрију као теорију која обухвата сву синтетичку геометрију.

Неке концепције и резултати изложени у том раду су веома важне за рађање идеја изложених у *Ерлангенском програму*. Прије свега, инсистирање на синтетичком и одрицање од аналитичког метода. Иако је та концепција данас у потпуности превазиђена она је резултирала кристалисањем идеја о самим основама геометрије. Понселе изјављује да „аналитичка геометрија нуди општа и униформна средства“ док ова друга „поступа случајно“ и покушава да униформише метод и концепције пројективне геометрије. Тако се код њега бесконачно далеки елементи појављују равноправно са обичним тачкама, правима и равнима, што даје могућност да се све геометријске појаве разматрају у пројективном простору. Даље, систематски се користе пројективне трансформације и чињеница да је анхармонијски однос инваријанта пројективних трансформација. На крају, раздвајају се пројективна и метричка својства фигура; прва су она која се чувају при пројективним трансформацијама, друга се односе на дужине и углове. Понселе вјерује да метричка својства нијесу пројективна али је убијеђен да нема геометрије у чијим би се оквирима та својства могла директније и лакше извести Понселе вели: „У томе нема ничега чудног ако се узме у обзир да су пројективна својства фигура неопходно најшира . . . тако да она треба да садрже у облику простих последица сва остала својства и специјалне односе простирања“.

Michel Chasles (1793–1880), von Staudt (1798–1867), Nicolas Edmond Laguerre (1834–1886) и Arthur Cayley (1821–1895) учинили су оно што Понселе није довршио у изградњи пројективне геометрије. Шал у свом раду *Историјска запажања о поријеклу и развоју метода у геометрији* из 1837. године, до краја разјашњава улогу трансформација у разликовању пројективних и метричких својстава. Шал каже: „Сада је свако у стању да узме неку познату истину и да примијени на њу различите опште принципе трансформације; тако ће добити друге истине, различите или општије. К овима се такође могу примијенити полазне операције. На тај начин може се повећавати, скоро до бесконачности број нових истина изведених из прве Дакле, свако ко зажели може при садашњем стању науке уопштити и саздати ново у геометрији. Генији више нијесу неопходни да би дали допринос у изградњи величанственог храма науке“ [1]. Корак даље до сазријевања идеје да је сва синтетичка геометрија обухваћена пројективном геометријом чини Лагер доводећи у везу метричке односе са анхармонијском размјером.

Keјли у једном свом мемоару објављеном 1859. чини одлучујући корак даље и доказује да су метричка својства неке фигуре пројективна својства фигуре која се добија из полазне додавањем тзв. цикличких тачака. На крају тог мемоара Кејли емотивно узвикује: „Метричка геометрија се тако појављује као дио дескриптивне геометрије (тако је Кејли звао пројективну геометрију) а дескриптивна геометрија је *цијела геометрија*“.

Von Staudt троши таленат и енергију да из синтетичке геометрије избаци

и најмање остатке аналитичког метода а из аксиома и реалне бројеве. Важан резултат, из нашег угла гледано, је што von Staudt у свом дјелу *Геометрија положаја* (1847) уводи појам пројективног простора и појмове пројективне геометрије аксиоматски, не претпостављајући да се објекти налазе у еуклидском простору.

Геометрија Лобачевског

Резултати Николаја Ивановича Лобачевског (1792—1856) и Janosa Bolyaia (1802—1860) били су објављени 1829. и 1832. и, наравно, познати Кејлију чији капитални рад је објављен тек 1859. Без обзира на то што Кејли каже да је пројективна геометрија читава геометрија, њему не пада на памет да рјешење за проблем паралелних тражи у пројективној геометрији. Међутим, Феликс Клајн ће баш под његовим утицајем, годину дана прије него што ће формулисати *Ерлангенски програм*, наћи (еуклидски) модел геометрије Лобачевског у оквиру пројективне геометрије. Раван Лобачевског у том моделу је круг у еуклидској равни. Тетиве тог круга су нееуклидске праве. Нееуклидско растојање тачака у равни Лобачевског дефинише се помоћу анхармонијске размјере. Захваљујући томе што је анхармонијска размјера инваријанта пројективних трансформација, пројективне трансформације равни које изабрани круг пресликавају у самог себе су кретања у равни Лобачевског и чине подгрупу групе свих пројективних трансформација равни. Ово је, несумњиво, био веома важан моменат у генези *Ерлангенског програма*. Клајн је тада, ако не раније, довео у везу хијерархизацију група са хијерархизацијом геометрија.

Риманова геометрија

Што се тиче самог Клајновог модела геометрије Лобачевског, нама се чини да су на његово појављивање суштински утицале идеје G. F. Bernharda Riemanna (1826—1866) које је он (1854) изложио у својој чувеној приступној хабилитацијској бесједи *О хипотезама које леже у основама геометрије* (приликом именовања за професора на Универзитету у Гетингену). Двије идеје тога рада имају непосредан однос ка Клајновом моделу и *Ерлангенском програму*. 1° Геометрија као наука о простору, а не као наука о геометријским фигурама. 2° Представа о неограничености простора је само резултат нашег (еуклидског) искуства али не и обавезан поредак ствари. Осим тога, многи модели за разне Риманове геометрије остварују се у областима еуклидског простора.

Тако је и геније Римана суштински уткан у Клајнов *Ерлангенски програм*.

У низању геометријских идеја које су утицале на Клајна треба додати и то да је 1868. Еугенио Белтрами (1835—1900) у свом раду *Оглед о једној интерпретацији нееуклидске геометрије* показао заједничку природу нееуклидских геометрија реализујући комад равни Лобачевског као део једне дводимензионалне површи са негативном константном кривином. То је утицало на формирање

погледа о јединству читаве геометрије што је један од основних елемената *Ерлангенског програма*.

Теорија инваријаната и теорија група

Појам коначне групе пермутација разматрао је Evariste Galois (1811—1832), чији радови су, (на жалост), публиковани тек 1846. Augustin Louis Cauchy (1789—1857) 1845. такође објављује своје резултате о групама пермутација. Године 1854. Кејли даје дефиницију апстрактне групе. Међутим, Camille Jordan (1838—1922) у свом фундаменталном дјелу *Трактат о супституцијама* даје систематску теорију коначних група и излаже резултате међу којима су многи у оној форми у којој их ми данас познајемо. У току пете и шесте деценије прошлог вијека теорија инваријаната се такође бурно развија у радовима Georgea Boole-a (1815—1869), Кејлија и James Joseph Sylvestera (1814—1897) у Енглеској, Ludviga Otto Hesse-a (1811—1874) и Alfreda Clebscha (1833—1872) у Њемачкој. Тако је Клајну био познат појам групе и појам инваријанте и контраваријанте.

У навођењу имена оних чији радови су утицали на формирање идеја изнесених у *Ерлангенском програму* треба поменути Hermanna Ludwiga Ferdinanda von Helmholtza (1821—1894) и Hermanna Günтера Grassmanna (1809—1877). Први је 1868. изнио идеју да се својства еуклидског простора могу окарактерисати својствима кретања ако се ова посматрају као тачковне пунктуалне трансформације и формулишу аксиоме које треба да задовољавају те трансформације да би могле одговарати реалном кретању чврстог тијела у простору. Он, међутим, трансформације не посматра као елементе групе: Грасман својим апстракцијама простора 1844. године доноси нове погледе на геометрију и простор. Клајн подвлачи такву његову заслугу, у вези са вишедимензионалношћу простора у којем заснива геометрију [6].

Клајнова синтеза

Еволуција геометрије у 19. вијеку одвијала се тако да је дошло до промјене погледа на предмет изучавања геометрије. Пројективна геометрија и геометрија Лобачевског значиле су прелазак од геометрије као науке о фигурама у физичком простору у науку о фигурама у апстрактном простору. Риманова геометрија значи прерастање од науке о фигурама у геометрију као науку о простору. Простор у којем се одвијају појаве пројективне геометрије је простор у којем се одвијају све појаве синтетичке геометрије. Метричка геометрија се могла свести на пројективну. Неуклидска геометрија Лобачевског се могла излагати у оквирима пројективне геометрије. Пројективне трансформације су чувале своја својства која се изучавају у пројективној геометрији, једна подгрупа пројективне групе чувала је својства која се изучавају у геометрији Лобачевског а друга она која се изучавају у Еуклидовој геометрији. Аналитичка геометрија је аналитичким методом изучавала простор и његова својства.

Клајнова синтеза састоји се у томе што он трансформације које су до тада служиле као *инструмент* у геометрији поставља у улогу основа геометрије. У односу геометрије и трансформација које се користе при изучавању те геометрије Клајн мијења улогу та два ентитета — група постаје *примарни* објекат. То што карактерише једну геометрију није више простор са неким својствима већ група трансформација простора а предмет тако дефинисане геометрије Клајн одређује овако: „*За дати мултиплицитет и групу* (Клајн разматра оно што данас називамо вишедимензионалним простором и назива то мултиплицитетом) *изучавају се објекти с тачке гледишта својстава која се не мијењају примјеном трансформација из те групе* ... то се може изразити и овако: *Задаје се мултициплитет и група трансформација; развити теорију инваријаната у односу на ту групу*“ (курзив Клајнов [6]). Групу трансформација Клајн назива *главном* групом. Геометријска својства су инваријанте главне групе. Клајн потом прелази на хијерархизацију група које се разматрају: Главна група се може замијенити ужом или широм групом. Хијерархизација група порађа хијерархизацију геометрија. Сва геометријска својства — инваријанте једне групе су истовремено инваријанте уже групе. При ширењу групе смањује се број геометријских својстава нове — шире геометрије. Врши се класификација теорема и оне се разликују по томе у односу на коју групу је својство о којем се говори инваријантно. (То, на примјер, значи да пројективна геометрија изучава инваријанте пројективне групе, суклидска — инваријанте ортогоналне подгрупе итд.)

Клајн резимира новину свог приступа: „Први пут се разне врсте геометријских истраживања изражавају помоћу групе трансформација којима одговарају“ [6].

Утицај Ерлангенског програма на развој математике

Изградњом принципа који све тадашње геометрије, односно сву тадашњу геометрију повезују у једну цјелину био је остварен примарни (ужи) задатак *Ерлангенског програма*. Међутим, оно што *Ерлангенски програм* чини значајним и последице више од једног столећа је то што су у њему засноване концепције које се донијеле нови поглед на *предмет истраживања у математици*.

Престанак геометрије и геометризација математике

Ерлангенски програм је вратио геометрији јединство; јединство концепција и јединство метода. Од науке о фигурама и науке о физичком простору геометрија постаје наука о (апстрактном) математичком простору. (Отуда у *Ерлангенском програму* вишедимензионалност простора у којем се одвијају геометријске појаве). Спор о предности аналитичког или синтетичког метода је такође окончан, јер је аналитички метод неодвојиви дио теорије инваријанти. (Клајн подвлачи корист аналитичког метода и каже да он даје формализам „који, ако се тако може рећи, предначи нашим мислима“ [6].)

Када је група постала основом геометрије онда су се природно развиле геометрије над произвољним алгебарским пољима и геометрије билинеарних форми. На примјер, ортогонална група се може окарактерисати као група оних бијекција које чувају једну врло посебну квадратну форму. Тако геометрија групе трансформација постаје геометрија квадратне, односно билинеарне форме. Таква генерализација почиње да дјелује и у физици. Нека квадратне форме имају физички смисао. У четвородимензионалној многострукости простора и времена Albert Einstein (1879–1955) разматра једну квадратну форму и тражи трансформације у односу на које је та форма инваријантна. Добија се тзв. Лоренцова група трансформација. Геометрија одређена том групом (односно полазном формом) јесте специјална теорија релативности. Данас имамо геометрије симетричних билинеарних форми над пољем реалних бројева, геометрију Ермитове један и по пут линеарне форме над произвољним тијелом, геометрију полупростих Лиєвих група и одговарајућих хомогених простора итд.

Свјестан општости својих концепција Клајн у *Ерлангенском програму* каже ([6], стр. 27): „Општа схема изложена у овом раду сигурно не обухвата сва математичка истраживања. Извјесни погледи у њој су само обједињени са исте тачке гледишта“. Клајн, под утицајем радова свог пријатеља Marius Sophus Lie-a (1842–1899), проширује оквире примјене своје схеме на непрекидне групе трансформација. Клајн разматра и групу свих дифеоморфизама (он их зове пунктуалним трансформацијама, јер су се тада још увијек разматрала, углавном, глатка пресликавања) и вели да је свака „таква трансформација увијек, за бесконачно мали дио простора, еквивалентна линеарној трансформацији“ [6].

Из примјене Клајнових концепција изван оквира класичне геометрије рађа се идеја о „дејству“ апстрактне групе на неки скуп (простор) при чему се успоставља хомоморфизам између те апстрактне групе и групе трансформација (подгрупе групе свих бијекција) тога скупа. Предност оваквог приступа је што се истој групи могу придружити разни скупови и трансформације. (Иста група може оперисати на разним скуповима и на разне начине).

У годинама непосредно послје појављивања *Ерлангенског програма* два типа дјеловања групе — транзитивно и линеарно, излазе у први план. За групу G каже се да оперише транзитивно на скупу E ако за свака два елемента x_0 и x из E постоји елемент g из G који преводи x_0 у x . Елементи из G који тачку x_0 остављају непомићном чине подгрупу H групе G и из транзитивности дјеловања групе G на E слиједи да постоји канонска бијекција из E у количник групу G/H , на примјер, лијевих положаја од H (Ако елемент g групе G преводи тачку x_0 у тачку x онда елементи из положаја gH имају то исто својство). Количник структура G/H назива се хомогеним простором групе G . Ако се промијени тзв. база x_0 онда се подгрупа H замјењује спрегнутом (конјугованом) подгрупом tHt^{-1} , гдје је t онај елемент из G који преводи стару базу x_0 у нову базу x . Тиме се успоставља и бијекција између скупа E и класе свих подгрупа од G коњугованих са H . Од 1875. до 1885. Клајн и Henri Jules

Poincaré (1854—1912) изучавају случај када је E комплексна многострукост а G дискретна група аналитичких хомеоморфизама из E у E и доказују чувену теорему униформизације Риманових површи. У вези са тим проблемом Поенкаре уводи Клајнове и Фуксове групе које су и данас предмет изучавања великог броја математичара. (Прва дјелује на проширену комплексну раван а друга на горњу полураван комплексне равни).

Ако је E векторски простор каже се да група G дјелује линеарно на E ако сваком елементу из G одговара линеарна трансформација простора E . Тако се појављује појам линеарне репрезентације групе. (Georg Ferdinand Frobenius (1849—1917) га је увео 1896).

Најмање се очекивало да ће Клајнове идеје наћи примјену у диференцијалној геометрији, јер, у општем случају, идентичко пресликавање је једино кретање (изометрија) Риманове многострукости. Међутим, Élie Cartan (1869—1951) двадесетих година овог вијека врло оригиналним уопштавањем идеје о дјејству групе ствара апарат за изучавање Риманових многострукости. Он је главну групу замијенио главним фибрираним простором (у руској терминологији, главним раслојењем). У вези са тим Картан 1927. године у раду *Теорија група и геометрија* каже: „Полазне тачке два велика геометра су врло различите. . . . Простор-вријеме у класичној механици и специјалној теорији релативности је Клајновог типа, овај у општој теорији гравитације је типа Римановог“ [2], (Картану се не допада што се оригиналност нових геометријских идеја стално умањује тиме што се у *Ерлангенском програму* налази њихов извор па шаљиво каже да се сваки проблем у математици може свести у оквиру *Ерлангенског програма*. „ . . . Довољно је додати групи свих могућих трансформација оно што је потребно да се проблем ријешити“). Картан разматра фамилију изоморфних група чији скуп индекса је сама многострукост (у свакој тачки многострукости по једна група). Свака од тих група дјејствује на „инфинитезималне мале објекте“, (тј. на објекте тангентног простора). Та фамилија изоморфних група је главно раслојавање.

Ових неколико примјера, иако обрађени сувише концизно (и непрецизно) добро илуструју правце утицаја и генерализација које је генерисао *Ерлангенски програм*. Данас готово да нема области математике, од алгебре, елементарне геометрије и топологије до анализе Хилбертовог (Банаховог) простора у којој нема група и билинеарних форми. *Ерлангенским програмом* геометрија престаје да постоји као посебна наука. Тај престанак је специфичан. Из и живе и самосталне науке геометрија прераста у универзални језик читаве математике.

Промјеном концепција геометрије нестаје геометрија али се геометризует читав математика.

Почетак структуре

Клајн у *Ерлангенском програму* посебно истиче још један аспект дефиниције геометрије. Ако су двије геометрије дефинисане респективно паровима (A, G) и (A', G') при чему постоји бијекција f између скупова (односно како Клајн каже,

мультиплицирала) A и A' , која трансформише G у G' , тј. $g \in G$ ако и само ако је $g \circ f \circ g^{-1} \in G'$, онда те двије геометрије треба сматрати идентичним. (Све теореме једне геометрије добијају се из теорема оне друге помоћу f , односно помоћу f^{-1}). Клајн наводи неочекивано велики број изненађујућих примјера изоморфних геометрија.

Клајнова дефиниција еквивалентних геометрија је први примјер онога што ми данас зовемо преношењем структуре.

Herman Weyl (1885–1955) у Ерлангенском програму види умијеће „... на најприроднији начин одвајати једно од другог различита својства иманентна предмету, свако од њих потчињавати посебно ... у односу на невелику и лако сагледиву групу услова, послије чега ће се путем синтезе саставити комплексно цијело. И тако, аналитички дио, ако се схвати као завршен, води директно аксиоматском методу“ [10].

Тако је Ерлангенски програм по својим концепцијама програм структурног обједињавања алгебре, геометрије и анализе у један органски систем на начин карактеристичан за токове математике овог вијека. Узидан у темеље савременог математичког здања он остаје програм и за нас данас као што је некада био за Клајна.

БИБЛИОГРАФИЈА

- [1] Bourbaki, N., *Éléments d'Histoire des Mathématiques*, 2^e éd., Hermann, Paris, 1974.
- [2] Cartan, É., *La théorie des groupes et la géométrie*, L'Enseignement mathématique, T. 26, N^{os} 4–5–6, pp. 200–225; такође у *Œuvres complètes, partie I*, pp. 841–867, Edition du CNRS, Paris, 1984.
- [3] Courant, R. and Herbert, R., *What is Mathematics*, Oxford Univ. Pres, 1978.
- [4] Dieudonné, J., *Panorama des mathématiques pures, Le choix bourbachique*, Gauthier-Villars, Paris, 1977.
- [5] —————, *Abrégé d'histoire des mathématiques, 1700–1900*, sous la direction de Jean Dieudonné, t. I, Hermann, Paris, 1978.
- [6] Klein, F., *Le programme d'Erlangen, Considérations comparatives sur les recherches géométriques modernes avec Préface de J. Dieudonné et Postface du P. François Russo*, Gauthier-Villars, 1974.
- [7] Klein, Dr. Felix, *Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen*, Erlangen, pp. 48, 8^o.
- [8] Russo, P. F., *Groupes et géométrie, La genèse du programme d'Erlangen de Félix Klein, Conférence donnée au Palais de la Découverte le 4 mai 1968*, публикувано као Postface у [6].
- [9] Perović, M., *Jedan pogled na arhitekturu savremene matematike i otkrivanje istine u eksperimentalnim naukama*, Dijalektika, br. 1–2, godina XXI, Beograd 1986.

- [10] Weyl, H., *Felix Kleins Stellung in der mathematischen Gegenwart (Феликс Клейн и современная математика)*, *Избранные труды (Германа Вейля)*, математика, теоретическая физика, «Наука», Москва, 1984.

Раде ДАЦИЋ

О ДЕЛУ МИЛОША РАДОЈЧИЋА

Увод*

У нашој математичкој средини деловао је човек (научни радник, професор — педагог, писац уџбеника, пропагатор математичких идеја, поборник бољег језика и стила изражавања у математици) који није био уски специјалиста, није дакле, био само математичар. Био је истраживач сликарства и његових основа (бавећи се старим српским сликарством и теоријом боја), оригинални сликар, истраживач наше народне и средњевековне књижевности, тумач уметничке поезије, сам је стварао у области поезије, драме, путописа, страствено је проучавао филозофију (истина са антропософским опредељењем, опредељењем које се код нас данас одбацује) и написао многе филозофске расправе (чији већи део није објављен); истраживао је разне религије (хришћанство, ислам, будизам и друге), тумачио хришћанске религиозне списе и проучавао историју њиховог настанка. Био је човек који је дубоко продирао у Физику, Космологију, историју многих народа, антидогматичар — човек који је увек показивао како (при појави великих открића у науци) треба исправити унапред створену слику света, дух неутољиве радозналости. Уз то је, по суду писца овог текста, био човек непомућених моралних врлина.

Математички институт у Београду нашао је да тај човек заслужује издвајање из оне, веће или мање, масе радника у једној професији, који физичким одласком из своје средине почињу да тону (и брзо потону) у заборав. Предложио је потписаном да напише рад (строго ограниченог обима) о животу и делу овог математичара. Извршавајући преузету обавезу и одужујући дуг некадашњег студента своје професору написао је текст који се овде нуди пажња читаоца.

Овај рад нема нипошто за циљ да Милоша Радојчића уздиже до неких висина којих он није достојан, нити је писан с претензијом да *коначно* „измери“

*Препоручујемо и два некролога о Милошу Радојчићу. Први је: Д. Адамовић и Д. Лопандић, *Др Милош Радојчић* (Математички весник, 13 (28), 1976., 245–252, а други: М. Томић, *Милош Радојчић* (Годишњак САНУ, 1976, LXXXII за 1975, стр. 194–196).

укупно дело Милоша Радојчића (претензију на *коначност* нема он ни у својим деловима), већ је његова сврха да подстакне друге истраживаче — математичаре, физичаре, историчаре и теоретичаре књижевности, теологе, философе, историчаре уметности — да (после увида у рукописну заоставштину Радојчићеву) праведно оцене његову вредност и осветле оно што у Радојчићевом делу може и треба да живи. Милош Радојчић је умро пре осам година, он дакле припада нашој прошлости. Писац овог рада сматра да прошлост треба насликати истинито, без затамњивања и изобличења, јер се део будућности народа налази у његовој прошлости.

Животопис

Милош Радојчић рођен је у Земуну 31. августа 1903. године од оца Косте Радојчића, лекара, и мајке Зорке, рођене Славнић. У Земуну је завршио Основну школу и први разред гимназије. Други, трећи, четврти, пети и шести разред завршио је у Швајцарској (Берн и Женева) и Француској (Париз и Ница) у времену Првог светског рата. Седми и осми разред Гимназије и Велику матуру завршио је у Земуну, 1921. године.

Уписао се на Машински факултет у Грацу и положио све испите из прве године, али је, разочаран прагматичношћу наставе, коју су неки професори посебно и са поносом истицали, одлучио да промени студије и уписао је архитектуру на Техничком факултету у Београду. На архитектури је провео само један семестар а затим прешао на Математичку групу Филозофског факултета у Београду. Пошто су му били признати семестри проведени на студијама технике, математичке студије је завршио на време, у својој 22. години. Дипломирао је, дакле, 1925. године.

На Филозофском факултету у Београду одбранио је докторску дисертацију са тезом *Аналитичке функције представљене конвергентним низовима алгебарских функција*. Оцењивачи тезе били су Михаило Петровић и Никола Салтиков.

По завршетку студија, тачније од 1926. године, ради као асистент на Катедри за теоријску математику, најпре као волонтер, затим као асистент дневничар, а 1930. године изабан је за асистента на истој катедри. 1938. године изабран је за доцента на истој катедри, а 1945. године преузет је у истом звању приликом обнове рада Београдског универзитета. За ванредног професора изабран је 1950. године, а за редовног 1955.

Време од 1959. до 1964. године провео је, као професор, на Универзитету у Картуму (Судан), а од 1964. године до смрти живео је у Француској (са прекидом кад је боравио у Коломбу (Шри Ланка). За време боравка у Француској био је сарадник познате истраживачке институције у Паризу Националног центра за научно истраживање. Умро је у Француској у месту Тонон ле Бен (Thonon-les-Bains), близу Швајцарске границе, 14. маја 1975. године.

За дописног члана Српске академије наука изабран је 1959. године.

Бавио се математиком, као истраживач, наставник, писац уџбеника и популаризатор науке, али и низом других духовних активности, које су му, како се чини, одузимале много више времена него његова професионална делатност математичара. Проучавао је филозофију и писао чланке из ње, проучавао је сликарство и лично сликао, бавио се књижевном критиком и писао песме, али је (можда) највише времена утрошио на студирање историје религије и тумачење религиозних списа, посебно хришћанских и будистичких.

Научно-истраживачки рад у математици

До првих идеја за свој научно-истраживачки рад у математици Милош Радојчић је дошао читајући дела математичких класика. У делима К. Weierstrass-а наишао је на следећи проблем (који је К. Weierstrass окарактерисао као главни задатак теорије аналитичких функција): Изнаћи и испитивати што простије низове аналитичких функција које представљају дате опште аналитичке функције у што разноврснијим областима њихове егзистенције. Најпре је Weierstrass, у годинама 1841. и 1876., дао своје схватање Taylor-овог реда и развијање у бесконачне редове и производе целих и мероморфних функција. P. Appell је, године 1883., изложио неке развике чије су области конвергенције области у равни или на алгебарским Riemann-овим површинама, при чему су те области ограничене кружним луковима. Затим долазе радови К. Runge-а, P. Painlevé-а, D. Hilbert-а, E. Borel-а, G. Mittag-Leffler-а, затим G. Faber-а и P. Montel-а. Сва ова испитивања са изузетком Appell-а односила су се искључиво на конвергенцију у области где је функција униформна. Милош Радојчић је предузео испитивање конвергенције општих мултиформних функција, и у томе је почетак његовог научног рада. Први свој резултат објавио је у Француској академији новембра 1927. године. Тај резултат је, у ствари, прва (и слабија) верзија основног резултата његове докторске дисертације, усвојене на седници Филозофског факултета од 21. јануара 1928. године, према реферату Михаила Петровића и Николаја Салтикова.

Да би могао исказати и доказати свој главни став М. Радојчић је најпре морао уопштити познати Cauchy-ев интеграл, којим се, за униформну и холоморфну функцију вредности функције у унутрашњости области ограничене ректификабилном кривом, изражавају помоћу вредности функције на тој кривој. У ту сврху он формира функцију $\alpha(t, z)$, која у области Δ има пол првог реда у тачки $t = z$ и где је остатак 1. До ове функције он долази тако што познате чињенице о алгебарским функцијама до којих су дошли Riemann и Roch сажима у посебан став и на одређен начин дефинише неодређене константе које се том приликом појављују. Том приликом закључује се да је производ $f(t) \cdot \alpha(t, z)$ холоморфна функција у области Δ , изузев тачке $t = z$, па применом рачуна остатка долази до обрасца

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_c f(t) \cdot \alpha(t, z) dt,$$

којим се постиже тражено уопштење. Кад је једном одређена функција $\alpha(t, z)$, она се може задржати за све могуће функције f и све ограничене области Δ ако само остаје иста одговарајућа Riemann-ова површ.

Да би могао да искаже свој главни став М. Радојчић уводи следећу дефиницију:

Означимо са D ма какву отворену област Riemann-ове површи, а са S_n ($n = 1, 2, \dots$) алгебарске Riemann-ове површи. За површи S_n кажемо да гранично садрже отворену област D , ако за сваку затворену област Δ садржану у D , постоји довољно велик број N , такав, да за свако $n \geq N$, Δ можемо сматрати за област површи S_n .

Доказује се да за сваку област D постоји један овакав низ површи S_n .

Главни став Радојчићеве докторске дисертације (Став I) гласи:

Нека је $f(z)$ општа аналитичка функција, D једна отворена област њене Riemann-ове површи у којој је $f(z)$ холоморфна, изузев у алгебарским тачкама гранања које се налазе у D , где је довољно да $f(z)$ буде непрекидна. Нека је, даље, D' отворена област неке Riemann-ове површи која садржи област D .

Ма како изабрали низ алгебарских Riemann-ових површи S_n ($n = 1, 2, \dots$) које гранично садрже област D' , увек постоји низ алгебарских функција $f_n(z)$ чије површи су S_n и који конвергира у унутрашњости D униформно функцији $f(z)$.

Извлачећи разне, веома опште, последице из својега главног става, Радојчић, уз још нека допунска разматрања, долази до низа других ставова, који многострано осветљавају постављени проблем Weierstrass-а. Један од тих ставова је и став V' који је директно уопштење Рунгеовог става.

У даљем тексту тезе испитује се симултана конвергенција у низу дисјунктних области и разматрају неке примене општих ставова. Између осталог Радојчић се у тези бави и обрнутим проблемом: изучавањем функција чији је развитак познат.

Радојчићева теза не оставља ни најмање утисак почетништва, напротив, она је дело зрелог математичара, који има способности да се ухвати у коштац са проблемима и у стању је да их реши и то, рекло би се, најкраћим путем. У њој нема сувишних речи, сувишних цитирања, самохвалисања или било чега другог што би оспорило закључак да је то један узоран рад.

За дуго време М. Радојчић је напустио ову проблематику: Разлога што је то учинио може бити више. Једни су у његовој окупираности многим другим пословима — философијом, књижевношћу, сликарством, другим отвореним проблемима у Теорији комплексних функција, аксиоматским заснивањем Теорије релативности — а један је и у томе што је, са прва три Радојчићева рада, решење проблема апроксимације произвољних аналитичких функција алгебарским функцијама било на задовољавајући начин решено. Основано је, међутим, претпоставити да би М. Радојчић пронашао она неиспитана места повезана са Weierstrass-овим проблемом апроксимације, која су много година

касније открили други истраживачи, да је само још неко време задржао своју мисао на овом проблему. Штета је што он није наставио са овим радом, јер би позивањем на сопствене радове ове учинио познатијим и не би се десило оно што се десило. А десило се следеће. Двадесет година после Радојчићеве тезе Behnke и Stein објавили су (Math. ann. 120, 1948) резултате веома блиске основној теорему из Радојчићеве тезе. Гранично садржавање области Riemann-ове површи, које је Милош Радојчић први дефинисао, учивши његов дубок смисао, морали су поново открити (или можда „открити“) Behnke и Stein, а уз то морали су доћи до генерализације Cauchy-евог интеграла, садржане већ у Радојчићевој тези.

Ова два аутора поставила су још и следећи проблем: Које особине мора имати Riemann-ова површ R^* , која садржи Riemann-ову површ R , да би свака једнозначна регуларна функција у R могла бити апроксимирана функцијама једнозначним и мероморфним у R^* а имају само коначно много полова смештених на граници од R .

Полазећи од резултата Behnke-а и Stein-а, Н. Florack је (Schriftenreihe des Math. Inst., Münster, 1948) уопштила познате теореме Weierstrass-а (о постојању целе функције чије су нуле чланови унапред задатог низа комплексних бројева који теже ∞) и Mittag-Leffler-а (о постојању мероморфних функција чији су полови чланови унапред задатог низа комплексних бројева, чија је гранична вредност ∞ и са задатим главним делом у сваком од полова) на произвољну затворену Riemann-ову површ R . Треба напоменути да су аналитички изрази за ове функције слични одговарајућим изразима у теоремама Weierstrass-а и Mittag-Leffler-а: то су коначни или бесконачни производи и редови. Милош Радојчић је, пошто се упознао са радовима Behnke-а и Stein-а и Н. Florack, приступио уопштавању поменутих теорема Weierstrass-а и Mittag-Leffler-а, али на начин како је некад поступио са теоремом Runge-а. У теоремама Runge-а и Mittag-Leffler-а фигуришу низови рационалних функција, у Weierstrass-овој теорему производи облика $(1 - z/a_n)^{m_n} \cdot e^{g_n(z)}$. Требало је рационалне функције заменити алгебарским (уопште узев мултиформним) а Weierstrass-ове производе сличним изразима чије су Riemann-ове површи алгебарске. Уопштавајући најпре теореме Mittag-Leffler-а, он је, у раду бр. 28, узео прво отворен домен D затворене Riemann-ове површи S , а за низ полова тачке које се нагомилавају на рубу домена и нигде више. Функција која се одређује дефинисана је редом $\sum[\varphi_n(z) - \psi_n(z)]$, где су φ_n и ψ_n алгебарске функције. Наведимо следећи његов резултат у целини (рад 28, стр. 106). *Нека је произвољна отворена Riemann-ова површ, и (\tilde{a}_ν) , $\nu = 1, 2, \dots$ низ тачака из R који нема тачку нагомилавања у унутрашњости R , већ на граници R (уколико ова постоји). Тада постоји низ алгебарских функција $(f_n(z))$ чије Riemann-ове површи гранично садрже R , који униформно конвергира у унутрашњости $R \setminus \{a_1, a_2, \dots\}$ и тако дефинише аналитичку функцију $F(z)$ униформну и мероморфну на R , имајући R за домен егзистенције, а тачке \tilde{a}_ν и само њих, за полове са главним деловима унапред датим. Функција $f_n(z)$ има тачке \tilde{a}_ν , $\nu = 1, 2, \dots$ као полове са одговарајућим главним деловима.*

У раду 29 иде се даље са претпоставкама: задају се три низа тачака једне затворене Riemann-ове површи и одређује се једнозначна аналитичка функција која има тачке првог низа за нуле, тачке другог за полове и тачке трећег за есенцијалне сингуларитете.

У радовима 28, 29 и 31 Милош Радојчић је доказао низ теорема Weierstrass-овог типа, исцрпно испитујући услове под којима су такви развоји могући. Чиниоци у Weierstrass-овом производу $(1 - z/a)^n e^{-g(z)}$ Милош Радојчић замењује функцијама облика $\varphi_n(z)e^{-\psi_n(z)}$ или $\varphi_n(z, a_n)e^{-\psi_n(z)}$, бирајући за φ_n и ψ_n алгебарске функције чије Riemann-ове површи задовољавају одређене услове. Суштина ових ставова (које не можемо наводити, због дужине њиховог исказа, већ читаоца упућујемо на радове 28, 29 и 31) јесу у изналагању претпоставки које се односе на домен и особине Riemann-ове површи на којима је развој могућ. Испоставља се да се најзначајнији ставови добијају кад је дати домен развоја гранично садржан у Riemann-овим површинама функција φ_n .

Радови који обрађују ове проблеме последњи су Радојчићеве радови из Теорије комплексних функција. Како су они природни наставак његове тезе, можемо рећи да је Милош Радојчић почео и завршио свој научни рад (у чистој математици, наравно) обрађујући проблеме апроксимације, при чему су и почетак и крај били бриљантни.

Склоност ка геометрији одвела је Милоша Радојчића другом кругу проблема којима се бавио у Теорији комплексних функција. При покушају да геометријски докаже Велики Picard-ов став (о изузетним вредностима аналитичких функција у близини изолованих есенцијалних сингуларитета) Милош Радојчић је дошао до проблема поделе Riemann-ове површи на листове. Наведимо најважније дефиниције.

Дефиниција 1. Отворена област D Riemann-ове површи неке аналитичке функције назива се лист ако има следеће особине:

- 1° она не покрива ниједан део равни више него једанпут;
- 2° она покрива раван тако да не остаје ниједна област непокривена;
- 3° сваки део границе ове области је граница других (овој дисјунктних) области исте површи.

Прве две особине имају за последицу да лист једне Riemann-ове површи не може бити ни повећан ни смањен а да не изгуби карактер листа.

Треба напоменути да свака Riemann-ова површ не мора имати листове у смислу ове дефиниције. На пример, функције које се не могу продужити ван јединичног круга. Насупрот овом примеру све алгебарске функције имају листове.

Дефиниција 2. Отворена област Riemann-ове површи неке аналитичке функције је основна област (фундаментални домен) ако има следеће особине:

- 1° у њој функција узима неку вредност само једанпут;
- 2° она узима сваку вредност било у унутрашњости области, било на њеној граници (бар као граничну вредност);

3° сваки део границе ове области заједнички је њој и неким другим областима исте површи, дисјунктним са датом облашћу.

Основна област не може се увећати а да не изгуби својство 1°, нити смањити а да не изгуби својство 2°. Особина 3° служи да елиминише сувишне линије, тј. оне линије садржане у листу које нису границе ниједног другог листа.

Ако је површ инверзне функције дате аналитичке функције сведена на ограничени део равни, онда та функција нема основних области у смислу предње дефиниције.

Да би био схватљивији проблем са којим се Милош Радојчић суочио непосредно после одбране своје докторске дисертације, наведимо следећу његову дефиницију.

Дефиниција 3. Поделити површ аналитичке функције на листове (или основне области) значи конструисати низ листова (или основних области) те функције тако да немају заједничких тачака и да на тој површи не остављају ниједну област не укључену у неки од чланова низа.

Један такав низ ће се звати *систем листова* (*систем основних области*).

Јасно је из ранијих опаски да се не може свака Riemann-ова површ разложити на листове или на основне области. Има, међутим, функција које имају више основних области, али се не може образовати ни један потпун систем тих области (у смислу дефиниције 3). С друге стране, ако је разлагање на листове или основне области могућно, оно се може остварити на бескрајно много различитих начина. Разлог за ово је што су линије гранања променљиве, уз услов да укључују тачке гранања. Стога, ако се промени облик једног листа морају се на одговарајући начин променити и сви остали листови. Наравно, може се десити да је било каква промена већ издвојеног листа (или основне области) немогућа, јер се налази на линију која се не може прећи. Из свих ових разлога могло се очекивати да је проблем разлагања на листове и основне области веома тежак: Први резултат рада на решавању овог проблема Милош Радојчић је објавио 1929. године у Гласу Српске краљевске академије (рад под 4), а убрзо затим и рад под бр. 6 у Француској академији, где је наведен (без доказа) резултат рада под 4 и изведени су неки нови закључци из радова 4 и 5. (У раду под 5 доказано је да је Riemann-ова површ инверзне функције једне холоморфне функције неограничена).

Радојчићева теорема из рада 4 гласи:

Свака неограничена Riemann-ова површ може се поделити на листове непрекидних међа.

Аналитичка функција (или њена Riemann-ова површ) је *неограничена* (ограничена) ако нема (има) *круг ограничења*, који се дефинише овако: Нека је $\Phi(\zeta)$ аналитичка функција. Круг K у равни ζ -ова је круг ограничења за $\Phi(\zeta)$ ако се при аналитичком продужењу неког елемента од $\Phi(\zeta)$ смештеност у K наиђе на област у K из које је немогуће изаћи.

Дефиниција неограничене Riemann-ове површи има и други еквивалентан исказ, који је примарно употребљен у радовима 4 и 6.

Међа једне области је непрекидна ако су све њене тачке *достижне*, тј. ако постоји путања садржана у области, дуж које се доспева у дату тачку међе (другим речима, ако у међи нема „рупа“).

Уочивши извесну недовољност у доказу исказаног става, а и у жељи да сам став побољша, Милош Радојчић је објавио још један рад на тему деобе Riemann-ове површи на листове (рад под р. бр. 7). У овом раду из 1931. године исказана је следећа теорема:

Свака неограничена Riemann-ова површи може се разделити на листове непрекидних међа тако да се у близини (довољно малој околини) сваке тачке те површи налази само коначан број листова.

Извесну непотпуност доказа теореме из рада бр. 4 уочио је јапански математичар Т. Shimizu (Jap. Jour. Math., 8, 1931).

Т. Shimizu примећује да се применом Радојчићевог поступка без једног додатног става не може доказати да су исцрпљени сви листови. Тај се недоста так може исправити ако се Радојчићевим поступком врши аналитичко продужење дуж мреже кривих линија чије постојање обезбеђује јасна теорема Р. Gross-а и то у форми коју јој је дао Terasaka. Поред тога Shimizu истиче да је његова теорема општија од Радојчићеве. Са првом од ових примедби можемо се сагласити, а друга није на месту, јер је Радојчић, у раду бр. 7, Теорема II, већ дао ту општију форму на коју јапански математичар претендује. С обзиром да је у радовима који следе, углавном, Р. Shimizu узиман за аутора ове теореме, сматрамо да треба рећи још коју реч у прилог оспоравања Shimizu-овог приоритета.

Неоспорно је Радојчићево временско првенство у решавању овога проблема. Његова нота у Comptes rendus Француске академије појавила се 10. фебруара 1930. г., а рад у Гласу СКА приказан је на скупу Академије природних наука 31. XII 1928. (и то са доказом). Shimizu-ов рад је примљен у редакцији часописа Japanese J. of Math. за v. VIII (1931) 9. јула 1931. Радојчићев други рад у Гласу примљен је у Академији 8. XII 1930., дакле, седам месеци пре Shimizu-овог рада.

У Shimizu-овом раду појављује се једна фуснота која изазива сумњу. У тој фусноти читамо да је спорну теорему *најавио* јуна 1929. у Јапанском Физичко-математичком друштву, а не каже се ништа о томе да ли је имао и доказ за њу (или је имао доказ за који је доцније установио да је погрешан). Да је Shimizu имао доказ у јуну 1929., он у доказу Теореме, штампаном 1931. године, не би користио Радојчићев метод, не би улагао труд да репродукује доказ из текста непознатог му језика, „читајући“ само слике и математичке симболе. Да је располагао сопственим доказом, изложио би га, макар тај био и гломазнији од Радојчићевог. Највероватније да је било овако: Т. Shimizu је дошао на идеје разлагања Riemann-ове површи на листове, али није налазио доказ. Нота у Comptes Rendus упутила га је на праву адресу. Нашавши Радојчићев рад у Гласу репродуковао је његов доказ. Као искусан математичар уочио је његов недостатак и исправио га. Понесен амбицијом покушао је више, да приграби и временско првенство. Судећи према каснијем развоју догађаја, у томе је успео.

У свом каснијем раду Радојчић је посветио доста времена проучавању „фундаменталних области“ у смислу како их је дефинисао, доказавши низ занимљивих теорема, углавном тополошке природе. Нарочиту пажњу поклонио је проучавању фундаменталних домена *апсолутно аутоморфних функција* — класе функција коју је дефинисао у раду бр. 8.

Као проблем којим се Милош Радојчић посебно бавио може се издвојити проблем повезан са конформним пресликавањима Riemann-ове површи, познат као проблем типа Riemann-ове површи. Према једном ставу који је формулисао Riemann, а доказао га низ математичара после њега (D. Hilbert, P. Koebe, R. Courant, C. Carathéodory, итд.), *свака једнолисна једноструко повезана област може се бијективно и конформно прсликати на сваку другу област исте врсте. У доказу овога става главни део је теорема:*

Свака једнолисна једноструко повезана отворена област равни може се прсликати бијективно и конформно на једну од отворених области w -равни:

на кружну област $|w| < R < \infty$

или на целу отворену раван $|w| \leq \infty$

или на целу затворену раван $|w| \leq \infty$.

према томе да ли се њен руб састоји из више тачака, или само из једне тачке, или ниједне.

Уопштење овога става на вишелисне области дали су Courant и Koebe. Оно гласи:

Свака вишелисна једноструко повезана отворна област може се прсликати бијективно и конформно на једнолисну једноструко повезану отворену област.

Нерешено је питање којем ће типу од три наведена припадати слика дотичне области. Лако се решава ово питање у случају отворених области које су делови затворених, тј. алгебарских једноструко повезаних Riemann-ових површи и у случају оних области које су делови отворених Riemann-ових површи али имају рубне тачке у унутрашњости тих површи.

Остаје отворено питање: *Када ће се једноструко повезана Riemann-ова површ моћи прсликати на круг а кад на целу раван?*

Кад се Риеман-ова површ прсликава (бијективно и конформно) на унутрашњост круга за њу се каже да је *хиперболичког типа*, кад се прсликава на целу раван каже се да је *параболичког типа*. Површ је елиптичког типа кад је затворена, кад се прсликава на целу затворену раван.

Проблем одређивања типа Riemann-ове површи постављен је одмах после извођења прецизног доказа Riemann-ове теореме, што значи пред почетак Првог светског рата. Један довољан услов да површ буде хиперболичког типа изведен је из Picard-овог става. Други је дао P. Iversen (1914), следећи W. Gross (1918). На десетак година пред Други светски рат низ истакнутих математичара (R. Nevanlinna, L. Ahlfors, Z. Kobayashi, Ullrich) почео се интензивно бавити овим

проблемом. Неколико година после Неванлине овог проблема подухватио се и Милош Радојчић.

Један од најзначајнијих Радојчићевих критеријума припадности Риманн-ове површи параболничком типу јесте његов *критеријум у облику збира*. Ahlfors је 1936. одредио један критеријум у облику збира, али са сасвим другим значењем сабирака.

Милош Радојчић претпоставља да је испитивана Риманн-ова површ: 1° просто повезана, 2° да су све њене тачке гранања алгебарске и њихов ред не прелази дати природни број p , 3° сферно растојање (на Риманн-овој сфери) између тачака гранања није мање од датог позитивног броја ε . Означимо са A_i ($i = 1, 2, \dots$) тачке гранања површи S (којих због услова 3° има пребројиво много).

Пошто изврши поделу површи S на листове чије су границе полуправе са почацима из тачака A_i (што се показује као могућно) и докаже да је број тачака гранања на граници сваког листа коначан (иначе би се дошло у противречност са условом 3°), Радојчић дели (користећи једну идеју Speiser-а) све листове на *генерације*. Један, било који, лист F_k проглашава за генерацију *реда нула*, G_0 . Оне листове који са G_0 имају заједничку границу назива *генерацијом реда 1*, G_1 . Настављајући тако, дефинише индуктивно листове ν -те генерације G_ν . Ту улазе они листови који не припадају ни једној генерацији претходно дефинисаној, а са члановима $(\nu - 1)$ -ве генерације сваки од њих има бар једну заједничку границу. Нека је $\delta(\nu)$ број листова F_k садржаних у G_ν . Тада важи теорема

Ако ред

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\nu}{\delta(0) + \dots + \delta(m_\nu)}$$

где је m_ν *известан цео број*,

$$m_\nu \geq \nu \left\lfloor \frac{p}{2} \right\rfloor + (\nu + 1) \frac{(6p)^c - 1}{6p - 1}, \quad c = \left\lfloor \frac{10\pi}{\varepsilon} \right\rfloor$$

дивергира, онда је површ параболничког типа.

Ова теорема је главни резултат рада бр. 21 из 1950. (у ствари, нешто прерађеног рада из 1940. који се налазио у штампи 1941. године и уништен је за време бомбардовања Београда 6.4.1941. год.) и један је од најзначајнијих Радојчићевих резултата из ове области. Има у раду бр. 21 и неколико варијаната и последица наведене теореме, што нећемо наводити.

Проблем типа Риманн-ове површи Радојчић је проучавао у седам радова. Већина његових критеријума је тополошке природе, с изузетком оних из рада бр. 18, који су побољшања неких Ahlfors-ових ставова и изражени су аналитички (мада и они са тополошким полазиштима).

Други Радојчићев значајни критеријум претпоставља да су скоро све (све изузев њих коначно много) тачке гранања површи трансцендентне. Оваквим

тачкама одговарају тачке на кругу (конформној слици Riemann-ове површи), јер су унутрашње тачке круга у кореспонденцији са регуларним тачкама Riemann-ове површи или алгебарским тачкама гранања, а појединим листовима површи одговарају „углови“ у унутрашњости круга — основне области. Јасно је да суседним листовима одговарају суседне основне области. Ако се на Riemann-овој површи обилази око трансцендентне тачке гранања, пролази се кроз низ основних области (које аутор назива *трансцендентним угловима*) а скуп свих тих углова *трансцендентним праменом*. Уређујући на природан начин скуп трансцендентних праменова долази се до тополошког простора чија је топологија индукована уређењем. Могу се искључити изоловане тачке овог простора. Добија се један подпростор. Искључујући његове изоловане тачке долазимо до новог подпростора итд. Настављајући тако може се десити да после коначног броја понављања поступка уређен скуп буде исцрпљен, тј. да се дође до празног скупа. Ако се ово деси каже се да је скуп *сводљив (редуктибилан)*.

Други главни Радојчићев резултат у вези са решавањем проблема типа Riemann-ове површи гласи:

Ако је уређени скуп трансцендентних праменова сводљив, Riemann-ова површ S је параболичког типа.

Ова теорема је значајно уопштење једног Неванлининог става (Acta Math. 58, 1932).

Као што је лако уочити, два наведена Радојчићева критеријума за припадност Riemann-ове површи параболичком типу имају за основу две крајње логичке могућности: да су скоро све тачке гранања трансцендентне или да таквих уопште нема.

Поред проучавања конформних слика Riemann-ових површи, Милош Радојчић је проучавао и њихове чисто тополошке (обострано непрекидне и бијективне) слике. У раду бр. 20 доказао је низ ставова који дају тополошку слику система листова на које је дата (неограничена) Riemann-ова површ растављена. Доказао је да је слика површи елиптичког типа коначна мрежа, а слика површи хиперболичког и параболичког типа бесконачна *мрежа*, уз прецизирања која овде нећемо наводити.

Аксиоматизација теорије релативности

Друга научна област којом се Милош Радојчић бавио је аксиоматско заснивање Теорије релативности. У његовој библиографији укупно осам јединица односи се на ову област. Први чланак из аксиоматског заснивања Теорије релативности Радојчић је објавио 1933. године. Из тога закључујемо да је Радојчићево занимање за Теорију релативности трајало најмање четрдесет година, јер је синтеза његовог рада у овој области — монографија у Српској академији наука изишла 1973. године. У радовима 10 и 11 Радојчићу је пошло за руком једино да изгради дводимензиони просторно-временски континуум, али су ови радови, ипак, били добар основ за даља истраживања. Осим рада

под 16 сви каснији Радојчићеви радови из Теорије релативности су кратка саопштења на конгресима и из њиховог садржаја види се да су укључени у поменућу монографију (рад под р. бр. 34). Стога је довољно приказати само ову монографију као резиме целокупног Радојчићевог рада на аксиоматском заснивању (специјалне) Теорије релативности.

Обим монографије је XVI+169, дакле 185 страница. У Уводу је изложена историја проблема. Истичући да је од самог оснивања Теорије релативности било покушаја да се она аксиоматски заснује и да је списак радова који се на овај предмет односе веома дуг, Радојчић наводи само она имена која имају нечег заједничког са његовим идејама. Он набраја следећа имена (и даје укратко идеје и концепције сваког од аутора): А. А. Robb, Н. Reichenbach, К. Schnell, А. G. Walker, G. Szekeres, Р. И. Пименов (1968). За разлику од набројаних (и других) аутора, Радојчић се, како сам каже, опредељује за то да „што мање претпоставља а што више изводи“. У уводу је још изложена концепција рада и указано на неке његове битне особине. После увода долази списак свих употребљених ознака.

Изложена грађа подељена је на следећих седам глава:

- I Дискретна (дисконтинуирана) основа Теорије
- II Непрекидност
- III Метрика
- IV Правoliniјски скупови материјалних тачака
- V Геометрија перманентних (трајних) простора
- VI Кинематика
- VII Однос између светлосно-метричких скупова материјалних тачака и крутих тела

Као што је добро познато, у аксиоматској изградњи једне теорије треба изабрати основне појмове, основне релације и основне ставове. „Природа физичких појава на којима се ова теорија темељи — и које сачињавају природну основу њене аксиоматичке структуре — захтева да оперишемо на тренутним „блесцима“ светлости, који се неки пут називају и „сигналима“ — и који се преносе с једног на друго место. Те „сигнале“ или „блеске“ називам (на српском) *тренутним догађајима*, а тачке из којих потичу или на којима се запажају називам *материјалним тачкама*“, каже аутор у резимеу свога рада на српском језику. Дакле, *тренутни догађаји* и *материјалне тачке* су појмови који се не дефинишу (основни појмови). „Тренутни догађаји и материјалне тачке су две врсте елемената“, наставља писац, у аксиоматичкој структури коју он развија. Те тренутне појаве догађају се у појединим материјалним тачкама и запажају се у материјалним тачкама. Два тренутна догађаја могу бити запажена у једној материјалној тачки један пре другога. Отуд имамо и три основна, недефинисана односа: *догодити се*, *бити запажен* (осмотрен) и *пре*“.

Уз два наведена основна појма јављају се, дакле, и три основна односа: *догодити се*, *бити запажен* и *пре*.

Поред ових пет недефинисаних израза цела Теорија заснива се још и на 27 аксиома, распоређених у девет група:

- I — 4 аксиоме независне од временских односа
- II — 7 аксиома временског поретка
- III — 5 аксиома везе између више материјалних тачака и тренутних догађаја
- IV — 2 аксиоме непрекидности
- V — 4 аксиоме положаја
- VI — једна аксиома упоредности
- VII — 2 аксиоме подударности
- VIII — 1 аксиома егзистенције перманентног метричког простора
- IX — 1 аксиома кретања

Треба напоменути да у овај списак не улази аксиома у глави VII која излази из ужег оквира Теорије, а дата је с циљем да се успостави веза светлосно-метричких скупова (које писац дефинише) са крутим телима.

За разлику од осталих аутора, који геометрију тродимензионог еуклидског простора уводе споља, Радојчић, на темељу недефинисаних појмова и односа и поменутих 27 аксиома, подиже потпуну грађевину просторно-временског континуума, чији је један део Еуклидска тродимензиона геометрија, а други Специјална теорија релативности. Ова се књига може схватити као још један начин аксиоматске изградње Еуклидске геометрија (у три димензије). Познато је да се и четвородимензиони простор Минковског може у Теорију релативности увести (и уводи) „споља“. Увођење готових математичких структура у Теорију релативности је, свакако, краћи и практичнији пут. Радојчић иде супротним путем, он бира *линију највећег отпора*, али линију која је у складу са неким битним компонентама његове психе.

О садржају своје монографије М. Радојчић каже и следеће:

„... предмет мога рада није само тај да се по начелима аксиометрике изведу Лоренцове трансформације, него да се такође, у извесној мери, изложи низ досад слабо обрађених или необрађених поглавља која су садржана у темељима Теорије релативности“.

Формулације аксиома и теорема су на језику савремене математичке логике, а извођења кратка, елегантна и прецизна.

При оцењивању било које аксиоматске теорије постављају се два питања: 1. Да ли је систем аксиома непротивречан? 2. Да ли је систем аксиома минималан?

Сам Радојчић указује на модел (наима модел Минковског) који непротивречност изведене теорије своди на непротивречност Еуклидске геометрије.

Да је изабрани скуп аксиома независан (минималан) не може се још тврдити. Писац је то доказао само за подскуп овог скупа који се састоји из аксиома I до IV, V 4; VI, VIII и IX, али није за систем у целини.

Основано је претпоставити да је Милош Радојчић радио и на сличном извођењу Опште теорије релативности и да би још наставио тај рад да га смрт није спречила. Ово потврђује његова изјава да би се „знатан део ... могао непосредно или уз извесна ограничења применити и на Општу теорију релативности“.

[Нажалост, свим Радојчићевим недовршеним рукописима из математике (укључујући овде и аксиоматско заснивање Теорије релативности) засад је изгубљен траг, јер је његова супруга те рукописе носила са собом (са намером да доврши оне које може), а како се често селила и боравила на лечењима, рукописи су (по свој прилици) изгубљени.]

Наставна делатност и уџбеници

Милош Радојчић је дуго чекао да постане наставник Универзитета. Десет година је прошло од стицања докторске титуле до његовог избора за доцента Универзитета, а у тренутку овога избора заслуживао је много више звање. Првих година своје наставничке делатности предавао је Алгебру на Катедри математике Филозофског факултета у Београду. Одмах после обнављања рада Београдског универзитета (1945.) предавао је (математичарима и физичарима) Математичку физику, попуњујући на тај начин место професора Жардецког, који се после рата није вратио у Југославију. Кад се Ј. Карамата преселио у Швајцарску, Милош Радојчић је преузео и курс Теорије комплексних функција. (То је већ било на Природно-математичком факултету, одвојеном делу некадашњег Филозофског факултета.) Ипак, главни наставни предмети које је Милош Радојчић водио, које је у ствари увео у наставу на свом матичном факултету, су три курса Геометрије: Нацртна геометрија, Елементарна геометрија и Виша геометрија. У периоду до Другог светског рата на Катедри математике Београдског Филозофског факултета није предавана Геометрија, с изузетком Аналитичке геометрије и кратког курса диференцијалне геометрије укљученог у предмет „Диференцијални и интегрални рачун“. Три поменуте геометријске дисциплине увео је Милош Радојчић у наставни план обновљеног Филозофског факултета и био њихов први наставник.

Незадовољан начином како је дотад нацртна геометрија предавана на техничким факултетима, Милош Радојчић је почео да изграђује, и успео да изгради, сопствени пут у настави Нацртне геометрије. Његова концепција наставе, овога предмета и стечено искуство преточени су у књигу *Нацртна геометрија*, објављену (у коауторству са његовом супругом Војном Радојчић) први пут 1955., у издању „Научне књиге“, и од тада прештампану неколико пута. О начину како је Радојчић предавао овај предмет и о квалитетима написаног уџбеника писац овог рада нема шта да дода или одузме оцени датој у А–L, на страни 248, и читаоца упућује на ту оцену као на део овог рада, написан руком других аутора.

Једногодишњи течај Више геометрије уведен у наставу први пут 1947. године као предмет на трећој години студијске групе за математику, састојао се из

Нееуклидске геометрије Лобачевског и Пројективне геометрије. Радојчић га је, углавном, предавао према књизи (преведеној са руског) *Виша геометрија* од Јефимова. О одступањима и новинама у Радојчићевим предавањима у односу на уџбеник Јефимова читалац може видети на стр. 249 у А–Л.

У потпуности пионирску улогу у настави Геометрије на Београдском универзитету Радојчић је имао у Еуклидској геометрији. (Предмет је он називао *Елементарна геометрија* и тај назив несумњиво одаје његову скромност и непретенциозност.) Остаје чињеница за историју наставе математике на Београдском универзитету да је Радојчићев курс Елементарне геометрије био *први аксиоматски курс* који су студенти математике у Београду икад слушали. По својој природи аксиоматска и дедуктивна наука, математика је (у нашој средини) дуго чекала да покаже своје право лице, сувише дуго је она била представљена „рачуном“ и „израчунавањем“. Зачетник великих промена у начину излагања математике, до којих је касније дошло, био је Милош Радојчић.

О Радојчићевом уџбенику за овај предмет, објављеном најпре у облику литографисаних скрипата у два дела, 1948. и 1950., а касније у нешто измењеном облику, штампаном у „Научној књизи“, речено је у А–Л на стр. 248 и 249 све што је најнеопходније рећи. Тај текст овде нећемо наводити. Указаћемо само на неке битне чињенице. У томе свом уџбенику Радојчић је оригиналан, строг и држи се свога основног принципа: „Што мање претпостављати, што више изводити“. У тексту намењеном професионалцима у математици овај принцип је беспрекоран. Кад се он примени на уџбеник, на књигу намењену главама још незрелим за математику (или чак онима које неће, јер не могу, сазрети) овај принцип може бити унеколико и погрешан. Извести у практичној настави све оно што је изведено у књизи много је. Писац овог рада сматра да на нивоу којем је намењен уџбеник *Елементарне геометрије* треба претпоставити знатно више, а изводити много мање. Његов је суд да се Радојчићев уџбеник могао и тако користити: поћи од кључних теорема неких поглавља као од аксиома па даље развијати теорију дедуктивно.

Ово је прилика да се каже још нешто о стању наставе математике на Београдском универзитету. У погледу дедуктивности извођења она је на неупоредиво вишем нивоу него што је била пре четрдесетак година (пре Радојчићевог увођења геометрије у наставу). Међутим, отишло се у другу крајност. Сувише се „дедукује“, инсистира на често бесмисленој строгости (која је понекад и „строгост“), студентима почетницима нематематичких струка излаже се градиво како га треба излагати зрелим математичарима. Разуме се, кривица за ово не пада ни најмање на Милоша Радојчића, већ на људе који су ово „увезли“, не познајући добро средину „извозника“.

У послератном периоду Милош Радојчић је држао повремено наставу математике на разним техничким факултетима и један сталан курс, под називом Курс опште математике, на Катедри философије Филозофског факултета у Београду (у времену 1947–1952). У току припрема за ова предавања и самих предавања он је изграђивао филозофске погледе на математику и изучавао њену историју. Резултат тог његовог рада је књига под насловом *Општа математика*, књига

коју можемо сматрати првим уџбеником историје математике у Србији. Ово Радојчићево дело заслужује много већу пажњу него што му је досад указивана, и ако је, нажалост, остало недовршено.

Природно је упитати се: Да ли су Радојчићеви уџбеници, стварани оригинално, као контрапункт најбољем што имају велики народи, да ли су ти уџбеници добили признање наше средине? Нису, или нису у мери у којој га заслужују. Средина која се диви компилацијама, преписима, средина у којој се читава каријера може изградити на туђим или погрешним ставовима, не може без дејства неке спољне силе усвојити истинске вредности. Од човека усамљеног и у себе затвореног, од човека који није улазио ни у какве за себе корисне организације, таква спољна сила није могла бити дозвана. Није се појавила ни случајно — ретки су случајеви те врсте.

Активност на пољу књижевности, филозофије

Милош Радојчић је био један од ретких научних радника који се није затварао у уске оквире своје струке. Напротив, толико се занимао многим другим областима стваралаштва да се може рећи: Математика је само једна од дисциплина којима се он бавио.

Од осталих долази на прво место филозофија.

У једном необјављеном спису, који садржи и неке аутобиографске податке, он тврди да га је филозофија занимала одавно, али да је од 1921., од ступања на студије технике у Грацу, почео и да је систематски изучава. (Као што се из овог податка види, филозофија је почела да занима Милоша Радојчића пре математике.) Према истом извору, и сведочењу неких његових пријатеља, био је између 1931. и 1941. године главни тумач филозофије Rudolf-a Steiner-a у кругу београдских антропософа. Од 1934. до 1941. био је главни уредник месечника „Упознај себе“. Милош Радојчић је у филозофији стајао на идеалистичким становиштима, али није дозвољавао било какву несагласност између његове слике света и позитивних научних сазнања.

Од преко осамдесет студија и чланака објављених у предратним часописима („Упознај себе“, „Народна одбрана“, „Хришћанска мисао“ и „Нова смена“) скоро једна трећина односи се на филозофију. Написао је и обимну студију, објављену у часопису „Упознај себе“ у пет наставака, о филозофији Уроша Миланковића. Он је у делима овог писца нашао много што-шта невидљиво другим ауторима. Многи краћи Радојчићеви написи у овим часописима писани су у облику дијалога; вероватно је Радојчић био инспирисан формом Платонових дела, али је убедљивија претпоставка да се у дијалогској форми могу најбоље супротставити опречна мишљења, чути свако за и против. Радојчић се у овим радовима није трудио да читаоца наведе да мисли као он, већ је био убеђен да, заступајући одређену идеју и дајући све расположиве аргументе за и против, да тиме долази до истине, или, како је он волео да пише до *Истине*. Иако је био свестан колико је истина недокучива, из убеђености са којом је писао види се да је он веровао како је Истину нашао. Неки од ових Радојчићевих радова

су прикази књига али и релативно велики број њих је моралистичког садржаја. Он пише о томе како филозофски треба схватити историју, књижевност, физику и све друге дисциплине науке и форме уметности, заступајући притом антропософско становиште. Писао је и под два псеудонима: Добривоје Михаиловић и Иван Павловић. Текстови „Ивана Павловића“ писани су ијекавских наречјем.

Област духовне делатности којој се Милош Радојчић најинтензивније бавио (после философије и математике) јесте књижевност. Још у току рада на докторској дисертацији он објављује (1927) брошуру о песми „Тамница“ Владислава Петковића—Диса, дакле о једној од најзначајнијих песама песника који у то време није био много цењен. У то исто доба проучава Достојевског и пише о њему. Окупирају га многи наши и светски песници — Његош, Ђура Јакшић, Гете, Толстој и др., — а истовремено и пише и оригиналне песме. (Ни једну од њих није објавио, а у његовој рукописној заоставштини налазе се две збирке.) Нарочито интензивно је проучавао српску народну књижевност. Објавио је о њој више обимних чланака који имају карактер својеврсних студија. Он је у народним песмама и причама налазио смисао који није учовао ниједан други истраживач, зато би било од интереса да данашњи изучаваоци наше народне књижевности пажљиво прочитају и оно што је написао Милош Радојчић, поготову стога што се Милошева пажња усредсређује на оне песме и приче преко којих остали писци олако прелазе.

Милош Радојчић је учествовао у једном подухвату значајном за српску књижевност — издавању сабраних дела Момчила Настасијевића. Одмах после смрти књижевника, чију величину је (у то доба) ретко ко могао да сагледа, неколицина његових пријатеља прихватила се обавезе да (о свом трошку) штампају Момчилова сабрана дела у девет књига. Једну од тих књига припремио је за штампу и написао јој предговор управо математичар Милош Радојчић. То је књига: *Момчило Настасијевић: Мисли*, Београд 1938. Из пет Момчилових свезака Радојчић је записе тематски разврстао сачинивши петнаест целина. То његово разврставање остало је до данас једино; сва каснија прештампавања Момчилових афоризама заснивају се на овој Радојчићевој редакцији. Поред тога његов чланак о Момчилу Настасијевићу, објављен у „Новој смени“ један је од оних текстова који се не смеју заобићи кад се студира дело овог изузетног писца.

Сликарство је уметност којом се М. Радојчић активно бавио, као стваралац, а коју је проучавао као историчар и естетичар. Његове оригиналне слике и цртежи налазе се негде у француској и о њима се овде не може ништа рећи, будући да о њима не постоје оцене компетентних стручњака. Вредно је забележити да је на једној колективној изложби из 1930. године у Земунском музеју учествовао и Милош Радојчић са својим сликама. У његовом проучавању сликарства нарочита пажња је посвећена боји: и као физичком феномену и као изражајном средству у уметности. О боји је он имао посебну, самосвојну философију. Није велики број његових објављених радова о сликарству, али треба скренути пажњу на његов чланак — студију „О нашем средњовековном сликарству“ (објављеном 1935. године у „Народној одбрани“), коју треба да прочита свако ко жели да

уозна смисао и величину фресака у српским средњовековним манастирима.

О рукописној заоставштини

Неуморни рад Милоша Радојчића на усавшавању сопственог духа (и покушајима да подигне дух других), на откривању нових духовних вредности: у математици, физици, философији, књижевности, проучавању ликовних уметности, религији, тумачењу религиозних списа и другом, његов рад преточен у чланке, студије, књиге, преточен у реч (која *бјеше у почетку*) само је малим делом угледао светлост дана. С изузетком научних радова и уџбеника, све што је Милош Радојчић објавио појавило се до немачке окупације Југославије. Ипак, његови необјављени списи још постоје и налазе се у Швајцарској, код једног његовог пријатеља. Неколико десетина хиљада страница чека да буде обрађено и бар у једном смишљеном избору понуђено читаоцима. Писац овог рада имао је увид у неких хиљаду страница текста, густо куцаних редова на писањој машини. Као и штампани текстови (чак и више) и ове странице одају човека непоколебљиво оданог највишим људским вредностима, до крајности моралне личности, студиозног научног радника на сваком пољу своје делатности, стилисту високих квалитета, мислиоца који не робује никаквим догмама — једино је роб непрестаног трагања за истином, за сазнањем.

У „Малом списку необјављених радова“ дат је један избор радова из рукописне заоставштине професора Милоша Радојчића. Он садржи само мали део његових нематематичких радова. У рукописној заоставштини не налази се ни један рад из математике. Та чудна чињеница може се објаснити изјавом једног рођака Радојчићеве супруге. Према тој изјави Милош Радојчић је оставио у рукопису око 20 радова из математике са процентом довршености од 75% до 95%. Радојчићева супруга осећала је као своју обавезу да те радове доврши. Како је она, убрзо после Радојчићеве смрти, пошла по неким лечилиштима, а вероватно да је ове рукописе носила са собом, десило се да се њима изгубио траг. Мада је могућно да је садржај тих необјављених Радојчићевих радова из математике превазиђен резултатима других истраживача, ипак би било од интереса да се они пронађу, јер би бар дали слику о Радојчићевим математичким прекупацијама у последњим годинама живота.

Чак и летимичан увид у „Мали списак“ говори о многоструком Радојчићевом интелектуалном интересовању. У њему су радови из физике, биологије, философије, поезије, тумачења књижевности, књижевних превода и студија, историје, хришћанства, разних религија, затим мисли, путописи, сећања.

Научни радник и човек

Обдарен за многе видове стваралаштва — математику, философију, књижевност, сликарство, итд., — Милош Радојчић се није могао лако одредити за занимање: студирао је најпре машинску технику, затим архитектуру, напослетку математику. И кад је одабрао свој позив, није се мирио с тим да за

увек напусти све оне лепе ствари које је у младости заволео. Напорном раду истраживача у математици он је додао читав низ „обавеза“ и са успехом их све извршавао. Милош Радојчић је не само први прави наставник (еуклидске и нееуклидске) геометрије у Србији, већ и први математичар са испољеним даром за геометрију. По завршетку математичких студија на Београдском универзитету, он се одваја од великог ауторитета, Михаила Петровића и његових проблема, самостално налази тему за свој докторски рад и успешно га завршава за релативно кратко време. Определује се затим за геометријске аспекте теорије комплексних функција (на супрот Михаилу Петровићу, који је био аналитичар), определује се за актуелне и тешке проблеме, избегавајући „линију мањег отпора“, јер никад није написао ниједан рад на тему изван свог основног интересовања, никакву примедбу на туђи рад или ситно побољшање туђег рада, што је, без сумње могао, имајући и знања и талента за многе математичке дисциплине.

Нетривијалност, студиозност, упорност да иде својим путем у науци и скромност — основне су особине Милоша Радојчића као научног радника у Математици.

Радојчићева скромност и ненаметљивост у животу огледа се и у стилу писања научних радова. Он најчешће своје теореме не именује као теореме, већ их једноставно истакне курзивом. У каснијој фази рада означава их преко „Proposition“ или „Став“. Нема ни једне речи похвале својих резултата. (Академик М. Томић тврди (в. Том. стр. 196) да о свом научном раду није волео ни да говори.) Кад упоређује своја открића са открићима других, која су уследила много година после његових, он избегава да каже како је та „нова“ теорема само друкчија формулација његове теореме, него само наводи своју теорему, очекујући да сам читалац дође до потребног закључка.

Имајући, да тако кажемо, урођену скромност, он је могао човеку опростити грешку у раду, али никоме није могао опростити нескромност. У једном од необјављених списа он највећу ману свог омиљеног филозофа види у његовој нескромности. („Прави мудрац остаје Истини неумитно веран и радије ће рећи: Не знам, или не знам поуздано, него преварити било кога“, каже Радојчић.)

Мрзео је опсенарство. Сматрао је да на људе треба утицати истином а не опсенарством. Није ценио људе који заводе масе било чим другим до истином.

Живео је у мисаоним сферама више него у реалном свету. Чини се да је овај други живот сматрао нужним злом, а онај први — својим правим одређењем. Ради опстанка у својим сферама често је „бежао“. Бежећи тражио је слободу којој је тежио више него било чему другоме. (Не продати своју слободу, чак ни мали њен део, ни за какве материјалне интересе или интересе каријере или славе — био је један од његових животних принципа.) Једно од његових бежања била је одлука да се стално настани у Француској.

Дубоко осећајан, какав је био, морао је много пута пожелети да се врати своме завичају, подсети прохујалог времена, види са пријатељима. То ипак није учинио: Плашио се злих људи (који су га последњих година боравка у нашој

средини све више окружавали), стрепео је (унеколико, можда, и безразложно) за своју слободу.

Критичност у мишљењу била је једна његова особина која може служити за углед. Ниједно мишљење не усвојити без проверавања, размишљања, испитивања. Био је антидогматичан дух, дух одан истини, али не половичној него оној потпуној, дакле дух страдалника.

Неуморан интелектуални радник, радознао за све видове духа, заступао је мишљење да духовно усавршавање мора бити свестрано — филозофско, научно, уметничко. — Ипак, сматрао је морално усавршавање личности примарном задатком сваког људског бића. Они који су га познавали сећају се да је често био уздржан, није реаговао и ако се могло очекивати да реагује. Неки његови необјављени списи казују да његово уздржавање није долазило из страха због незамерања, из страха за своје личне интересе, већ због животног опредељења — не учинити никоме ништа неправедно. Имао је утврђена морална начела и непроменљиве основе своје животне филозофије.

Хришћанин по рођењу, имао је разумевање за све друге религије: јеврејску, муслиманску, будистичку и др. Све их је студиозно проучавао и о њима оставио писане расправе и размишљања.

У писаној речи (у објављеним и необјављеним радовима) изражавао се јасно, непосредно, оштро, без претворности и увијања. Његове уметнуте реченице не служе да ублаже и замагле мисао у главној реченици, не служе као ограде и извињења, правдања пред неким будућим критичарем, већ служе томе да главну мисао још појачају, истакну, учине схватљивијом.

Да ли су га људи наше средине ценили по заслуги? Нису. Јер овде се цене само људи са кнутом и кесом. Ко ни једно од то двоје нема (или не жели), тај се не може ценити, изузев случајно (и одвише ретко). Милош Радојчић је био управо од ове друге врсте људи.

Библиографија

Списак објављених научних радова Милоша Радојчића

1. *Sur l'approximation des fonctions analytiques multiformes par le fonctions algébriques*. Comptes rendus de l'Académie des Sciences, Paris, t. 185 (1927), pp. 1007—1009.
2. *Један начин аналитичког приказивања мултиформних функција*. Глас Српске академије науке, т. 130 (1928), стр. 13—30.
3. *Аналитичке функције представљене конвергентним низовима алгебарских функција (докторска дисертација)*. Посебна издања Српске академије науке, т. 18, и ауторово издање, 1928, стр. 1—32.
4. *О раздеоби Риман-ових површина на листове*. Глас Српске краљевске академије, т. 134 (1929), стр. 63—83.

5. *Sur les fonctions inverses des fonctions méromorphes*. Comptes rendus des l'Académie des Sciences, t. 189 (1929), pp. 1240–1242.
6. *Sur les domaines fondamentaux des fonctions méromorphes*. Comptes rendus, t. 190 (1930), pp. 356–357.
7. *О једној врсти деобе Riemann-ових површина на листове*. Глас Српске краљевске академије, т. 146 (1931), стр. 37–55.
8. *Sur une classe de fonctions analytiques*. Publications Mathématiques de l'Université de Belgrade, t. 1 (1932), 83–116.
9. *Grundlegendes zum axiomatischen Aufbau der speziellen Relativitätstheorie*. Publications Mathématiques de l'Université de Belgrade, t. 2 (1933), 106–149.
10. *Grundlegendes zum axiomatischen Aufbau der speziellen Relativitätstheorie, II*. Publications mathématiques de l'Université de Belgrade, t. 3 (1934), 65–152.
11. *Sur les fondements de la Relativité restreinte*. Comptes-rendus du deuxième congrès des mathématiciens des pays slaves, Praha 1934, pp. 234–239.
12. *Sur les domaines fondamentaux des fonctions analytiques au voisinage d'une singularité essentielle*. Publications mathématiques de l'Université de Belgrade, t. 4 (1935), 185–200.
13. *О једној особини аналитичких функција у близини есенцијалних сингуларитета*. Глас Српске краљевске академије, т. 173 (1936), 11–16.

Исти рад је објављен на француском: *Sur une propriété des fonctions analytiques dans la proximité des singularités essentielles*. Bulletin de l'Académie des sciences mathématiques et naturelles, No. 3 (1936), 27–31.

14. *Domaines fondamentaux et valeurs exceptionnelles des fonctions analytiques aux environs des singularités essentielles*. Bulletin de l'Académie des sciences mathématiques et naturelles, No. 3 (1936), 21–25.

Исти рад је објављен на српском: *Основне области и изузетне вредности аналитичких функција у близини есенцијалних сингуларитета*. Глас Српске краљевске академије, т. 173 (1936), 3–8.

15. *Sur l'allure des fonctions analytiques au voisinage des singularités essentielles*. Bulletin de la Société Mathématique de France, 5, 64 (1936), 1–10.
16. *Über die starren und die mit ihnen gleichwertigen Körper in der Relativitätstheorie*. Publications mathématiques de l'Université de Belgrade, t. 5 (1936), 103–116.
17. *Sur l'ensemble des faisceaux transcendant au voisinage d'une singularité essentielle d'une fonction analytique*. Bulletin de l'Académie des Sciences mathématiques et naturelles (Académie royale Serbe), No. 4 (1938), 159–167.

Исти рад је објављен на српском: *О скупу трансцендентних снопова у близини неког есенцијалног сингуларитета аналитичке функције*. Глас Српске краљевске академије т. 175 (1937), 239–248.

18. *Über einen Satz von Herrn Ahlfors*. Publications mathématiques de l'Université de Belgrade, t. 6 (1937), 77–83.

19. *Remarque sur le problème des types des surface de Riemann.* Publications de l'Institut mathématique de l'Académie serbe des Sciences, t. 1 (1947), 97–100.
20. *Sur un problème topologique de la théorie des surfaces de Riemann.* Publications de l'Institut mathématique de l'Académie serbe des Sciences, t. 2 (1948), 11–25.
21. *Certains critères concernant le type des surfaces de Riemann aux points de ramification algébriques.* Publications de l'Institut mathématique de l'Académie serbe des Sciences, t. 3 (1950), 25–52.
22. *Remarque au sujet de l'article »Certains critères concernant le type des surfaces de Riemann aux points de ramifications algébriques«.* Publications de l'Institut mathématique de l'Académie serbe des Sciences, t. 3 (1950), 305–306.
23. *Une proposition sur les singularités essentielles des fonctions analytiques.* Publications de l'Institut mathématique de l'Académie serbe des Sciences, t. 3 (1950), 137–142.
24. *O razlikovaњу tipa Riemann-ovih površi.* Саопштења на I конгресу математичара, физичара и астронома Југославије, одржаном на Бледу 1950, 1–5.
25. *Sur les singularités essentielles de certaines fonctions automorphes dans un domaine.* Publications de l'Institut mathématique de l'Académie serbe des Sciences, t. 4 (1952) 129–132.
26. *O problemu tipa Rimanovih površi.* Зборник радова Математичког института Српске академије наука, т. 35, књ. 3 (1953), 15–28.
27. *Sur les suites de fonctions algébriques et l'existence des fonctions analytiques ayant un domaine d'existence quelconque.* Proceedings of the International Mathematical Congress, Amsterdam 1954.
28. *Sur les séries de fonctions algébriques et les produits infinis analogues, définissant des fonctions analytiques multiformes dans leurs domaines d'existence quelconques.* Publications de l'Institut mathématique de l'Académie serbe des Sciences, t. 7 (1954), 95–118.
29. *Entwicklung analytischer Funktionen auf Riemannschen Flächen nach algebraischen oder gewissen endlich vieldeutigen transzendenten Funktionen.* Publications de l'Institut mathématique de l'Académie serbe des Sciences, t. 8 (1955), 93–122.
30. *Zum axiomatischen Aufbau der Relativitätstheorie.* Communication au 4ème Congrès des mathématiciens d'Autriche, Vienne 1956. Extrait dans »Nachrichten der österreichischen Math. Gesellschaft«, Vienne 1957.
31. *Über die Weierstrassche Produktentwicklung analytischer Funktionen auf Riemannschen Flächen,* Annales Academiae scientiarum Fennicae, series A, I 250/27, Helsinki 1958, 3–11.
32. *On the axiomatical deduction of the Special Theory of Relativity.* Communication au Congrès International des Mathématiciens, Edinburg 1958.
33. *Une construction axiomatique de la Théorie de l'espace-temps de la Relativité restreinte.* Monographie, t. CDLXII, Acad. Serbe des Sc. et des Arts, 1973.

34. *An Axiomatic Deduction of Kinematics of the Special Relativity*. Communication au Congrès des Mathématiciens, Vienne, 1973.

Списак стручних радова

1. *Педагошки проблеми математике*, Математички весник (Издање Удружења студената математике на Београдском универзитету), год. II, број 4, април 1938., стр. 1–7.
2. *Поступак решавања задатака из више анализе*, *ibid.*, стр. 17–20.
3. *О развићу појма функције*, Математички весник, бр. 7–8, 1940., стр. 1–9.
4. *Алберт Ајнштајн и његово дело*, Годишњак нашег неба за 1957. XXI, Београд 1956. (Издање Српске академије науке, Астрономско-нумеричка секција математичког института, Збирка астрономско-нумеричких радова, Књига VIII).

Списак чланака из књижевности, уметности и философије

Објашњења:

а) скраћенице: У. С. је скраћеница за часопис „Упознај себе“, Н. О. је скраћеница за часопис „Народна одбрана“, Х. М. је скраћеница за „Хришћанска мисао“.

б) Једном звездом означени су чланци које је Милош Радојчић писао под једним од псеудонима: Добривоје Михаиловић или Михаиловић Д. Са две звезде означени су чланци које је потписивао са Павловић Иван.

Радови:

1. *Постоји ли душа и дух*, У. С. I (1931), стр. 8–11.
2. *О сновима и детињству*, У. С. I (1931), стр. 25–
3. *Огањ духа Његошевог у „Лучи Микрокозма“*, У. С. I (1931), стр. 27–
4. *О средњевековном сликарству у српским манастирима*, У. С. I (1931), стр. 60–62.
5. *О неограничености људског живота*, У. С. I (1931), стр. 82–83.
6. *О бићу живота*, У. С. I (1931), стр. 114–117.
7. *О немуштом језику*, У. С. II (1932), стр. 184–186, 199–202, 212–216.
8. *Неколико мисли о необичном свету*, У. С. I (1931), стр. 47–48.
9. *О Фаусту*, У. С. II (1932), стр. 38–42.
10. *Неколико мисли о нашим народним песмама*, У. С. II (1932), стр. 60–64.
11. *Песник-вitez Ђура Јакшић*, У. С. II (1932), 170–174, 187–191.
12. *Једна од многих дискусија*, У. С. II (1932), стр. 77–79.

13. *Достојевског пророчански лик*. Н. О. год. VI, бр. 7 (1931), стр. 103.
14. *Неколико речи о антропософији*, У. С. III (1933), стр. 8—9.
15. *Коме ћеш се приволети царству?*, У. С. III (1933), стр. 93—95.
16. *Философија Уроша Миланковића*, У. С. III (1933), стр. 110—111, 123—125, 136—140, 156—158, 184—186.
17. *Шта је „хлеб насушни“?*, У. С. III (1933), стр. 31—32.
18. *О друштву и личности*, У. С. III (1933), стр. 77—78.
19. *Предговор за „Мисли“ Момчила Настасијевића*. (Видети: Момчило Настасијевић: *Мисли*, Београд, 1938)
20. *Опречност истока и запада*, Нова смена, март 1938, стр. 33—
21. *Размишљања о поезији*, Нова смена, јун 1938, стр. 194—
22. *Књижевна бразда Момчила Настасијевића*, Нова смена, фебруар 1939, стр. 61—
23. *Неколико Мисли о духовним и друштвеним кретањима нашега доба*. У. С. IV (1934), стр. 15—17.
24. *О духовној слободи и јужних Словена*, У. С. IV (1934), стр. 52—55.
25. *Староегипатски славопоји сунчаноме богу*. У. С. IV (1934), стр. 85—89.
26. *Едоуард Сцхурџе: Еволуција Божанства (приказ)*. У. С. IV (1934), стр. 127—128.
27. *Око једне народне бајке о сунчевој сестри*. У. С. IV (1934), стр. 210—217.
28. *Никола Берђајев: Смисао историје (приказ)*. У. С. IV (1934), стр. 220—222.
29. *Једно важно питање*. У. С. IV (1934), стр. 382—384.
30. *Истина пре свега**. У. С. IV (1934), стр. 160.
31. *О једној новој збирци песама*. У. С. IV (1934), стр. 189—191.
32. *Поводом једног чланка о астрологији**. У. С. IV (1934), стр. 351—352.
33. *Ка духовном схватању историје**. У. С. IV (1934), стр. 372—374.
34. *Ријеч двије***. У. С. IV (1934), стр. 182—183.
35. *Братовљева исповест***. У. С. IV (1934), стр. 216—217.
36. *О богумилима*. У. С. V (1935), стр. 21, 51, 84, 117, 141.
37. *Косово на Ускрс*. У. С. V (1935), стр. 187.
38. *Манастир Студеница*. У. С. V (1935), стр. 213.
39. *Предавања Dra Wachsmuta у Београду*, У. С. V (1935), стр. 349.
40. *Приказ преведене књиге: Водство човјека и човјечанства*. У. С. V (1935), стр. 351.
41. *О духовној улози Јужних Словена у историји**. У. С. V (1935), стр. 29.
42. *Неколико редака о Толстоју и од Толстоја**. У. С. V (1935), стр. 373.
43. *Слово о Видову дану***. У. С. V (1935), стр. 190.

44. *Поводом студије Д-ра Милоша Ђурића: Хесиод и грчка философија*. У. С. VI (1936), стр. 26.
45. *Владан Максимовић: Венац живота. Систем моралне философије*. У. С. VI (1936), стр. 94.
46. *Слово похвално Светому и новомученику Христову Лазару (из старосрпског)*. У. С. VI (1936), стр. 171.
47. *О исходишту педагошког рада*. У. С. VI (1936), стр. 250.
48. *О антропософији*. У. С. VI (1936), стр. 348, 368.
49. *Представа Еуритмије у Београду**. У. С. VI (1936), стр. 350.
50. *Брод***. У. С. VI (1936), стр. 49.
51. *О антропософији*. У. С. VII (1937), стр. 30, 46, 77, 105.
52. *Бајка о Сунчевој сестри*. У. С. VII (1937), стр. 88, 116.
53. *О постању света са гледишта духовне науке*, У. С. VIII (1938), стр. 8.
54. *Момчило Настасијевић*. У. С. VIII (1938), стр. 45.
55. *Нова светлост у познавању манихејства*. У. С. VIII (1938), стр. 46.
56. *Бајка**. У. С. VIIII (1938), стр. 33.
57. *Поводом једног новог експерименталног успеха антропософске физике*. У. С. IX (1939), стр. 57.
58. *Наход Симеун — драма човечанства*. У. С. IX (1939), стр. 73, 126, 171.
59. *И вољаше царству небескоме — од Николе Ђурића*. У. С. IX (1939), стр. 135.
60. *У спомен Ђорђу Глумицу*. У. С. IX (1939), стр. 179.
61. *Милан Вукасовић — мисли*. У. С. IX (1939), стр. 253.
62. *О животу пре рођења и после смрти**. У. С. IX (1939), стр. 19.
63. *О тајни Видовдана**. У. С. IX (1939), стр. 116.
64. *О златној јабуци и девет пауница — како чух у земљи бајке*. У. С. X (1940), стр. 12, 82, 104, 178.
65. *О исламу**. У. С. X (1940), стр. 34.
66. *О историји философије**. У. С. X (1940), стр. 89.
67. *Из духовне лирике Лао Цеа**. У. С. X (1940), стр. 94, 135.
68. *О тајни чулног света**. У. С. X (1940), стр. 115.
69. *Откровење гусларево о Кнезу Лазару*, том III (1937), бр. 9—10, стр. 134—
70. *Драма у ноћи (приказ књиге песама)*. X. М. т. III (1937), бр. 11—12, стр. 151.
71. *О дозивању себе*, X. М. т. IV (1938), бр. 5, стр. 43—
72. *Одабране мисли из писама апостола Павла, (избор)* X. М. т. IV, бр. 9—10, (1938)
73. *О Косову*, X. М. т. V, бр. 4 (1939), стр. 54—
74. *О почетку Јовановог еванђеља*, X. М. т. VI, бр. 12 (1940), стр. 147—

75. *Прегаоци и посматраоци*, Н. О. год. X, бр. 20.
 76. *Слобода на пољу духовног живота*, Н. О. Год. X, бр. 23.
 77. *Тајна Видовдана*, Н. О. Год. X, бр. 26.
 78. *О чаробном свету нашег средњовековног сликарства*, Н. О. Год. X, бројеви: 42, 43, 44, 45.
 79. *Тајна Видовдана*, Свечани број „Народне одбране“ поводом 550 година од Косовске битке (варијанта чланка из X год. овог часописа).

Мали списак необјављених радова

а) **Физика — Космологија:** *О космосу; На што се односи Физика; Теорија релативности. Физика, свеска II; Геологија. Атлантида; О појавама вида.*

б) **Биологија:** *О постанку живота на Земљи; О развићу зачетка човечијег.*

в) **Филозофија:** *О чулима; Објективно и субјективно; Ка дубљем бићу опажања и мишљења; Читајући психологију; Поводом Хусерлових „Идеја“; Куд обраћамо свој истраживачки поглед; Философска испитивања; О унутрашњој слободи; О психолошком пореклу представе простора; О филозофији говора; О самопосматрању; О јаству; Оснивање сазнања.*

г) **Поезија:** *Ралом духа (песме 1929—1931); Разне песме (1929—1939); Духовно испитивање Његошева дела (Његова „Луча Микрокозма“); Новалис: Химне посвећене ноћи (превод); Новалисове „Химне ноћи“ (студија); Цар Лазар (драма).*

д) **Српске народне песме, приповетке, обичаји:** *О српској народној песми „Пропаст царства српског“; Опште напомене о Косовском циклусу народних песама српских; О Милошу Обилићу и Вуку Бранковићу; Како схватамо српску народну поезију? Косовска вечера, Рађање и живот легенде; Женидба Кнеза Лазара, Зидање Раванице; Косовска легенда по народним песмама и причању народа о српским народним обичајима.*

ђ) **Историја:** *Из историје Срба; О развићу човечанства; О српском средњовековном сликарству; Натчулни органи душе у српском средњовековном сликарству; О Сопоћанима; Из повести Египта; Мит о Озирису;*

е) **Хришћанство:** *О Есејанима; О почетку Јованова еванђеља; О тзв. чудима које је чинио Исус; Тајна вечера; Смрт Исусова; О писцу Јованова еванђеља; Проблем хронологије 40 месеци Христових; Како је све Исус говорио; Три Исусова повратка на Јордан; Двоструко датирање пасхе.*

ж) **Разне религије:** *О богумилима; Религије старог Ирана; Религије Месопотамије; Религије Нуера (Јужни Судан); О Будхи и будхизму; Српско православље; О Светом Сави; Манихејство и Гностика.*

з) **Разно:** *Мисли; Белешке с путовања; О говору и језицима; О неким мојим пријатељима; Сећања.*

(Достављено 1983. године)

Драган ТРИФУНОВИЋ

МАТЕМАТИЧКИ ИНСТРУМЕНТИ ЉУБОМИРА КЛЕРИЋА

И поред тога што је на самом почетку своје механике још 1880. године најавио могућност да се многе појаве у науци и природи могу обухватити моделима механике (механичко тумачење појава), што би неминовно довело до проблема изоморфизама, професор механике на Великој школи у Београду Љубомир Клерих није проучавао аналошке проблеме у смислу изналажења физичких (материјалних) модела за појаве које су међусобно диспаратне.¹ Познавајући способности овог професора Велике школе, а посебно његове резултате у области теорије механизма и опште конструкције направа, Клерих би свакако дошао до физичких модела чија би израда и могућност примене била на познатој прецизности коју је Клерих спроводио код својих апарата. Уосталом, бавећи се теоријом механизма за потребе израде различитих кинематичких справа за рачунање, Клерих се, у ствари, бавио проблемима моделовања и то у случају: ако математички модел M_m написан на неком од формалних језика представља процес који се одвија у неком механизму μ тада се тај механизам μ може искористити као рачунска машина за нумеричку обраду моделујућег алгорита у M_m .

Клерих је био сав усмерен истраживању и конструкцији разних апарата, справа за потребе праксе, а такође и за потребе тумачења појединих теоријских проблема. Његове расправе које су махом све објављене у Гласнику Српског ученог друштва у Гласу Српске краљевске академије ово и потврђују.² Свакако,

¹ Љ. Клерих: *Теоријска механика* за ученике Велике школе по Ј. Вајсбаху, књ. 1, Београд 1880, стр. VIII+624; књ. 2, Београд, 1883, стр. 625–1072; књ. 3, Београд 1888, стр. 1073–1317. За потребе Филозофског факултета Клерих је израдио и допуну: *Садашњи резултати у кинематици као прилог уз моју теоријску механику*, Београд, 1882, стр. 47. — У књ. 1 (Увод) своје механике Клерих је писао: „... она поставља методе којима дознајемо околности под којима је неки род кретања физичких тела постао, дакле динамика тражи узроке који могу да преиначе положај физичких тела ... Пошто су све појаве у природи кретања, то ћемо и све природне појаве моћи кретањем и објаснити. Ми ћемо дакле и форономији са којом почињем механику положити основу природној науци дакле и механици“.

² У раду Т.П. Анђелића: *Механика у оквиру Српске академије наука*, Глас ССЛХИИХ,

овакав однос у научном раду (кинематички аналогни модели) треба тражити у самом Клерићу, његовој опредељености, али по нашем суду, време у коме је стварао и научна прегалаштва у другим срединама Европе највише су утицали на поменуте склоности. То је време развијене прецизне механике и веома интензивног рада на кинематичким рачунским машинама. Клерић је био веома рано суочен са резултатима европских центара што се одразило на његове резултате.

Имајући у виду да је Клерићев животопис мало познат, овде ћемо изложити најважније податке биографије овог знаменитог прегатоца у кинематичким аналогним моделима.

Љубомир Клерић (Julius Klery) рођен је 29. јуна 1844. у Суботици (село у Банату).³ После завршене основне школе, 1855. године прелази са породицом у Београд. У Београду учи у I београдској гимназији и 1862. године полаже испит зрелости.⁴ Исте године, уписује Технички факултет Велике школе у Београду. Као одареног за технику и одличног студента са склоностима према рударству, са завршене две године студија, Клерића упућују у иностранство да као државни питомац (стипендиста) студира рударство. На Рударској академији у Фрајбергу од 1865. до 1867. г. студира рударство. Школске 1867/68. године одлази на Циришку политехнику ради изучавања машинства. Крајем 1868. враћа се на Рударску академију где остаје још једну годину, положивши дипломски испит. Године 1869. Клерић је у Берлину ради слушања специјалистичких курсева из рударства, а похађао је и часове минералогije на Универзитету. Као млад рударски инжењер, Клерић је 1870. године на пракси у „немачким рудницима у Вестфалској, Саксонској и Горњој Шлезији, као и у руднику Прибраму у Чешкој“.⁵ Исте године, Клерић се вратио у Србију и у Београду добио дужност писара Министарства финансија у Рударском одељењу.

Седамдесетих година прошлог века у Србији се мало радило у области рударства. У условима у којима није могао обезбедити рад у струци, а као државни стипендиста, Клерић моли да буде разрешен „канцеларијских послова“ и изражава жељу да оде ван земље где су рударски радови у пуном јеку. Марта 1871. одлази ван земље са одлучном намером да се врати у Србију чим се створе услови за рударска истраживања.

Пред одлазак из земље, јануара 1871. Клерић је конструисао „сврдло са ужетом“ за дубинска рударска бушења што је у Немачкој и Француској и патен-

36 (1974), 189–245 изложени су радови Љ. Клерића са кратким садржајем, а у нашем раду: *Допринос Љубомира Клерића механици експлозива и науци уопште*, Минирање 6 (1974), 4, 38–54, приказана је хронолошка потпуна библиографија овог механичара.

³О пореклу Љубомира Клерића објављена је једна белешка са хипотетичним подацима и без навођења извора, те је нецелисходно и прихватити их (Б. Ковачевић: *О Љубомиру Клерићу*, Зборник МС за књ. и језик 22 (1974), 3, стр. 512). Према *Споменици о стогодишњици I мушке гимназије у Београду (1839–1939)* прихватили смо право Клерићево има Julius Klery и место рођења.

⁴У Клерићевој генерацији гимназијалаца био је и Светозар Марковић, који ће као и Клерић студирати техничке науке (наведена *Споменица I мушке гимназије у Београду*, стр. 446–447).

⁵Годишњак СКА, 1 (1887), 193.

тирао. Клерићево сврдло нашло је брзо примену у руднику камене соли у Штајнфурту, а исто и у рудницима каменог угља Хирсту и Динслакену у Вестфалији. У овим рудницима Клерић је радио као рударски инжењер холандске компаније „Albert & Co“.

Као рударски инжењер ове компаније Клерић је у Београду 1872. у Гласнику Српског ученог друштва објавио једно оригинално решење за ломљење стена.⁶ Не само овај рад, већ и глас добро познатог рударског инжењера који ради у Немачкој, учинили су да га Српско учено друштво исте, 1872. године бира за редовног члана. Године 1873. поменута холандска компанија шаље Клерића у Србију да истражује рудно богатство и могућности да компанија отвори руднике. Са инжењером Ф. Хофманом испитивао је рудишта магнезијума на Венчацу код Аранђеловца, а претражио је у рударско-геолошком погледу планину Штурац и старе мајдане на Руднику.⁷ Како истраживања у Србији нису задовољила холандску компанију, јер Клерић није нашао велике резерве, то ујесен 1874. одлази из Србије за Оран (Африка) и ради у руднику гвожђа у Клеберу и Такуту. У овим рудницима Клерић је радио до априла 1875. када се враћа у Београд. По повратку у земљу, Клерић исте године ради на геолошким истраживањима за потребе железничке трасе од Ђуприје до Алексинца.

На Великој школи у Београду механика је била у веома незавидном положају. Од оснивања Велике школе (1863) механику је истовремено са физиком предавао професор физике Коста Алковић.⁸ На Природно-математичком одсеку механика се није предавала до 1880. Школске 1874/75. године Алковић није желео више да предаје и физику и механику, те је овај предмет остао без наставника.⁹ Године 1875. расписан је стечај за професора механике. Као што је познато, Љубомир Клерић је изабран за професора механике на Великој школи у Београду.

Клерићево опредељење за механичке науке и опште примењену математику није случајно. Још за време студија учестано је обилазио механичке лабораторије политехничких школа Берлина, Дрездена, Баварске; био је детаљно упознат са могућностима тамошњих „радионица“ у изради кинематичких модела. Поред ове опредељености у теорији механизма, Клерић још као студент преводи Вајсбахову обимну механику коју ће у Београду и издати од 1880. до 1888. године.¹⁰

Са научним расправама у којима је механичке елементе повезивао са проблемима у геометрији,¹¹ написаним уџбеником механике, Клерић је закорачио у

⁶ *Како се теоријски тумачи и на ствар примењује једна нова направа за ломљење стена коју је изумео Љубомир Клерић*, Гласник СУД, 36 (1872), 275–293; в. и наш рад из белешке 2.

⁷ Љ. Клерић–Ф. Хофман: *Привремено извешће у рударско-геолошком погледу*, Београд 1875, стр. 29.

⁸ Д. Трифуновић: наведено, белешка 2.

⁹ *Шематизам* за 1874, 1875. годину.

¹⁰ Љ. Клерић: наведено, белешка 1.

¹¹ Видети нпр., Клерићев рад: *Кинетички проблеми — Примена кинетике на геометрију*,

нови свет науке. Позив професора тражио је од Клерића друге односе. Међутим, увек када је могао, враћао се експлозивима и рударству.¹² У српско-турском рату 1876. Клерић учествује као минер. На доњем Дунаву код Корбова поставља „торпедо“, а код Ђуниса обичне, нагазне мине са својим решењем распореда у минском пољу.

При оснивању Српске академије наука и уметности (1886) Клерић је постављен за редовног члана (5. април 1887). Из године у годину имао је све боље и боље резултате. Често је биран за секретара Академије природних наука, декана и старешину одсека на Великој школи. Клерић је поред свих обавеза на Великој школи, Српском ученом друштву, Академији и дужностима министра народне привреде¹³ и министра просвете,¹⁴ водио рачуна о уздизању научног кадра и јачању научних установа.¹⁵ Веома племенит и предусретљив, одмерен и благ,¹⁶ Клерић се увек несеквично ангажовао да млађима што више помогне и пружи им основне услове за даљи рад.¹⁷ Младима који су пристизали (Јован Кнежевић, Мијалко Ђирић, Владимир Тодоровић, Кирило Савић, Михаило Петровић, ...) није завидео и није их спутавао неким формалним одредбама и пристрасним одлукама и мишљењем. И у случајевима када је требало нечији рад одбити и не примити за штампу (нпр., случај са докторском дисертацијом Милутина Миланковића¹⁸ или уџбеником *Механика за средње школе* Владимира Зделара¹⁹ био коректан и пажљив наступајући тактично са саветима доброг човека и професора.

Гласник СУД 48 (1880), 299—331 (и тамо даље). — Интересантно је навести Клерићево мишљење о кинематици. „Овај део науке стоји у тесној вези са самом геометријом, пошто му она служи за основу, шта више можемо још и то казати да кинематика усавршава геометрију или је бар допуњује а то с тога, што кинематика к трима димензијама геометрије додаје још и четврту, а то је време, као пра променљиву количину. По овоме кинематици приличило би и име геометрија четири димензија“ (Ј. К. Клерић, наведено, белешка 1.)

¹² Нпр. проблем воде у поткопу у књ. 1 Клерићеве механике, итд.

¹³ Од 7. децембра 1896. (према Просветном гласнику 18, 121).

¹⁴ Од 23. октобра 1894. (према Просветном гласнику 15, 473).

¹⁵ Нпр., Клерићево предлагање професора механике и балистике на Бечкој политехници Константина Вујића за редовног члана Српског ученог друштва (АСАНУ, Фонд СУД, 126/1885), Николе Тесле за дописног члана Српске краљевске академије (АСАНУ, Фонд СКА, 311/1894), ангажовање секретара Мађарске академије академика Коломана Силија у раду Српске краљевске академије (Глас ХLI, 1894), итд.

¹⁶ Познавајући лично Ј. К. Клерића од 1887. године када је дошао на Велику школу за професора математике, Богдан Гавриловић је у Српском техничком листу за 1910. годину изнео многе појединости о Клерићу као човеку и научнику.

¹⁷ Рецимо, 10. марта 1891. води студенте Геолошког завода на екскурзију ради помоћи у геолошким истраживањима, а од 5. августа 1896. бесплатно предаје механику на Техничком факултету.

¹⁸ Д. Трифуновић: *Летопис живота и рада Михаила Петровића*, САНУ, Београд 1969, стр. 647.

¹⁹ Просветни гласник 18 (1896), 121.

Кинематички механизми

У теорији механизма, рачунских машина на принципу кинематике, и опште научних апарата за потребе теорије и праксе Клерих је оставио неколико решења. Специјално, код аналогних рачунских машина његова су решења имала такав облик, да су многе раније конструкције Амслера, Прица, и др. не само уопштила, већ и пружила шире могућности примене. На жалост, опште околности, мала научна средина без већих потреба за Клерихевим конструкцијама учинила су, да су његови резултати остали скоро непознати и служили једино кабинету за геодезију на Великој школи.²⁰ По свом опредељењу у науци, специјално у примењеној математици и техничкој механици, Клерих је, као што смо напред рекли, био склон конструкцијама разних инструмената, апарата и направа. Оваква конструкторска расположења код Клериха треба објашњавати, пре свега, као утицај немачких техничких центара у којима се школовао и са којима је до краја живота одржавао присне односе. Неоспорно, и сами захтеви праксе за математичким инструментима и опште аналогним моделима учинили су одређени утицај. Клерихево минско сврдло, патрона за минирање,²¹ изохроно физичко клатно,²² еталон метар,²³ пантограф, тракториограф, елипсограф и др. резултат су једног изузетног истраживачког напора, а пре свега научног талента којег је Клерих испољио на Великој школи у Београду и политехници у Фрајбургу, Цириху и Берлину, а потпуно развио и користио као професор механике на Великој школи.

Клерихев рад у изналажењу разних аналогних модела (апарати, справе, рачунари, . . .) академик Богдан Гавриловић, који је први писао о Клериху, није прихватио као научну делатност (!).²⁴ Ово се мишљење одржало до данашњих дана. Године 1910. Б. Гавриловић је писао: „По струци рударски инжењер и геолог а по изразитом таленту свом математичар нарочито специјалне врсте, Клерих је свима својим радовима више нагињао примењеној него чистој науци. Значајне теорије и дубоке апстракције на штету своју није ценио толико колико какву мању проблему око које би трошио сву снагу свога немирног и радозналост духа. Преокупиран чисто таквим проблемима, није могао да постави праву хармонију између науке,²⁵ коју је као струку учио и правца у који га је тако неодољиво вукао његов несумњиво велики таленат“.²⁶ Ове Гавриловићеве речи, поновљене и 1922. године,²⁷ не можемо прихватити

²⁰ Годишњак СКА I (1887), 193.

²¹ Ј. Клерих: наведено, белешка 6.

²² Ј. Клерих: *Компензационо клатно не постоји*, Гласник СУД 49 (1881), и тамо даље.

²³ Ј. Клерих: *Мера дужине (comparator) независна од промене температуре*, Гласник СУД 42 (1875), 363–371.

²⁴ Б. Гавриловић, наведено.

²⁵ Истицање је наше.

²⁶ Б. Гавриловић: наведено.

²⁷ Б. Гавриловић: Народна енциклопедија II, стр. 333.

потпуно, а схватамо их као резултат слабе развијености инструменталне математике и опште примењене математике у нашој средини. Да је Клерић све ово што је у Београду урадио применио и култивисао у центрима Европе, где су аналогни модели врло интензивно истраживани и где је рачунска техника била у пуном замаху, верујемо да би његово место у историји рачунских машина било видно забележено. Остаје, ипак, да се боље проучи садржај Гавриловићевих речи, јер није јасно да такав научник као што је био професор Гавриловић, који је сигурно знао за развитак инструменталне математике и аналогних модела друге половине 19. века, погрешно оценио Клерићево дело. Да ли је можда код Гавриловића био пресудно опште мишљење о науци у западним земљама, које технику и медицину тог времена није убрајало у науку (нпр., технички факултети били су ван универзитета итд.)? Ако се прихвати мишљење професора Гавриловића, онда бисмо морали велики проценат резултата Михаила Петровића, многе радове Јакоба, Морена, Чебишева и других математичара, прегалаца у рачунарској техници 19. века, да прогласимо ненаучним.

Од математичких инструмената професор Љ. Клерић је конструисао поларни пантограф (1875.), тракориограф (1892.) и апарат за цртање кривих линија другог реда (1899).

Поларни пантограф

Клерић је 1875. године пре доласка за професора механике на Великој школи изложио своју прву конструкцију једног математичког апарата — поларног пантографа.²⁸ По природи и опредељењу практичар — математичар, професор Клерић је на Великој школи у кабинету за геодезију запазио да је „полигонални пантограф“ конструкције Мајлендера неподесан за рад, јер „та справа заузима превелику површину на цртежу, па уколико је цртеж већи, који ваља или у истој, или у мањој размери смањити, утолико је са тим пантографом и неспретније радити“.²⁹

Код свих прибора за цртање хомотетичких фигура (копирање уз задржавање сличности) постоји више конструктивних решења, где је на различите начине решавана стабилност и једноставност апарата.

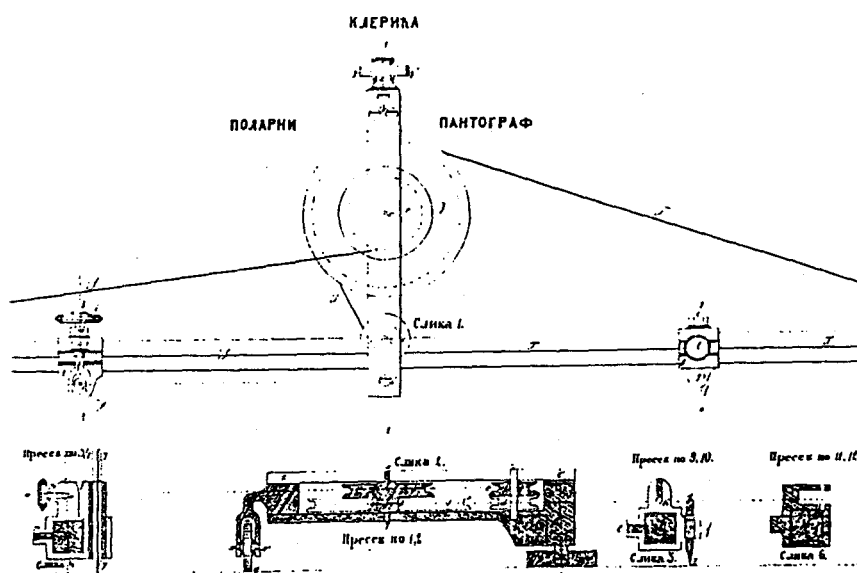
Неоспорно да су полигоналне полуге пантографа које се растежу чиниле „најгломазнији“ део апарата. Из ових разлога, Клерић је замислио свој пантограф на начин који му омогућава да се избегне његов полигонални облик са хомотетичном перфорацијом. Тако је увео по први пут (?) решење-конструкцију пантографа „склопљеног“ само „из једног линеала“.³⁰

²⁸ Љ. Клерић: *Теорија и конструкција поларног пантографа (конхојидографа)*, Гласник СУД 43 (1876), 238–251 (примљено у Одсеку јестаственичко-математичарском 29. децембра 1875. према реферату Димитрија Нешића и Димитрија Стојановића, а рад је приказан 25. јануара 1875.).

²⁹ Исто, стр. 238.

³⁰ Исто, стр. 238.

На сл. 1. је приказан факсимил оригиналног конструктивног цртежа из 1875. године Клеришевог пантографа, где се тачно уочава оригиналност решења: увођењем поларног места и поларне осе, на место полигоналног облика, пантограф је добио облик једне полуге, где помоћу покретних тачкића (има их пет) решава хомотетичност слике и постиже добру покретљивост „да је с тим пантографом могуће и писати“³¹ Напоменимо да је овај пантограф Клериш почетком 1876. године нешто усавршио у погледу покретљивости и еластичности писалке која је снабдевена једном спиралном опругом као и код данашњих пантографа.



Сл. 1. — Факсимил оригиналног цртежа средишњег дела Клеришевог поларног пантографа из 1875. године.

Неразвијено занатство и прецизна техника код нас 70-тих година прошлог века,³² Клериша је приморало да своје аналогне моделе гради у техничким центрима Запада, где се 60-тих година и школовао. Према самом Клеришевом раду сазнајемо да је пантограф саграђен у Баварској. „Таке пантографе, какав ја имам и употребљујем, — пише Клериш — граде их „Gebrüder Naff“ механичари у Pfronten-у у Баварској, а извршење је врло прецизно и елегантно“³³

³¹ Исто, стр. 238.

³² Н. Вучо: *Распадање еснафа у Србији II*, Београд 1958, стр. 365 (и тамо даље).

³³ Љ. Клериш: наведено, стр. 251. — Како је Клериш на седници Одсека од 29. децембра 1875. „показао и демонстрирао пантограф“, то закључујемо да је у наведеној радионици пантограф саграђен у току 1875. године (Гласник СУД 44 (1877), стр. 399).

До сада нисмо могли утврдити ко се у рачунарској техници још бавио поларним пантографима, јер су познати само различити системи полигоналних пантографа. Једино што смо утврдили јесте решење хибридног кинематора за мерење површина и дужина. Наиме, Амслер и Шталфер предложили су да се на поларни планиметар угради „полигонални пантограф“,³⁴ како би се и фигуре већих размера могле планиметрисати, при чему пантограф треба да обави потребан алгоритам за хомотетију фигуре и тек у условима смањене фигуре да поларни планиметар измери површину или дужину.³⁵

Почетни положај, исправност и грешку инструмената, Клерих проверава на тај начин што улазни уређај (неписајући шилак) повлачи по лењиру и проверава, да ли излазни уређај (шилак са писаљком) описује праву линију.

Клерих исправно назива свој поларни пантограф и конхоидограф стога што је у основи овог апарата поступак одређивања конхоиде криве линије. Нека је дата крива у поларном координатном систему

$$\rho = f(\alpha), \quad (1)$$

и нека су њене тачке $A(\alpha, \rho) \in \Gamma_\rho$. Ако се смањују или увећавају радијус-вектори сваке тачке A криве Γ_ρ за једну исту величину a , тј. $\rho \pm a$ добија се конхоида криве коју пишемо

$$\rho = f(\alpha) \pm a. \quad (2)$$

Према анализи коју је Клерих извео, лако је утврдити, да је код пантографа најпре проучена кинематика на конхоиди праве која се још назива и Никомедова конхоида чији је облик

$$\rho = \frac{b}{\cos \alpha} \pm a \quad (3)$$

односно

$$(x - b)^2(x^2 + y^2) - a^2x^2 = 0, \quad (4)$$

да би се даље могућности пантографа уопштиле на било који случај конхоиде.

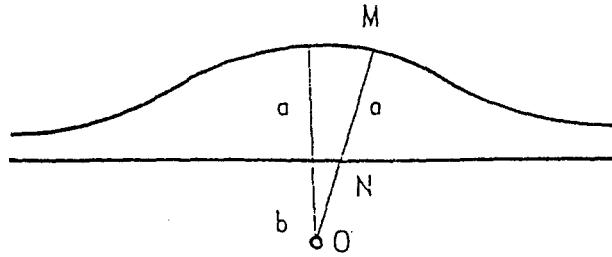
Старији савременик Аполонија, Никомед³⁶ овако је поставио проблем конхоиде праве. Нека је дата тачка O , права AB и одсечак b . Конхоида праве је геометријско место тачака M које описује радијус-вектор под условом да је увек $MN = a = \text{const}$, где је N тачка пресека праве AB и радијус-вектора. Поред овога, Никомед је још показао да је права AB асимптота конхоиде.³⁷

³⁴R. Doležal: *Das Pantograph-Planimeter*, Sitzungsber. Wien. Akad. 124, IIA (1915), 845–874; O. Eggert: *Das Pantographenplanimeter*, Z. Vermessungsw. 45 (1916), 263–265; A. Klingatsch: *Das Pantographen-Planimeter*, Z. Inst. 37 (1917), 25–32.

³⁵Опис и конструкција Клериховог поларног пантографа биће регистровани у *Каталогу старих математичких инструмената* којег уређује-припрема историчар математике др В. Луберт.

³⁶Никомед, *Νικомήδης* — 2. век пре наше ере.

³⁷О Никомедовим математичким списима консултован је рад Н. Г. Башмакове у «История математики», том I, Москва 1970, 106–154 (ред А. П. Юшкевич).



Сл. 2. — Схема за Никомедову дефиницију конхоиде праве.

Интересантно је приметити да је Никомед ову конхоиду применио у решавању трисекције угла и удвостручености коцке. Да је професор Клерић знао да се конхоида праве може користити за решавање ових проблема, верујемо да би ово искористио и покушао ова два нерешена проблема математике да „решити“ помоћу свог поларног пантографа. Ово смо навели стога, што је Клерић слично поступио код свог тракториографа за случај квадратуре круга.

Код Клерићевог поларног пантографа било би свакако важно спровести структурну анализу механизма, односно установити кинематичку групу више класе пантографа или кинематичке парове и ланце (точак и гривна, полука и уже и др.) са утврђивањем броја степена слободe. Како ово прелази оквире наших истраживања, то се ова анализа кинематике поларног пантографа, као и других Клерићевих кинематора, оставља за другу прилику.

Поларни пантограф професора Клерића сврстали смо у аналогне рачунаре кинематичког типа и тиме му дали уже значење у групи математичких инструмената. Пантограф је рачунар стога, што његов „аритметички уређај“ који представља иноструктуру између улазно/излазних величина, обавља одређен алгоритам хомотетије $\lambda = \rho : \rho_1$. Значи, овај кинематор својим механизмом је „програмиран“ да обавља само операцију хомотетије, при чему су улазни подаци дати у облику графика једне функције, а излаз је такође у облику графика функције.

Према једном извору из 1893. године³⁸ можемо запазити да професор Клерић није стао код конструкције поларног пантографа, већ је тежио да што више овај рачунар побољша дајући му нове могућности. Тако је на скупу Академије природних наука 14. јула 1893., скоро двадесет година после проналаска поларног пантографа, приказао и демонстрирао могућности новог решења пантографа који је имао на излазу више писајућих места. У записнику са овог скупа читамо: „Академик Ј. К. Клерић конструисао је нову писаћу машину,³⁹ коју

³⁸ АСАНУ, Фонд СКА, Записници, 1893.

³⁹ Истицање је наше.

је назвао „Полипантограф“, која у једно време пише са три до пет пера“. ⁴⁰ Нисмо утврдили где је овај полипантограф Клерић саградио и да ли је о њему негде писао. Можемо само претпоставити да је овај рачунар служио за интерне потребе Велике школе, односно Кабинета за геодезију, Физичког института и др. Овај рачунар, који за један улазни податак (задан оригинал у облику једне геометријске фигуре) алгоритмом хомотетије са пет различитих коефицијената $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$ једновремено добија на излазу пет хомотетичких фигура, има потпуну оригиналност која дозвољава различите могућности примене и евентуално, добијање конструкторских идеја за нове писаче. ⁴¹

Тракториограф

Године 1892. професор Клерић је конструисао математички апарат којег је назвао „тракториограф“ (сл. 4.I), јер свакој заданој кривој Γ_η облика $\eta = \Gamma(\xi)$ на сталној раздаљини $PT = t$ може да конструктивно одреди нову криву Γ_y тј. $y = f(x)$ под условом да је за све тачке T на кривој Γ_y и све тачке P на Γ_η растојање PT тангента на Γ_y (сл. 3). ⁴² Овај апарат којег је саградио по Клерићевим конструктивним цртежима инжењер Оскар Лојнер на Политехничкој школи у Дрездену, исте године Клерић је модификовао тако што је на место шилка T увео калкулативни точкић T (сл. 4.II) и тиме знатно побољшао манипулативност апарата. ⁴³ Наредне, 1893. године Клерић је исто у Дрездену саградио и последњу модификацију улазно/излазних елемената тракториографа (сл. 4.III). Сада је рачунар снабдео нониусом осетљивости 10^{-2} мм и тиме показао, да се поред цртања тракторије $y = f(x)$ може и мерити дужина пређеног пута тачке T (ректификација тракторије). На овај начин Клерић је тракториографу дао способност и курвиметра.

Према записницима Академије природних наука ⁴⁴ професор Клерић је прве две иначице тракториографа саопштио крајем 1893. године, где уводи и назив логаритмограф, јер рачунар ректификацијом Хајгенсове тракторије (тракторија праве линије) одређује вредност $\ln y^{-1}$. У записнику налазимо: „Академик Клерић приказао је нову справу коју је сам конструисао и којој је наденуо име Тракториограф или Логаритмограф, и показује како се њом ради и

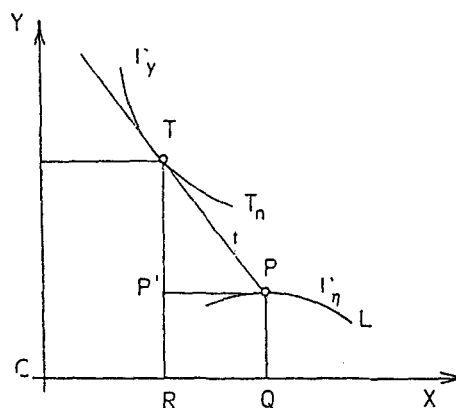
⁴⁰ Годишњак СКА, 7 (1893), 69–70.

⁴¹ Према најновијим решењима кинематора: Новые математические приборы, Иркутск 1972.

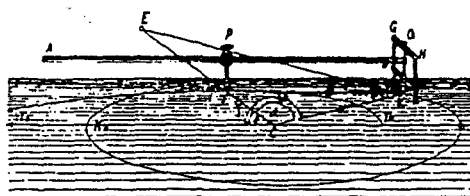
⁴² Јб. Клерић: *Тракториограф и конструкција Лудолфовог броја π и основице природног логаритма*, Глас LI, 18 (1896), 245–312 (приказано у Академији природних наука 25. јуна 1896; дословно је записано: „... држао је предавање о своме новом шестару, Тракториографу и о примени његовој на решење квадратуре круга и других математичких задатака“ АСАНУ, Фонд СКА, Записници 1896).

⁴³ Клерић дословно вели: „Све тракториографе саградио ми је мој давнашњи пријатељ г. Oskar Leuner у своме механичком институту у Дражђанској политехници“ (Јб. Клерић: наведено, стр. 248).

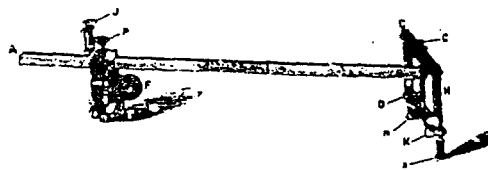
⁴⁴ САНУ, Фонд СКА, Записници АПН 29. новембра 1893. или Годишњак СКА, 7 (1893), 71–72.



Сл. 3. — Графички приказ односа тракторије према задатој кривој



СЛИКА I



СЛИКА II



Сл. 4. — Три модификације Клерићевог тракториографа из 1892. и 1893. године (оригинални цртежи)

какве услуге она може учинити. — Уз ту справу Академик ће доцније написати и потребну расправу⁴⁵

Када је радио на другој модификацији тракториографа, крајем 1893. године Клерих се обратио свом пријатељу и колеги, академику Коломану Силију, како би од њега добио општи математички модел по коме тракториограф ради. Наиме, Клерих је желео да за било коју криву линију добије диференцијалну једначину опште тракторије сталне раздаљине. Утврдили смо да је секретар мађарске академије наука Коломан Сили овај проблем решио,⁴⁶ што је Клерих на скупу Академије природних наука 3. јануара 1894. године и саопштио⁴⁷

Сили је математички модел који репрезентује кинематику тракториографа добио у облику следећег задатка.⁴⁸ Ако се тачка P (сл. 3) креће по кривој линији Γ_η чији је облик

$$\eta = F(\xi), \quad (5)$$

и ако тачка T остаје у истој раздаљиниод P ($PT = \text{const}$), какав ће пут описати тачка T , кад је права PT увек дирка тог пута?

Из очигледних веза

$$\begin{aligned} \eta &= F(\xi), \\ y - \eta &= \frac{dy}{dx}(x - \xi), \\ (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 &= t^2 \\ \left(\frac{ds}{dx}\right)^2 &= 1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2, \end{aligned} \quad (6)$$

Сили добија

$$\begin{aligned} x - \xi &= \pm t \frac{dx}{ds}, \\ y - \eta &= \pm t \frac{dy}{ds}, \end{aligned} \quad (7)$$

⁴⁵ Исто.

⁴⁶ Калман Сили (Kálmán Szily) (29.07.1838.—24.07.1924), професор универзитета и члан Мађарске академије наука од 10.12.1865; има запажене студије из математике, механике и физике, а објавио је и неколико радова из лингвистике. Од 1889. до 1905. Сили је генерални секретар Мађарске академије наука. У науци је често цитирана његова академска беседа *О општим облицима једначина у механичкој термодинамици* (Пешта, 1867).

⁴⁷ Према Годишњаку СКА, 7 (1893); Коломан Сили: *Тракторија круга при сталној раздаљини*, Глас ХLI, 15 (1894), 17—23. — Према Клериховом казивању ова Силијева расправа била је знатно дужа у рукопису, те одатле закључак да је Силијев рад у Гласу Клерихов превод и приказ Силијевих резултата (Јб. Клерих: наведено, стр. 255).

⁴⁸ Установили смо да К. Сили није први странац који је у области математичких наука сарађивао са Српском краљевском академијом. Већ у другој години рада Академије, у Гласу ХI, 6 (1888) чехословачки математичар Матијаш Лерх објавио је три научне расправе: *Примедбе о теорији виших инволуција*, *О интегралењу једног система линеарних тоталних диференцијалних једначина и о једном својству детерминаната* и *Прост доказ једног особеног случаја Ермковљеве теореме која се тиче збирљивости редова*. — М. Лерх је рођен 1860. у Прагу, а студије математике завршио у Паризу. Од 1906. Лерх је професор универзитета у Брну. На овој дужности је умро 1920. године.

рецимо за случај $y > \eta$

$$\begin{aligned}\xi &= x + t \frac{dx}{ds}, \\ \eta &= y + t \frac{dy}{ds}.\end{aligned}\tag{8}$$

Ови односи (7) заједно са једначином (5) одређују диференцијалну једначину опште тракторије $f(x, y, y') = 0$ задане криве.

Приметимо да Клерић није искористио у раду овакав начин добијања диференцијалне једначине, већ је кренуо једним другим путем, који, у ствари, садржи Силијев поступак.

Како је (сл. 3)

$$\begin{aligned}\eta &= y - t \sin \alpha, \\ \xi &= x + t \cos \alpha,\end{aligned}\tag{9}$$

то је

$$\begin{aligned}\eta &= y - \frac{ty'}{\sqrt{1+y'^2}}, \\ \xi &= x + \frac{t}{\sqrt{1+y'^2}}\end{aligned}\tag{10}$$

те диференцијална једначина према (5) гласи

$$y - \frac{ty'}{\sqrt{1+y'^2}} = F\left(x + \frac{t}{\sqrt{1+y'^2}}\right)\tag{11}$$

чије решење

$$y = \varphi(x)$$

доводи до опште тракторије Γ_y .

Налажење диференцијалне једначине (11) за општу тракторију једне дате криве (5) и код Силија, и код Клерића, не представља нов прилог науци стога, што је однос између криве и њене тракторије на сталној раздаљини био познат раније у курсевима механике и пред крај 19. века сведен на ниво задатка за увежбавање градива.⁴⁹ Рецимо, у курсу механике професора Кенига у Паризу који је слушао Михаило Петровић школске 1891/92. године налази се комплетан поступак који износи Ј. Клерић, а који је такође прихватио и Петровић,⁵⁰ а што смо казали у првом делу овог рада.⁵¹

⁴⁹ Академик Т. П. Анђелић у раније наведеном раду (Глас CCLXXXIX, 36 (1974), 201) приметио је да су многи Клерићеве радови били на нивоу задатка, а нарочито они, који су повезивали кинематику и геометрију.

⁵⁰ М. Петровић: *О диференцијалним једначинама првога реда које се могу графички интегрисати помоћу г. Клеричевог шестара*, Глас LI, 18 (1896), 313–316; М. Petrovich: *Intégration graphique de certains types d'équations différentielles du premier ordre*, Bulletin de la Soc. math. de France, 27 (1890), 200–205.

⁵¹ Д. Трифуновић: наведено под 18.

Међутим, оно што треба приметити у Клерихевом раду јесте први покушај машинске интеграције диференцијалних једначина поступком помоћне функције (5) — директрисе, која је задана у облику свог графика Γ_η , при чему се интеграл добија као тракторија те криве на одређеној раздаљини. Увођење методе тракторије у инострану рачунску машину на принципу кинематике, што је преко свог рачунара—тракториографа Клерих урадио још 1892—1893. године, а публиковао 1896, јавља се у науци око петнаест година доцније код француског војног инжењера Л. Јакоба који је истим поступком налажења математичког модела — диференцијалне једначине за тракторију задане криве — показао и конструисао рачунар за интеграцију Рикатијеве једначине

$$\frac{du}{d\tau} = A(\tau)u^2 + B(\tau)u + C(\tau),$$

када је $t = \text{const}$ или Абелове једначине

$$u \frac{du}{d\tau} = A(\tau)u^2 + B(\tau)u + C(\tau),$$

ако је носач излазне јединице — полука t променљива величина.⁵² Како Јакобов интеграл решава само ужу класу диференцијалних једначина, Рикатијеве и Абелове једначине, то је у крајњој линији Клерихев рачунар општији и може графички да интегрални сваку диференцијалну једначину за коју се познаје улазни податак Γ_η . На ово је, нешто доцније указао у својој докторској дисертацији *Opшта Riccati-eva једначина првога реда* (Београд 1914, стр. 88) и Сима М. Марковић, тада асистент-дневничар на Универзитету у Београду као професор Друге београдске гимназије са смањеним бројем часова.

Значи, да би помоћу тракториографа Клерих решио диференцијалну једначину (11) неопходно је било познавати криву $\eta = F(\xi)$ као улазни податак. Супротно Јакобу који тачно одређује директрису јер се ради о тачно утврђеном облику Рикатијеве или Абелове једначине, код Клериха остаје непознато како се задаје директриса Γ_η као улазни податак. Ту настају нумеричке тешкоће и вероватно, према неким нашим пробама и анализама, Клерихев тракториограф може да интегрални мањи број случајева диференцијалних једначина облика (11). О овоме и сам Клерих каже: „Тражећи интегралну једначину диференцијалне једначине (11) тракторије, која је првога реда а вишега степена, наићи ћемо на врло велике тешкоће, јер иста уређена по y' , биће врло често и у највише случајева већега степена од три а оваке су једначине обично или бар обичним путем не решиве, зато ћемо и ретко бити у стању да нађемо⁵³ једначини (11) одговарајући јој интеграл. Али обратно, у свима оним случајевима, у којима је могуће нацртати линију $\eta = F(\xi)$, моћи ћемо помоћу мога инструмента наићи једначини (11) одговарајући интеграл или другим речима, моћи

⁵² Погледати радове Симе М. Марковића.

⁵³ Истицање је наше.

ћемо тачно нацртати линију $y = f(x)$ и отуда проучити природу интеграла диференцијалне једначине (11).⁵⁴

Наводећи да тракториограф даје решење диференцијалне једначине у таквом облику да се може проучити природа тог решења, Клерић нам је указао на једну чињеницу коју смо запазили и код рачунских машина Михаила Петровића.

То је исказивање праве суштине ових типова рачунара, да кинематори при интеграцији диференцијалних једначина чине врсту инструменталне методе квалитативне интеграције диференцијалних једначина, што је, свакако, методолошки важно и што се на овај начин данашња квалитативна интеграција може поспешити новим ставовима и допунама инструменталног облика.

Као и у случају пантографа, Клерић и код тракториографа не врши кинематичку анализу механизма (број степена слободе, кинематички парови и слично), што, свакако, заслужује да се према оригиналним цртежима (сл. 1) то и уради.

Поред раније наведеног утицаја тракториографа на појаву Михаила Петровића са проблемима рачунских машина, овај Клерићев рад је на развитак математичких наука с краја 19. века код нас посебно карактеристичан, јер припада групи оних наших радова који су решавали и „решили“ проблем квадратуре круга (!). До употребе тракториографа у пракси и његовог приказивања широј научној јавности Клерићу је било стало. После демонстрација свих иначица тракториографа у Српској краљевској академији и на Великој школи, објављивања посебне расправе о овој рачунској машини, Клерић објављује исти рад о тракториографу на немачком језику⁵⁵ и у часопису *Наставник*.⁵⁶ Међутим, показало се да је ова Клерићева рачунска машина остала непозната, некоментарисана и нерегистрована у било којој ретроспективи рачунских машина пределектронског периода (Дајк, Мајер, Вилерс и др.). Разлог овоме је једна научникова наивност, тако карактеристична и присутна у нашој средини све до I светског рата, а то је веровање у решивост квадратуре круга. Клерић је тврдио да је помоћу тракториографа успео да реши тај стари математички проблем, при чему је доказао трансцендентну природу броја π . Као што је познато, научни центри Европе обуставили су примање расправа са решењима квадратуре круга. Рецимо, свако предложено решење квадратуре круга Француски институт је негирао и јавним оглашавањем кроз штампу обуставио примање на рецензију радове са решењем овог проблема. У Србији пак, у наведеном времену било је запањујуће много објављених радова у којима је „решена“ квадратура круга.⁵⁷ Најугледнији наш математичар 19. века Димитрије Нешић објавио је у Српском ученом друштву расправу и књигу где

⁵⁴ Љ. Клерић: наведено, стр. 253.

⁵⁵ Lj. Kleritj: *Tractoriograph und Construction der transcendenten Zahlen π und e sowie Construction der n -seitigen, dem Kreise eingeschriebenen regelmäßigen Polygone*, Dingers polyt. Journal 305 (1897), 10–11, 1–7.

⁵⁶ Љ. Клерић: *Тракториограф и конструкција трансцендентних бројева π и e као и конструкција n -страног у кругу уписаног правилног полигона*, Наставник, 9 (1898), Додатак бр. 16.

⁵⁷ Консултовани часописи: Глас, Просветни гласник, Српски технички лист и Наставник.

излаже „решење“ квадратуре круга.⁵⁸ Клерићев рад о тракториографу помоћу којег конструктивно одређује број π , пружио је у ствари „решење“ квадратуре круга у инструменталном облику и то је био разлог што је овај остао потпуно неприхваћен, чак и без одјека и коментара научне јавности иако је у целости био преведен на немачки језик.⁵⁹

Код Клерића запажамо и извесно огорчење према ставу француске науке у решавању квадратуре круга. И зато код анализе француског еталон-метра он пише: „Чудновато је да су метар одредили ректификацијом Земљиног екватора баш они људи, који су доказивали: да се квадратура круга, па по томе и ректификација кружне периферије, не може наћи алгебарским дужним јединицама. Они су на тај начин дошли до дужне јединице — метра — која је према екватору ирационална и то трансцендентно ирационална количина“⁶⁰

У вези квадратуре круга наведимо неке Клерићеве исказе. Користећи се Силијевим изразом за тракторију кружне линије, Клерић вели: „У следећем, показаћу дакле решење чувенога проблема о квадратури круга, који је проблем 4000 година стар, решено мојим шестаром“.⁶¹ Клерићева полемика са другим доказима о трансцендентној природи броја π данас је посебно интересантна за историју наука, те је у целости региструјемо. „Господин Хермит (Hermite) професор у Паризу први је посредним путем доказао да је број π трансцендантан број.“⁶² Сем овога, доказао је г. F. Lindemann професор у Фрајбургу у Баварској, у својој расправи *Über die Ludolph'sche Zahl* (који је рад поднео Берлинској академији наука професор г. Weierstraß 1882. године 22. јуна, а штампано у: *Berichte der Berliner Akademie* 1882. год.) — да је број π трансцендентна количина, и отуда изводи ово правило: „конструисати количину π , употребив за исту само алгебарске линије, није могуће“. Ово исто тврдим и ја, а кад се за конструкцију броја π употреби трансцендентна тракторија видели смо, како је конструкција броја π могућа. Према томе је и моје решење сасвим у смислу Линдемановога рада. О немогућности одредбе броја π само помоћу алгебарских линија, говори и г. Вајерштрас.⁶³

Према тим радовима, не искључују се трансцендентне линије, и то оне

⁵⁸ Д. Нешић: *Покушај квадратуре круга*, Гласник СУД, 46 (1878), 177–214. У Записнику са скупа Одсека за науке природне и математичке од 23. и 25. јуна 1877. дословно пише: „... да се овај рад штампа у Гласнику и да се о друштвеном трошку одштампају две засебне брошуре у француском и немачком преводу, како би овај веома интересантан рад приступнији био и осталом научном свету“ (АСАНУ, Фонд СУД, Записници за 1877. и Гласник СУД, 47(1879)). — Démetre Nesih: *Essai de quadrature du cercle*, Edition de la Societé Savante Serbe, Belgrade 1877, p. 42; нисмо утврдили да ли је немачки превод објављен.

⁵⁹ О овим проблемима консултовани су радови Михаила Петровића: *Квадратура круга и трисекција угла пред Париском академијом наука*, Срп. књ. гласник 24 (1928), 5, 368–370; *Квадратура круга*, Гласник Југ. проф. друштва 13 (1933), 10–12, 874–881.

⁶⁰ Јб. Клерић: наведено под 42, стр. 311.

⁶¹ Исто, стр. 255.

⁶² Ch. Hermite: *Sur la fonction exponentielle*, CR, 77 (1873), 18–24 (и даље).

⁶³ *Berichte der Berliner Akademie* (1885); *Zu Lindemann's Abhandlung „Über die Ludolph'sche Zahl“* (Клерићев податак).

специјално, не, које би се могле механички нацртати, као што ја кругову тракторију цртам мојим шестарем, као континуалну слѣд тачака. Према свему што је речено о построју броја π , моја конструкција истога броја јесте ништа друго до потврда и продужење радова: Hermite-а, Lindemann-а и Weierstraß-а; само са том разликом, што ја пронађо и конструиса мој шестар и њиме нацртах трансцендентну линију која 4000-годишњи проблем несумњиво решава. Према томе и питање о квадратури круга, као што је држато да је не решив проблем, одклонио сам са дневног реда.

Вредно је овде у овом питању напоменути још и рад Хиписана из Елиса, који је 420. год. пронашао једну нову и то трансцендентну линију, која је служила двојаким циљевима, и то, прво за трисекцију лука, а друго, за квадратуру круга. Ова линија позната под именом *τη τετραγωνίζουσα* или квадратрикса, решава истина задатак о квадратури круга, као што је то доцније доказао Диностратус у другој половини четвртога века; но, пошто није до данас нико умео нити могао исту линију неким инструментом, као што је нпр. мој шестар, да нацрта, то и проблем о квадратури круга, помоћу квадратриксе, при свем томе остаде — у смислу Динистрата — нерешен“.⁶⁴

Апарати за цртање конусних пресека

Од веома једноставних па до усавршених апарата, познато је више различитих „шестара“ за цртање конусних пресека. Клерифеви „шестари“ који се јављају непосредно после објављивања тракториографа, врста су тракториографа јер цртање конусних пресека своде на односе самих пресека и њихових еквидистантних и еквитангентних линија.⁶⁵ И сам Клериф све инструменте назива тракториографом. „За (једну) еквивалентну линију ... јесте одговарајућа елипса тракторија. Према томе, кад будемо реченим инструментом нацртали еквитангентну линију, треба поставити мој тракториограф у будикују елипсину дирку н. пр. тачке E и дати тракториографу дужину t , па вући шилџак по еквитангентној линији, то ће онда тракториограф нацртати елипсу, сем тога и нацртани лук ректификовати“.⁶⁶

Имајући у виду да је конструкцију конусних пресека засновао на свом принципу односа тракторије и директрисе, то је и овде Клериф био оригиналан. Ипак, не познавајући потпуну литературу о направама за цртање конусних пресека, задржавамо опаску професора Т. П. Анђелића: „... није познато колико се ове Клерифево направе разликују од познатих“.⁶⁷

⁶⁴ Ј. Клериф: наведено, стр. 26-262. Приметимо, да је Клериф и пре тракториографа решавао квадратуру круга. Нпр., Ј. Клериф: *О приближној ректификацији кружнога лука и одредби истога*, Српски технички лист 2 (1891), 6-7, 101-103.

⁶⁵ Ј. Клериф: *О инструментима за цртање линија другог степена и њихових еквидистантних и еквитангентних линија и ректификацију истих*, Глас LVII, 21 (1899), 197-206.

⁶⁶ Исто, стр. 201.

⁶⁷ Т. П. Анђелић: наведено, стр. 202.

Према начину како Клерић излаже ову студију, намеће се утисак да је он само теоријски изложио основе ових апарата, док је конструкција целог кинематичког система изостала. Апарати, вероватно, нису били саграђени.

Клерићеве инструменте за цртање конусних пресека уврстили смо у групу аналогних рачунских машина на принципу кинематике стога, што поред цртања кривих они су снабдевени излазном јединицом — нониусом која региструје величину пређеног пута улазне јединице — писалке (ректификација). Одавде закључак да ови Клерићеви апарати имају својство курвиметра.

Оно што би било најинтересантније код ових рачунара јесте решавање алгебарских једначина, а то би био у потпуности нов прилог рачунарима, пошто се обично кинематорима (планиметри, интеграфи, курвиметри, ...) одређује вредност интеграла, врши диференцирање, мери дужина и др. Клерић је наговестио ову могућност која је остала без реализације. „Сем овог јављам овом приликом и то, — пише Клерић — да сам пронашао, како се помоћу елипсине еквипангентне линије могу решити: опште једначине четвртога степена, трећег степена и другог степена графичким путем, и то сасвим просто кад се за дате једначине, мојим инструментом, нацрта еквипангентна линија, за одговарајућу елипсу, коју ће дате једначине условити. На ову тему задржавам себи приоритет“.⁶⁸

Елиптички интеграл

Последњи рад Љубомира Клерића објављен 1907. године припада области математичких инструмената које је тако успешно и са пуно прецизности целог радног века усавршавао.⁶⁹

Клерић посматра елиптичке интеграле у Лежандровом облику

$$E_I(k, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}},$$

$$E_{II}(k, \varphi) = \int_0^\varphi \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} d\varphi,$$

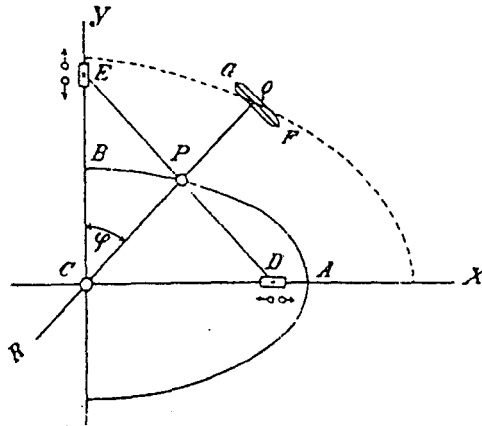
и моделује такав кинематички спрег чији ће елементи бити садржани у решењу наведених интеграла. Тако, за елиптички интеграл прве врсте налази да је

$$E_I(k, \varphi) = \frac{1}{b}(s_1 - c\varphi),$$

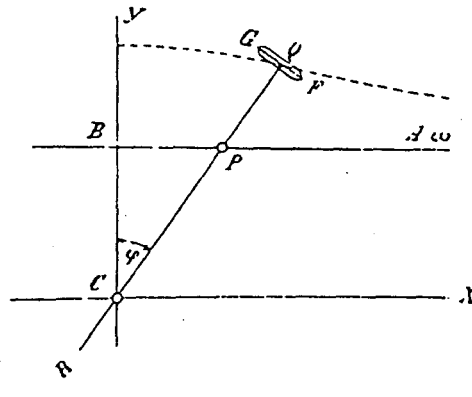
где је (сл. 5) $b = PD$, $c = PQ$ а s_1 пут обртања тачке Q тачкића GF који је управан на потег RQ и при чему зглоб P описује елипсу. На сличан начин Клерић одређује вредност и елиптичког интеграла друге врсте $E_{II}(k, \varphi)$.

⁶⁸ Љ. Клерић: наведено, стр. 206.

⁶⁹ Љ. Клерић: *Кинематичко мерење бројних вредности елиптичких интеграла*, Глас LXXIII, 29 (1907), 178—188 (Саопштено на скупу Академије природних наука 30. априла 1907).



Сл. 5. — Клерићев кинематор за одређивање вредности елиптичког интеграла прве врсте.



Сл. 6. — Случај Никомедове конхоиде (оригиналан Клерићев цртеж)

За специјалан случај параметра $k = 1$ елипса се деформише у праву AB , те кретањем зглоба P по овој правој точкић GF описује Никомедову конхоиду. Значи, рачунар за одређивање $E(1, \varphi)$ прелази у конхоидограф, а то је, у ствари, Клерићев поларни пантограф о коме смо раније говорили.

Излазни уређај рачунара — точкић GF Клерић назива интегралећи точкић, а цео рачунар интегралећи инструмент. И поред тога, што тракториографом и о-

вим рачунаром врши одређене квалитативне интеграције, Клерић се није користио изразом интеграл, интегратор, планиметар и др., а који су у то време били употребљавани за сличне рачунаре. Он је ово избегавао и увек свој рачунар називао по особинама излазних података које рачунар и даје (конхоидограф, логаритмограф, елипсограф, тракториограф итд).⁷⁰

Према начину излагања, вероватно да је ово само теоријско образложење апарата за одређивање вредности елиптичких интеграла. Конструкција и сама

⁷⁰ Имајући у виду да се овај рачунар заснива на кинематичком ланцу зглобова и полуца, мишљења смо да је и њега требало уврстити у групу радова из механичких наука који су објављени у Српској академији наука (в. наведен рад Т. П. Анђелића).

израда изостала је.

Приметимо, да је сличан кинематор за елиптичке интеграле анализирао 1902. године и Делоне што и сам Клерић наводи: „Довршујући коректуру сазнао сам да је г. N. Delaunay још 1902. год. објавио једну расправу под натписом *Sur les calculateurs cinématiques des fonctions elliptiques* (Bull. des Sciences mathématiques t. XXVI, 1902. p. 177–180) у којој се такође расправља питање о графичкој одредби елиптичких интеграла“. Оригиналност Клерићевог „интегралаћег инструмента“ је очигледна, јер садржи такве парове кинематичких елемената и сам поступак што је било својствено само Клерићу.

*

Од прве направе из 1871. године (рударско сврдло) до машинског решавања елиптичких интеграла 1907. године, професор Љубомир Клерић је прешао дуг пут градитеља кинематичких рачунских машина што је јединствен случај у нашој науци. Приказана анализа ове делатности која је директно претходила резултатима Михаила Петровића и утицала на Петровићево опредељење, послужила је као материјал за укључивање Клерићевих рачунара у Лубертов каталог рачунских машина пределектронског периода.

Овде смо анализирали само оне рачунаре Љубомира Клерића чији су принцип рада, могућности и конструкција објављени као посебна расправа. Међутим, Клерић је имао више рачунара кинематора за које није објавио расправу. За такве случајеве тешко је било нешто дознати, осим чињенице да су били изграђени и да је вршено очигледно приказивање у Српској краљевској академији. Такав је био случај са наведеним полипантографом, као и са курвиметром и логаритмографом. На скупу Академије природних наука 27. новембра 1900. Клерић „приказује конструкцију двеју справа за мерење, које је он удесио; прва је прецизни курвиметар, друга — логаритмометар; употребу им казују имена која им је дао проналазач“.⁷¹

⁷¹ САНУ, Фонд СКА, записници АПН за 1900. или Годишњак СКА 14 (1900), 46–47.

Велько А. ВУЈИЧИЋ

ИНСТИТУЦИОНАЛНИ РАЗВОЈ НАСТАВЕ И
НАУКЕ МЕХАНИКЕ У БЕОГРАДУ
(1945—1982)*

Претходна писања о развоју науке чине довољно јасну слику о стању и развоју механике у Београду. Све до 1941. године, када је Универзитет престао са радом у ратним условима, механика се изучава на Филозофском факултету у оквиру математичке групе предмета, а на техничком факултету као општи и као стручни предмет. После другог светског рата настава на Филозофском факултету требало је да почне у јесен 1945. године, у ком циљу је припремана нова организација Факултета. Према предлогу Савета Филозофског факултета од 12. и 13. октобра 1945. године постојале су 21 наставне групе¹ међу којима: 12. математичка, 13. астрономска, 14. физика, У оквиру сваке групе налазили су се:

- а) главни стручни предмет (који се слуша 8 семестара),
- б) стручни (четири до шест семестара)
- в) помоћни предмет (два семестра)

Стари предратни студенти могли су да ускладе наставак студија према оваквом наставном плану. Међутим, нагомилани материјални, финансијски и кадровски проблеми и над све то измењени друштвени односи, захтевали су реорганизацију тако гломазног Филозофског факултета. И већ 1947. године подељен је на Филозофски факултет и Природно-математички факултет.

Прве 1947/48. године рада Природно-математички факултет прати конструисање и организовање у заводе, одсеке и институте. Године 1948. ступа на снагу правилник о настави на Природно-математичким факултетима универзитета Федеративне Народне Републике Југославије. Прив члан тог правилника предвиђао је пет одсека, који су обухватили групе (струке) и уже струке.

* На иницијативу Математичког института овај одељак написан је 1982. године у нешто опширнијем виду него што је овде штампан.

¹ Види *Сто година Филозофског факултета*, Београд, 1963.

Први одсек је био Математичко-физички, који је имао следећу организациону структуру:

ОДСЕК	ГРУПА (струка)	УЖА СТРУКА
МАТЕМАТИЧКО- ФИЗИЧКИ	1. Математика	а) математика б) МЕХАНИКА
	2. Физика	а) физика б) теоријска физика
	3. Астрономија	
	4. Геофизика	а) геофизика б) метеорологија

Реорганизацију Филозофског факултета прати и реорганизација и шири развој Техничког факултета и његових одсека. При том се повећава број предмета из механике, чиме се подстиче развој ове науке. То нарочито 1948. године издвајањем Техничког факултета из Универзитета и претварањем његових одсека (Грађевински, Архитектонски; Машински, Електротехнички, Технолошки и Рударски) у факултете у оквиру Техничке велике школе. Унутар Техничке велике школе постојала је Катедра за механику за све факултете, а лоцирана је при Грађевинском факултету. У јесен 1948. године Катедру су сачињавали²: Проф. инг. Јаков Хлитчијев (шеф Катедре), доцент инг. Борислав Лилић, инг. Владимир Базиљевић, доцент Рударско-геолошког факултета; инг. Светозар Нешић, доцент Грађевинског факултета; арх. Бошко Томић, доцент Архитектонског факултета; др Константин Вороњец и др. инг. Данило Рашковић, предавачи Машинског факултета, инг. Анастасије Израелов, предавач и асистенти: инг. Милан Ђурић, инг. Владимир Богуновић, инг. Властимир Николић, инг. Душан Лазаревић и инг. Коста Боројевић, који су изводили наставу из предмета: Механика I, Механика II, Отпорност материјала, Теорија еластичности, Теорије осцилација, Теорија љуски, Хидромеханика, Механика тла.

Организовање механике као уже СТРУКЕ на Природно-математичком факултету, а на техничким факултетима као стручних предмета у оквиру инжењерских струка, одговарала је тада, као и касније третману механике у одговарајућим институцијама у свету.

Подела математике као струке на две уже струке и то: а) математику и б) механику Правилником о настави на Природно-математичким факултетима чини полазиште у даљем институционалном конституисању механике. Те исте 1948. године установљавају се поред осталих катедара и Катедра за небеску механику и астрономију. Ту Катедру сачињавали су: професор Анђелић др Татомир, Билимовић др Антон, Миланковић др Милутин, Мишковић др Војислав и предавач Михајловић Добрица. Треба приметити нескладност струка и ужих струка са једне стране и одговарајућих катедара са друге. Правилником

²Грађевински факултет 1948—1978, Београд, 1980.

о настави механика је третирана као ужа математичка струка, а астрономија као посебна струка. Таквој подели наставе одговарале би природно Катедра за математику и механику за једну струку, а Катедра за астрономију за другу. Међутим, тај привидни несклад убрзо објашњавају записници са седница Савета Природно-математичког факултета, као и одлуке Савета о формирању посебне групе за механику.

На математичкој групи је постојало мишљење, које је било у складу са одредбама Правилника, о потреби формирања посебне Групе за механику. Прве писане трагове о томе налазимо у записнику³ Савета Природно-математичког факултета од 17. новембра 1949. године и то: „Савет је прихватио предлог Математичке групе да ова Група има, док се не оснује посебна Група за механику, две групе:

- а) математика,
- б) механика

Разлог за издвајање механике у ужу струку лежи у њеној опширности услед чега се она не може савладати као специјалност, ако се уз то мора учити читава теоријска физика или читава математика“.

У овоме објашњењу о издвајању из математике уже струке — механике, наилази се на оформљену идеју о оснивању посебне студијске групе за механику, што је значило упис студената у прву годину студија, четворогодишње студије, дипломирање и добијање факултетске дипломе о завршеним студијама за механику.

Иза исказа „Док се не оснује посебна Група за механику“ постојало је схватање, уверење и расположење професора механике на Природно-математичком факултету и техничким факултетима да се оснују посебне студије за механику. У књизи *Двадесетпет година студијске групе за механику* (стр. 9—10) помиње се и састанак на којем се договарало и одлучивало где да се лоцирају ове студије. Међутим, не указује се на изворне податке о тој чињеници. Потврда тога наша се у Казивању академика проф. др. Татомира Анђелића. Према том казивању био је договор и једногласна сагласност у оквиру Математичког института Српске академије наука да се студије за механику организују на Природно-математичком факултету.

Непуну годину дана по наведеном установљењу уже струке — механике, Савет Природно-математичког факултета уврстио је у дневни ред своје седнице од 29. септембра 1950. године: „Предлог Катедре небеске механике и астрономије о оснивању нове групе за механику. А. Билимовић чита предлог о оснивању нове групе за Механику која би давала кадрове:

1. за наставу предмета из области механике на техничким факултетима,
2. за наставу механике и њених грана у средњим техничким школама,
3. за висококвалификоване стручњаке — саветодавне органе у индустрији, авијацији, наутици и артиљерији,

³Књиге записника Савета Природно-математичког факултета у Београду.

4. за наставнике математике, физике и астрономије у гимназијама.

Савет је усвојио оснивање ове Групе⁴

За овај датум из 1950. године везује се у књизи *Сто година Филозофског факултета 1863—1963* (стр. 131) оснивање Групе за механику, а тим и институционализација студија механике у Београду. С друге стране јубиларно издање „Двадесетпет година Студијске групе за механику 1952—1977“ узима 1952. годину као годину оснивања студијске групе за механику Природно-математичког факултета у Београду. Није у питању грешка о времену истог догађаја, него о датумима два различита међусобно условљена следбена догађаја. У 1950. години, као што се види, Савет Природно-математичког факултета је донео одлуку о оснивању Групе за механику, а почетком 1952. године Савет за просвету, науку и културу Народне републике Србије се сагласио да се на Природно-математичком факултету Универзитета у Београду оснује нова група за механику.

Овај допис имао је само формално правну снагу, јер је Група за механику фактички основана и почела да ради 1951. године. То је констатовано и у Споменици Филозофског факултета (тако је незванично названа књига „Сто година Филозофског факултета“), чији је члан редакције и коаутор др Татомир Анђелић, дугогодишњи шеф Катедре и студијске групе за механику (1954—1974), и што је важније за овдашња разматрања, активни учесник у оснивању студијске групе за механику. Међутим, због појава неколико датума око оснивања ове студијске групе на Природно-математичком факултету ево детаљнијих разјашњења и повезивања тих за нашу механику историјских истина.

Оснивање студијске групе за механику

Описујући развој природно-математичког факултета „Споменица“⁵ показује да „И у току следећих неколико година дошло до низа измена у организационој структури Природно-математичког факултета, у циљу даљег конституисања и прилагођавања проблемима нашег друштва. Године 1950. укидају се одсеци; исте године оснива се нова група за механику, која ће примити прве студенте у школској 1951/52. години; ...“. Годину 1951. аутор поглавља о Катедри за механику у књизи „Сто година Филозофског факултета“ узима недвосмислено за годину оснивања студијске групе за механику, о чему довољно указују следеће реченице:

„Све до 1951. године, кад је основана група за механику, на Природно-математичком факултету су предаване, из области механике, само рационална и небеска механика“⁶

⁴ Књига записника Савета ПМФ.

⁵ *Сто година Филозофског факултета*, стр. 131.

⁶ Исто, страна 517.

Извод из записника са седнице Савета Природно-математичког факултета од 24. октобра 1951. године употпуњује слику ствари о датуму фактичког отварања Групе за механику и објашњава начин уписа студената у прву годину студија, за који пријем није био расписан конкурс, као за остале студијске групе, и то:

„Т. Анђелић пита да ли Савет сматра да је група за механику, предлог о којој је изнет пре годину дана, основана.

Декан одговара да он сматра да је ова група одобрена приликом одобравања планова и програма појединих група и да према томе постоји.

Т. Анђелић сматра да се у том случају мора објавити да се студенти могу јавити за ову групу.“

У наставку дискусије:

„Т. Анђелић моли да Савет донесе формалну одлуку о оснивању механичке групе и одлучи да се још ове школске године на групу за механику могу уписати сви они студенти I године Природно-математичког факултета, који су положили пријемни испит из математике.“

„Савет се саглашава са оснивањем механичке групе и одлучује да на њу могу прећи студенти I године Природно-математичког факултета који су положили пријемни испит из математике.“

Одлука Савета о почетку рада Групе за механику реализована је пре њеног установљења 2. јануара 1952. године, односно добијања сагласности Савета за просвету, науку и културу Народне републике Србије. Стварно, увидом у документацију студентског одељења Природно-математичког факултета (Књига апсолвената и списка личних докумената појединих дипломаца) види се да се упис студената води од 1951. године. За студенте којим су прешли са Групе за математику на Групу за механику то је урађено формално на тај начин што је уписани студент на I Групи (Група за математику) оверио први зимски семестар и уписао (други) летњи семестар на XI групи (*Група за механику*). То је било могуће јер су наставни планови ових студијских група били скоро исти на I години студија. Сви предмети наставног плана Групе за механику (Математика I, Нацртна геометрија, Физика I, Предвојничка обука) били су и предмети Групе за математику, тако да није било тешкоћа у организовању наставе⁷ Исто тако један број студената Машинског факултета преписао се на Групу за механику Природно-математичког факултета. Тако је „Године 1951/52, кад је основана група, уписано 39 студената, ...“⁸ Најзад, и у књизи *Двадесетпет година студијске групе за механику 1952–1977*, у којој је приказан наставни план редовне наставе за 1952. годину, следи коментар: „први наставни план из 1951/52 године реконструисан је на основу сачуваних индекса генерације 1951/52. године“.

⁷В. Вујичић: *Зачеци институционалних студија механике у Београду*, Дијалектика, Год., XV, бр. 1–2, 1980.

⁸*Сто година Филозофског факултета*, стр. 518.

То све показује да се Механика као ужа струка математике заснива 1949. године, а да самосталне студије на студијској групи механике почињу 1951/52. школске године.

Формирање Југословенског друштва за механику

Скоро у исто време припрема за почетак рада нове институције у области механике — Студијске групе за механику на Природно-математичком факултету, веома значајно за развој механике у нас, припрема се одржавање Првог југословенског конгреса рационалне и примењене механике. У канцеларији Југословенског друштва за механику постоји доста обимна документација о организовању I конгреса, из које ваља навести изводе из оних дописа у којима се помињу најранији датуми припрема Конгреса механике.

„Antun Kuhelj
profesor Tehn. visoke šole
Ljubljana, Cojzova 5/I

INICIJATIVNI ODBOR ZA I. NACIONALNI KONGRES

racionalne i primenjene mehanike
(u r. gospodina prof. J. Hlitčijeve)

BEOGRAD
Sv. Save 8
pošt. fah 339

Na osnovu Vašeg poziva od 9. o.m. sastalo se je nekoliko zastupnika mehanike na dan 16. X u Ljubljani, da razmotre pitanje učešća na prvom nacionalnom kongresu racionalne i aplicirane mehanike. Svi prisutni bili su saglasni mišljenja da treba predlog Inicijativnog odbora pozdraviti, jer odgovara takav kongres u svakom pogledu stvarnim potrebama, te da će i pored kratkog roka do samog početka mnogo pripomoći ka napretku ove nauke u našoj zemlji.

Kao člana u organizacioni odbor prisutni su izabrali dr. ing. Antuna Kuhelja, profesora TVŠ, a za njegovog zamenika ing. Ervina Preloga, asistenta TVŠ.

Ljubljana, 18. X 1951.

Kuhelj, svojeručno.

„Dr Danilo Blanuša
Zagreb, Tehnički fakultet
Kačićeva 26

Gospodin
Dr Vojislav Avakumović
izv. prof. Tehn. vel. škole
Beograd, Rajičeva ul. 12.

Dragi Voja!

U vezi s pismom, koje ste mi poslali g. prof. Kašanin i ti u pogledu kongresa za mehaniku, koji bi se održao u februaru 1952. na Bledu, javljam Ti ove podatke.

Na kongres bi željeli sudjelovati:

Dr. ing. Davorin Bazjanac, izv. prof. Tehn. fak.

Dr. ing. Danilo Blanuša, red. prof. Tehn. fak.

Dr. ing. Konstatin Čališev, red. prof. Tehn. fak.

Ing. Marjan Ivančić, doc. Tehn. fak.

Dr. Zlatko Janković, doc. Prirodosl. mat. fak.

Ing. Vojislav Korać, asist. Tehn. fak.

Dr. Đuro Kurepa, red. prof. Prirodosl. mat. fak.

Dr. Leo Randić, doc. Tehn. fak.

Radovan Vernić, upr. opservatorija Geofizičkog zavoda

Od tih učesnika bi održali saopštenje ili referat:

Bazjanac, Blanuša, Janković, Kurepa, Randić, Vernić; možda Ivančić.

.....

U vezi s pitanjem tko bi iz Zagreba ušao u organizacioni odbor, mislim da bi to mogli biti prof. Bazjanac i moja malenkost s obzirom, da sam de facto tu funkciju već počeo vršiti...

Zagreb, 22. XI 1951.

Tvoj Danilo Blanuša“, s.r.

„Београд, 24. новембра 1951.

Другу

Министру Родољубу Чолаковићу
претседнику Савета за науку и културу ФНРЈ

Београд

Приликом разговора делегације, коју су сачињавали Ректор ТВШ друг Др. Р. Кашанин и професори ТВШ Ј. Хлитчијев и Ђ. Лазаревић, са Вама о организовању Конгреса за Рационалну и Примењену механику било је уговорено да Вам прикажемо број пријављених учесника и трошкове за обављање Конгреса, што у ниже изложеним ставовима и чинимо.

Из Београда	20
Из Загреба	12
Из Љубљане	15
Из Сарајева	2
Из Скопља	<u>1</u>

Укупно: 50

.....

.....

За иницијативни одбор

(Др Р. Кашанин, Ректор ТВШ)

(Ј. Хлитчијев, ред. проф. ТВШ)

(Ђ. Лазаревић, ред. проф. ТВШ)“

„ЗАПИСНИК

Седнице Иницијативног одбора I Југословенског Конгреса Рационалне и Примењене механике одржане 15. децембра 1951. год. у Београду у кабинету Декана Грађевинског факултета Техничке велике школе.

Присутни:

Др. В. Авакумовић, професор ТВШ у Београду,
 Др. А. Билимовић, проф. Природно-математ. факултета у Београду,
 Др. инг. А. Кухељ, професор Техн. факултета у Сарајеву,
 Проф. Ђ. Лазаревић, претседник Удружења Југосл. инжењера,
 Инг. М. Милосављевић, професор ТВШ у Београду
 Проф. Ј. Хлитчијев, члан Научног Савета Машин. Института

С.А.Н.“

Из овог записника се добија јасна слика припрема Конгреса у свим појединостима. Тако под тачком II Програма рада је између осталог записано: „После дуже дискусије усваја се гледиште да програм треба да буде сагласан са програмом међународних конгреса Механике, који обухвата Статистичку механику и Термодинамику, али не обухвата Физику. Међутим, у распоред обухваћених дисциплина треба увести извесне логички оправдане измене тако да програм треба да гласи:

I Рационална механика са Небеском механиком,

II Примењена механика:

Еластичност, Статика конструкција, Пластичност, Примењена механика флуида (Хидромеханика и Аеродинамика),

III Статистичка механика са Термодинамиком,

IV Математичке методе у Механици.“

Под осмом тачком — претпоследњем констатовано је следеће:

„Организациони одбор је изабран у следећем саставу:

Претседник: М. Милосављевић,

Чланови: Др Т. Анђелић,

Др В. Авакумовић,

Др Д. Блануша,

Др А. Кухељ,
С. Лабан,
Ђ. Лазаревић.“

Каквом експедитивношћу је овај Организациони одбор радио показује допис декана Машинског факултета. На име Одбор је изабран, као што се види из извода цитираног записника, 15. децембра 1951. године, а следећи допис указује на његову службеност од 19. децембра, дакле само 4 дана по избору. Тај допис показује уједно какав је одзив за Конгрес механике био са машинског факултета у Београду, и то:

„Народна република Србија
Техничка велика школа
МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ
К. бр. 53
28. I 1952. год.
Београд

ОРГАНИЗАЦИОНОМ ОДБОРУ I ЈУГОСЛОВЕНСКОГ КОНГРЕСА
РАЦИОНАЛНЕ И ПРИМЕЊЕНЕ МЕХАНИКЕ

БЕОГРАД

У вези Вашег писма од 19. децембра 1951. године извештавамо Вас да ће од стране овог факултета узети учешћа на Конгресу рационалне и примењене механике на Бледу

Инж. Никола Обрадовић, ред. професор,
„ Мирослав Ненадовић, ред. професор,
„ Душан Станков, ред. професор,
„ Константин Вороњец, ванр. професор,
„ Мирослав Несторовић, хон. наставник,
„ Коста Ђорђевић, ст. асистент,
„ Косара Јојић, мл. машински инжењер,
„ Љубодраг Радосављевић, мл. машински инжењер,
„ Павле Васић, ред. професор, који ће ићи на Конгрес од стране института за испитивање материјала ТВИШ.

Декан Машинског факултета

Инж. Павле Васић“ с.р.

О I Југословенском конгресу механике постоји доста добро сачувана документација са списком свих учесника, али за овдашњи приказ о том Конгресу довољно се сазнаје из следећег текста за писмо:

„Председнику
Савета за науку и културу Владе ФНРЈ
Београд

Организациони одбор сматра за своју дужност да Вас обавести да је I Југословенски Конгрес Рационалне и Примењене механике одржан на Бледу у времену од 5. до 15. ов. м. по предвиђеном програму.

Конгресу је присуствовало 62 учесника из свих република наше земље. У току заседања конгреса одржано је 5 конференција из области Механике и саопштено је 33 научна рада који су пропраћени живом и корисном дискусијом. Велики број ових радова биће публикован у издањима Академија Наука у Београду, Загребу и Љубљани.

Последња два дана учесници Конгреса посветили су проблемима наставе из Механике на Универзитетима и Техничким великим школама. На крају донесени су корисни закључци у погледу уједначења наставе и научног издизања наставних кадрова.

Конгрес је успео да окупи наше научне раднике у области Механике и да пружи слику о стању ове науке у нашој земљи.

На завршетку Конгреса образован је организациони одбор, коме је стављено у дужност да изврши припреме за II Југословенски конгрес Рационалне и Примењене механике који би се одржао 1954. године.

Исто тако образован је Редакциони одбор који ће изабрати међу учињеним саопштењима оне научне радове које би требало послати VIII Међународном Конгресу за Механику у Цариграду.

Организациони одбор овим путем захваљује се Претседнику Савета за науку и културу Владе ФНРЈ на указаној моралној и материјалној помоћи за одржавање овог Конгреса.

18. фебруара 1952. год.
Београд

Претседник
Организационог одбора
(инг. М. Милосављевић)

Према реферату др Влатка Брчића, који је поднео 14. југословенском конгресу рационалне и примењене механике у Порторожу, 5—9. јуна 1978. године под насловом „Двадесет пет година југословенских конгреса теоријске и примењене механике“ „Први југословенски конгрес механике био је у неком смислу смотра достигнућа наших научника у току првих година иза ослобођења, када су веома хитни и значајни радови на обнови и индустријализацији наше земље захтевали брзо и самостално решавање многих сложених техничких проблема што је веома повољно утицало на развој научне мисли и на његовање до тада код нас развијених области науке и технике.“⁹

⁹Зборник „14. југословенски конгрес рационалне и примењене механике. К конференције, Порторож, 5—9. јуна 1978, стр. 4.

Развој даљег удруживања југословенских научника у области теоријске и примењене механике показао је да је Први југословенски конгрес за механику на Бледу био фактичка припрема за конституисање нове научно-стручне друштвене институције под називом Југословенско друштво за механику, које ће се конституисати на другом конгресу.

Закључна седница Другог југословенског конгреса рационалне и примењене механике, која је одржана 13. фебруара 1954. године у Бледу представљала је Оснивачку скупштину Друштва.

Скупштину су сачињавали (према списку који се чува у Југословенском друштву за механику; само су изостављене ближе адресе учесника):

„ 1. др Константин Вороњец, Београд; 2. инг. Ђорђе Соловјев, Сарајево; 3. др инг. Константин Чалишев, Загреб; 4. др инг. Анте Франковић, Загреб; 5. др инг. Душан Авсек, Љубљана; 6. инг. Срђан Турк, Љубљана; 7. инг. Владо Шустра, Сарајево; 8. др инг. Милан Ђурић, Београд; 9. инг. Светозар Нешић, Београд; 10. инг. Влатко Брчић, Београд; 11. др инг. Светополк Пивко, Земун; 12. др инг. Петар Серафимов, Скопље; 13. инг. Слободан Кручичанин, Београд; 14. инг. Слободан Зотовић, Београд; 15. инг. Милан Врећко, Панчево; 16. инг. Саво Лабан, Сарајево; 17. др Татомир Анђелић, Београд; 18. др Мирослав Ненадовић, Београд; 19. др Радивоје Кашанин, Београд; 20. инг. Никола Обрадовић, Београд; 21. инг. Душан Станков, Београд; 22. инг. Јаков Хлитчијев, Београд; 23. др инг. Данило Рашковић, Београд; 24. др инг. Вукан Дешић, Београд; 25. инг. Златко Модор, Загреб; 26. инг. Иван Турк, Загреб; 27. инг. Никола Ока, Београд; 28. инг. Владимир Базилевић, Београд; 29. инг. Љубодраг Радосављевић, Београд; 30. инг. Никола Хајдин, Београд; 31. инг. Милан Радојковић, Београд; 32. инг. Милан Банић, Београд; 33. инг. Косара Јојић, Београд; 34. инг. Богдан Кузмановић, Сарајево; 35. инг. Вјекослав Марендић, Сарајево; 36. Растко Стојановић, Београд; 37. инг. Виктор Салњиков, Београд; 38. др инг. Владимир Богуновић, Београд; 39. инг. Младен Худец, Сарајево; 40. др инг. Златко Костренчић, Загреб; 41. др инг. Рајко Кушевић, Загреб; 42. др инг. Душан Величковић, Београд; 43. инг. Мирослав Несторовић, Београд; 44. инг. Всеволод Сисојев, Земун; 45. инг. Ђорђе Лазаревић, Београд; 46. инг. Наталија Наерловић, Београд.“

Скупштина је једногласно одлучила да се оснује Југословенско друштво за механику за целу територију ФНРЈ, а са седиштем у Београду. Усвојено је да се Друштво учлани у Савез инжењера и техничара Југославије. Донешена су правила о раду Друштва и изабрана управа друштва на челу са председником академиком Јаковом Хлитчијевом, који је на дужности председника био биран све до 1960. године.

Каснијих још 14 конгреса механике и више симпозијума и конференција, које организује Југословенско друштво за механику и његове републичке подружнице, дале су снажан подстицај развоју механике у нас. На овим конгресима најбоље се показивао и допринос научних радника који су дипломирали

на студијској групи за механику у Београду. Број њихових научних саопштења је растао од конгреса до конгреса.

Афирмација студија механике

Оснивање студијске групе за механику на Природно-математичком факултету у Београду представљао је смео корак у нашем високом школству. Оформљена је нова струка и отпочела настава са истим наставним кадром који је до тада постојао на Факултету. Иако је прва генерација студената уписана у ванредним околностима већ друга генерација полазника школске 1952/53. године примљена је путем конкурса и пријемног испита (писмени и усмени из математике). Кандидате су на пријемном испиту проверавали лично шеф Катедре академик проф. др Антон Билимовића и др Добрица Михаиловић, а наставу тој генерацији су држали: К. Орлов (математика I), Б. Рашајски (математика II), Д. Јовановић (Физика I и II), М. Радојчић (нацртна геометрија), Н. Салтиков (Диференцијалне једначине), Т. Анђелић (Теорија вектора, матрични и тензорски рачун, графичке и нумеричке методе решавања диференцијалних једначина, механика непрекидних средина, диференцијална геометрија), Т. Анђелић и А. Билимовић (рационална механика), М. Миланковић и Д. Михаиловић (небеска механика), Д. Рашковић (статика са графостатиком; теорија осцилација), Ј. Хлитчијев (Теорија еластичности и отпорност материјала), К. Вороњец (Хидромеханика). Дипломски испит рађен је из механике и брањен пред комисијом од три члана. Аутор овог текста бранио је свој дипломски рад пред комисијом у саставу: Т. Анђелић, К. Вороњец и Д. Рашковић.

Учешће професора техничких факултета у извођењу редовне наставе механике на Природно-математичком факултету био је стални пратилац развоја Групе за механику, што је и тим чином доприносило угледу и карактеру ових студија и подизало ниво знања дипломираних стручњака из механике. Професори техничких факултета: К. Вороњец, Д. Рашковић (Машински); Д. Раденковић и В. Дачић, Н. Хајдин (Грађевински) и Н. Вељковић-Наерловић (Саобраћајни), сматрани су и то су у суштини били заслужни професори ове студијске групе, не мање него и редовни наставници Природно-математичког факултета. Ангажовање професора техничких факултета и стручњака Југословенског друштва за механику у афирмисању студија за механику долази до изражаја нарочито у помагању и подстицању дипломираних стручњака механике. Захваљујући томе први дипломирани студенти механике одмах су добијали запослења на факултетима, научно-истраживачким институтима и средњотехничким школама. А допринос нових стручњака на новодобијеним радним местима у наставним и научним установама убрзо је популарисао углед ове студијске групе и позива, те дао подстицај за даљи институционални развој механике.

Први дипломирани студент из прве генерације Лука Н. Вујошевић је професор Техничког факултета у Титограду, а његове колеге: др Божидар Вујановић и др Владимир Шикопарија професори Техничког факултета у Новом Саду, др Славко Ђурић и др Лазар Русов професори Машинског факултета у Београду,

др Јосип Ленаси и др Никола Ћућуз професори Саобраћајног факултета у Београду, а др Недељко Парезановић професор Природно-математичког факултета у Београду. Кадар који је завршио студије механике расуо се широм наше земље као: Апатин, Бајина Башта, Бачка Паланка, Београд, Бор, Зајечар, Зеница, Зрењанин, Јајце, Крагујевац, Костолац, Краљево, Лазаревац, Ниш, Обреновац, Озак, Прибој, Ријека, Скопље, Смедерево, Сомбор, Суботица, Титоград, Ужице, Трстеник, Само за првих десет година на факултету и у научним институтима запослено је 41 од 75 дипломираних.

Оснивање постдипломских студија

Тек што се појавила идеја о постдипломским студијама на београдском универзитету, дакле пре установљења магистарских студија, на Групи за механику Природно-математичког факултета фактички су отпочеле постдипломске студије. Марта 1957. године шеф Катедре за механику проф. др Татомир Анђелић, уз вербалну сагласност ректората, примио је на постдипломске студије Вељка Вујичића. С обзиром да су ово прве постдипломске студије на факултету ваља поменути да је прво предавање за постдипломца и помоћно наставно особље Катедре одржао управо шеф катедре др Т. Анђелић и то из диференцијалне геометрије под називом „развојне површи“. Тек наредне школске 1957/58. године примљени су на неким другим факултетима постдипломци, али још увек без студентског статуса. Тако се може истаћи да су се постдипломске студије на Београдском универзитету прво зачеле на студијској групи за механику.

Две године касније, али још увек пре статутарног нормирања, Управа Природно-математичког факултета на својој седници од 30. јануара 1959. једногласно усваја „Одлуку Катедре за механику и астрономије да организује курс постдипломских студија који би почео наредног семестра“ и утврђује да професори: Т. Анђелић (ПМФ), Д. Рашковић (Машински), Д. Раденковић (Грађевински) и доцент Р. Стојановић (ПМФ) изводе наставу.¹⁰ Постдипломске студије уводиле су кандидате у научни рад. Финални резултати рада већ првог постдипломца (касније назван магистарски рад) саопштени су на 383. седници Већа Математичког института САН одржане 11. марта 1959. године,¹¹ а објављени у „Гласу САН“ и часопису Академије наука СССР „Прикладная математика и механика“¹² То је допринело томе да се децембра 1960. године, дакле само једну и по годину дана после завршетка првих пост-дипломских студија преда прва докторске дисертација дипломираних механичара,¹³ која је после успешно положеног усменог докторског испита, одбрањена априла 1961. године пред комисијом: Т. Анђелић, А. Билимовић, Д. Рашковић и В. Вороњец.

¹⁰ Записник Управе П.М. факултета од 30. I 1959.

¹¹ Записник са седнице Већа Математичког института од 11. III 1959.

¹² Зборник радова Сану LXIX, књига 8, 1960.

¹³ ПММ, т. XXIV, вып. 4, стр. 72, АН СССР, Москва, 1960.

Међутим, тек у то време увођени су и усвајани наставни планови постдипломских студија на целом Природно-математичком факултету. На седници Факултетске управе од 13. фебруара 1961. при разматрању нацрта наставних планова и планова наставе III степена на Катедри механике је констатовано: „Што се тиче III ступња наставе ту такође нема измена од досадашњег вођења постдипломске наставе, јер се показало да је у том погледу Катедра до сада имала искуства и успеха и то и практично доказала“ — На следећој седници Факултетске управе од 21. IV 1961. године усвојен је наставни план који постаје саставни део статута.

Формирање и развој студијске групе за механику и Југословенског друштва за механику имали су ширег одраза на развој науке и струке механике у нас. То је условило и прилагођавање одговарајућих постојећих и формирањем нових институција, као:

- Установљење Одељења за механику Математичког института,
- формирање Друштва за механику Србије,
- покретање и издавање научног часописа из механике,
- формирање усмерена у средњим школама,
- развијање и вођење организоване сарадње са међународним асоцијацијама из механике.

Одељење за механику Математичког института

По доношењу уредбе Извршног већа народне скупштине Народне републике Србије¹⁴ 1961. године о оснивању Математичког института као самосталне научне институције¹⁵ У оквиру Математичког института основано је посебно Одељење за механику које ће наставити интензивно да окупља научнике и подстиче научни рад.

Идеја о раздвајању Математичког института на два одељења јавља се још 1950. године. Према записнику XXVI седнице научног савета Математичког института Српске академије наука, одржане 4. фебруара 1950. године, којој су присуствовали: Ј. Карамата, управник Математичког института; М. Миланковић, А. Билимовић, В. Мишковић и Р. Кашанин, се констатује да

„Управник предлаже да се Математички институт раздвоји на две секције — за теоријску и примењену математику“. Савет је тада одложио дискусију.

Почетком 1962. године Савет Математичког института је изабрао Др инг Данила Рашковић за управника Одељења механике, да би касније ту дужност дуго обављао академик др Костантин Вороњец, после чије смрти је за управника

¹⁴Службени гласник НР Србије, година XVII, број 23 од 3. јуна 1961.

¹⁵На VIII скупу (25. септембра 1945.) Одељења природних наука САН донета је одлука да се Математички институт оснује као први научно-истраживачки институт у оквиру САНУ. Рад у новооснованом институту отпочео је 15. маја 1946, а 3. јуна 1961. Извршно веће, САН и Универзитет у Београду заједнички оснивају (самосталну) научну установу — Математички институт.

изабран проф. др Влатко Брчић. Говорећи поводом десетогодишњице рада Одељења академик К. Вороњец је између осталог оценио и рад овог Одељења речима:¹⁶

„Активност Одељења за механику била је за протеклих 10 година, од оснивања овог одељења до данас, на завидној висини. Довољно је рећи да за то време било је одржано 270 седница и скоро на свакој седници био је саопштен неки нови научно-истраживачки рад чланова Одељења. Како Одељење обично није радило за време школског распуста, то ово значи да је скоро сваке недеље било по једно саопштење.“ ... „Квалитет учињених саопштења више је него задовољавајући и пада у очи разноврсност ужих струка које све, разуме се, спадају у област механике у ширем смислу.“

Математички институт се не може одвојити од развоја механике у Београду. То показују и те активности да је иницијатор за оснивање Института био професор Механике А. Билимовић, да су професори математике саопштавали запажене резултате из механике и обрнуто, професори механике давали су прилоге математици. За време управно-правне самосталности Института од 1961. године десетак година директор је био проф. др Тадија Пејовић — математичар, његов помоћник (заменик и в.д. директора) био је професор механике В. Вујичић. И касније у тој управној структури су научници из механике и то: Т. П. Анђелић — директор, М. Ђурић — помоћник директора, С. Комљеновић — директор Института.

Друштво за механику Србије

Југословенско друштво за механику, према својим првобитним правилима, за своје чланове је могло да има само научнике и стручњаке из механике, које препоруче по два члана тога Друштва. Таква конституција Друштва доприносила је нивоу научног рада и одговарала друштвеним потребама све до појаве и повећања броја дипломираних механичара на Природно-математичком факултету. Међутим, у таквој организацији није било могуће окупити све дипломиране механичаре, од којих су многи били наставници механике у средњим школама. Друга стручна удружења, као: Друштво математичара, физичара и астронома Србије, Српско хемијско друштво и др. били су масовни савези у које су се могли учлањивати сви стручњаци високе спреме, да би уз помоћ тих савеза лакше остваривали нека своја права и успешније доприносили развоју својих струка. Аналогно томе, јавила се потреба и за друштвено-стручном организацијом у којој би могли бити учлањени сви дипломирани студенти механике. С обзиром да је студијска група за механику постојала само у Београду било је лакше да се то питање решава у републичком оквиру, него да се покреће иницијатива и чекају измене правила Југословенског друштва за механику.

¹⁶ Четврт века Математичког института, Мт. Инст., Београд, 1972.

После припрема од стране Иницијативног одбора (В. Вујичић, Р. Адић, В. Бранковић) и широког консултовања чланства, дана 15. маја 1968. године одржана је оснивачка скупштина на којој је формирано Друштво за механику Србије. Скупштина је одржана у сали за седнице Природно-математичког факултета. Присутно је било 56 чланова, чија су имена записана у записнику, који се чува у канцеларији Југословенског друштва за механику, из којег се наводе следећи изводи:

„У име Иницијативног одбора Скупштину отвара др Вејко Вујичић и предлаже радно председништво: 1. др Татомир Анђелић, 2. Бранковић Велимир, 3. др инг. Наталија Наерловић-Вељковић. Скупштина прихвата предлог једногласно. Вођење скупштине преузима радно председништво.

Др Татомир Анђелић предлаже дневни ред:

1. Избор осталих радних тела Скупштине,
2. Уводни реферат,
3. Усвајање статута,
4. Избор Управног и Надзорног одбора“

После усвајања дневног реда, избора верификационе комисије, записничара и оверача записника,

„Др Татомир Анђелић подноси усмени реферат у коме упознаје присутне са тиме да је још на последњем Конгресу Југословенског друштва било закључено да се оснују републичка друштва, да је Иницијативни одбор већ пола године радио на овоме и организовао данашњу скупштину. Говори о циљевима и основним задацима Друштва као и о досадашњој активности Југословенског друштва“.

У дискусији је учествовало 15 чланова Скупштине, која је допринела да се једногласно 1) донесе Статут Друштва и 2) изабере председник и секретар Друштва и још 9 чланова Управног одбора, као и Надзорни одбор. Статут Друштва је сачињен од 19 чланова из којег ево делимичан извод:

СТАТУТ ДРУШТВА ЗА МЕХАНИКУ СРБИЈЕ

I. Опште одредбе

Члан 1.

Друштво за Механику Србије, (у даљем тексту Друштво) је друштвена, научна и стручна организација у саставу Југословенског друштва за Механику, које на добровољној основи:

— Окупља научне и стручне раднике који се активно баве научним, стручним и наставним питањима Механике,

— Организује научно-стручни подмладак из редова студената, који изучавају неку од области Механике,

— Сарађује са сродним организацијама и институцијама у земљи и иностранству, у циљу унапређења колективне и личне делатности у области Механике.

II. ЦИЉЕВИ И ЗАДАЦИ

Члан 2.

Друштво има својство правног лица. Седиште друштва је у Београду.

Члан 3.

Друштво има свој печат, округлог облика. У кругу је назив: „Друштво за Механику Србије“, а у средини попреко „Београд“.

Члан 4.

Друштво за Механику Србије:

— Окупља научне раднике у области теоријске и примењене Механике у циљу подстицања активнијег развоја научне мисли и њихове стваралачке иницијативе, за развој производних снага и изградњу социјалистичког друштва.

— Окупља наставнике Механике и њених дисциплина који раде на високим, вишим и средњим школама у циљу свестранијег сагледавања наставних задатака, стручног уздицања, подстицања иницијативе за развој науке и праксе, за увођење савремених метода у научно-истраживачки рад ради развоја науке и њене примене у постизању високе продуктивности у свим привредним областима.

Службени редни број дописа, који се доле дословно наводи, показује да је Друштво у релативно кратком времену имало обимну чак и административну активност.

РЕПУБЛИЧКОМ САВЕТУ ЗА КООРДИНАЦИЈУ
НАУЧНЕ ДЕЛАТНОСТИ

БЕОГРАД

Немањина 26

Слободни смо вам доставити један примерак Статута овог Друштва с молбом, да Друштво евидентирате као научно друштво.

Друштво је смештено у Дому инжењера и техничара Југославије, Кнеза Милоша 9, I спрат, телефон: 342-273, тел. секретара Друштва инг. Аџића 343-653 (Савез инжењера и техничара Југославије), а телефон председника др Вујичића 622-423 (Српска академија наука).

Секретар друштва,
Проф. Риста Аџић, дипл. инж.

Најдуже времена председник овог Друштва био је проф. др инг. Љубодраг Радосављевић.

Од свог оснивања па до данашњег дана Друштво за механику Србије било је активни чинилац у развоју науке и наставе механике у високом и средњем школству. Организатор је неколико симпозијума из појединих области механике, учесник у утврђивању наставних планова и програма из механике за средње школство, активни и најмасовнији део Југословенског друштва за механику.

Покретање часописа „Теоријска и примењена механика“

Резултате својих истраживања у области механике научни радници објављивали су делимично у разним страним часописима, а претежно у домаћим то највише у: Публикацијама Српске академије наука, публикацијама Математичког института, Друштва математичара и физичара, Савеза инжењера и техничара Југославије. Међутим, повећањем броја научних кадрова и подизање нивоа квалитета радова захтевали су оснивање специјализованог часописа из механике у циљу бржег објављивања прилога механици уз истовремено организовано укључивање наше научне мисли у међународну издавачку научну мрежу у областима теоријске и примењене механике. Излазећи у сусрет тим потребама Управни одбор Југословенског друштва за механику укључио је у дневни ред своје седнице од 23. фебруара 1973. године

„5. Разматрање предлога о покретању научног часописа Југословенског друштва за механику.“

У вези ове тачке дневног реда „Потпредседник Друштва В. Вујичић после консултовања са једним бројем чланова Друштва подноси предлог о покретању научног часописа ЈДМ“. Предлог је и у општем и у појединостима образложен¹⁷

„После разматрања овог предлога Управни одбор је заузео став да се идеја у начелу прихвати, а да се о појединостима касније одлучује. Часопис покренути после XII конгреса, тако да први један или два броја садрже боље радове са Конгреса.“

Централни одбор Југословенског друштва за механику на својој седници од 13. априла 1974. године, под 6. тачком дневног реда „Утврђивање предлога за издавање часописа“ разматрао је одлуку Управног одбора и

„Одлучено је да се предложи Скупштини да Југословенско друштво за механику почне са издавањем часописа под насловом „Теоријска и примењена механика“. На скупштини ће се бирати редакцијски одбор тајним гласањем“.¹⁸

На десетој редовној Скупштини Југословенског друштва за механику,¹⁹ у Светом Стефану код Охрида, аплаузом је прихваћен предлог Централног одбора да се покрене издавање часописа под називом:

¹⁷Записник са IV седнице Управног одбора одржане 24. II 1973.

¹⁸Записник са IV седнице Централног одбора одржане 13. априла 1974. године.

¹⁹Записник са X редовне Скупштине Југословенског друштва за механику, одржане 5. јуна 1974. године.

„ТЕОРИЈСКА И ПРИМЕЊЕНА МЕХАНИКА“

и то: „Издавач часописа је Југословенско друштво за механику и колективни чланови са посебним обавезама у издавању.

Часопис уређује редакција од 8 чланова.

Научни радови примају се и штампају на једном од светских језика са изводом на другом страном језику и једном од језика народа Југославије.

Радови обавезно подлежу рецензији и оцени редакције.

За обезбеђење финансијских средстава стара се Управни одбор друштва, у чијој је надлежности финансијско пословање, и редакцијски одбор.

Сваком члану Друштва који уплати предвиђену увећану чланарину Друштва, доставља се по један примерак часописа.

Редакцију бира Скупштина друштва из реда научних радника на две године. Једно лице може бити поново бирано за члана редакције.

Предлог за члана редакцијског одбора може поднети сваки члан Друштва, Републичко друштво или Подружница Централном одбору, о чему овај обавештава Скупштину.

Часопис се издаје повремено.

На предлог Редакције Централни одбор склапа споразуме и уговоре са научним институцијама о евентуалном заједничком штампању, дистрибуцији и намени часописа.“

У име Централног одбора предлог је поднео проф. Миладинов (Скопље), а при доношењу наведене одлуке Скупштина је изабрала Редакцију часописа у саставу:

Др Антон Кухељ (Љубљана), др Никола Хајдин (Београд), др Благоја Попов (Скопље), др Љубодраг Радосављевић (Београд), др Василиј Андрејев (Загреб), др Димитрије Димитријевић (Београд), др Вељко Вујичић и др Наташа Наерловић-Вељковић (Београд).

Исте године припремљен је први број и уз извесне тешкоће дат у штампу, да би часопис после три-четири броја добио своју физиономију, и релативно брзо било прихваћен од стране међународних реферативних часописа.

Правни положај института за механику

Развојем Природно-математичког факултета и његових делова у правна лица и Катедра за механику је еволуирала у Институт за механику. Наиме, 1971. године Факултет је подељен на одсеке, да би 1973. године ти одсеци били конституисани као самосталне основне организације удруженог рада са својством правног лица. Први одсек је Одсек за математичке, механичке и астрономске науке. У оквиру овог Одсека, који Статутом донетом 1978. године добија назив ООУР за математику, механику и астрономију, катедра за механику се конституише у Институт за механику упоредо са Институтом за математику и

Институтом за астрономију. А Институт за механику се организовао у три катедре и то:

Катедра за рационалну механику,

Катедра за механику флуида,

Катедра за механику чврстог тела.

Статутом ООУР за математику, механику и астрономију Природно-математичког факултета, усвојеном на референдуму радних људи те организације 15. јануара 1982. године правни положај Института за механику одређен је следећим статутарним одредбама:

Институт је организатор и носилац наставно-научног и стручног рада у области механике. Организује и обезбеђује извођење теоријске и практичне наставе, израду специјалистичких и магистарских радова, докторских дисертација и других видова наставе, научне и стручне делатности.

Радам Института руководи управник Института, чији мандат траје две године.

У Институту за механику постоје постдипломске студије и то:

А. Магистратура научног смера,

Б. Магистратура наставног смера,

Ц. Специјализација

На студијској групи за механику постоје смерови: А. Теоријски и Б. Примењени. Усмерење се врши у V семестру.

Једино се у Институту за механику могао стећи докторат механичких наука код нас и то званично из следећих дисциплина: рационална механика, теорија осцилација, астродинамика, теорија релативности, теорија управљања кретањем, стабилност кретања, динамика тела променљиве масе, балистика, статика конструкција, статистичка механика, теорија еластичности, реологија, термодинамика континуума, динамички проблеми механике континуума, електромагнетски ефекти у механици континуума, термодифузија у непрекидним срединама, теорија дислокација, теорија мешавине, хидромеханика, динамика гасова, механика вискозних флуида, аеродинамика, теорија граничног слоја, магнетохидродинамика, хидраулика и хидрауличне машине, теорија линијских и површинских носача, проблеми стабилности у механици континуума, аналитичка механика.

Статутом су још ближе одређене права и дужности Института и то: „Збор Института:

— организује наставу (предавање, вежбе, семинаре, специјалне курсеве и друго),

— организује испите и колоквијуме,

— утврђује распоред полагања испита, распоред часова и дежурстава на испитима,

- организује научне течајеве и семинаре и брине се о организацији сталног стручног усавршавања,
 - разматра студентске захтеве у вези са организацијом наставе,
 - предлаже планове и програме студија,
 - утврђује који су главни и помоћни предмети одговарајући за сваку од научних области који се слушају на постдипломским студијама,
 - прихвата теме за магистарске и специјалистичке радове и тезе за докторске дисертације,
 - одређује руководиоца, комисију за преглед и оцену магистарских радова, специјалистичких радова и докторских дисертација,
 - прихвата извештаје комисија за преглед и оцену магистарских и специјалистичких радова и бира комисију за одбрану истих,
 - организује стручну праксу и стручне екскурзије према наставном плану,
 - предлаже израду и издавање уџбеника, скрипата и других стручних и научних публикација ако то не задире у материјална питања Основне организације,
 - решава о додели стипендија и награда студентима, сарадницима и наставницима
 - врши избор комисије за нострификацију магистарских и специјалистичких диплома и сведочанстава и прихвата извештаје комисије,
 - предлаже расписивање конкурса за избор наставника и сарадника,
 - предлаже управника института,
 - предлаже увођење послова и радних задатака,
 - предлаже комисију пред којом се брани докторска дисертација,
 - предлаже одлазак радника на научне скупове, стручно усавршавање наставника и научних радника,
 - предлаже делегата за самоуправне органе и тела основне организације,
- Збор Института сазива управник и руководи радом збора до избора радног председништва.“

Литература

1. *Сто година Филозофског факултета*, изд. Народна књига, Београд, 1963.
2. *Тридесет година Природно-математичког факултета Универзитета у Београду 1947–1977*, изд. Природно-мат. фак., Београд.
3. *Двадесетпет година студијске групе за механику 1952–1977*, Изд. Одсек за мат. мех. и астро. науке ПМФ, Београд, 1977.
4. *Грађевински факултет 1948–1978*, Београд 1980.
5. *Четврт века Математичког института*, изд. Математички институт, Београд, 1972.

6. Брчић В.: *Двадесет пет година југословенских конгреса теоријске и примењене механике*, Зборник 14. конгреса рационалне и примењене механике, Конференције, Порторож, 1978.
7. Вујичић В.: *Зачеци институционалних студија механике у Београду*, Дијалектика, Год. XV, бр. 1–2, 1980.
8. *Списи за архив Југословенског друштва за механику*, Београд, Кнеза Милоша 9.
9. *Списи за архив Друштва за механику Србије*, Београд, Кнеза Милоша бр. 9.
10. *Књиге записника Савета Природно-математичког факултета и Књиге записника Управе Природно-математичког факултета у Београду*, Студентски трг 16.
11. *Статути Природно-математичког факултета у Београду*.
12. *Статути Одсека (касније ООУР) за математику, механику и астрономију ПМФ у Београду*, Студентски трг 16.
13. *Књига записника научног савета Математичког института и књиге записника научног већа Математичког института САНУ Београд*, Кнез Михаилова 35.
14. *Годишњи извештаји Математичког института Београд*
15. *Годишњи извештаји Одсека и ООУР за математику, механику и астрономију Природно-математичког факултета у Београду*.

Златко П. МАМУЗИЋ

ПОВОДОМ 35 ГОДИНА КЊИГЕ „ТЕОРИЈА СКУПОВА“
ПРОФЕСОРА ДР ЂУРЕ КУРЕПЕ

Појава књиге *Теорија скупова* професора Ђ. Курепе 1951. године [1] јесте догађај у математичкој литератури наше земље. О тој књизи написао сам [1] опширан приказ објављен у часопису „Математички весник ДМФ“, исте 1951. године. Сем тога, у мом чланку [8] поводом Четврте тополошке конференције, одржане прошле године у Дубровнику, ту сам књигу навео као преломну за почетак другог периода (шеста деценија овог века) развитка топологије у нас. Зато ћу овом приликом подсетити на некоје чињенице које тада нису, или није било ни могућно, да буду поменуте, а односе се на утицај, како ће тако и њеног аутора лично, на математичко стваралаштво у нашој земљи.

1. На позив Београдског универзитета, године 1952. је професор Ђ. Курепа држао у Београду предавања из теорије матрица и водио један семинар из теорије скупова, топологије, алгебре. Тада је једном приликом поменуо једну скуповну једначину са једном непознатом којом је Порецки карактерисао празан скуп. Убрзо потом је Часлав Станојевић [1] на истом семинару формирао систем од две скуповне једначине са две непознате и генералисао резултате Порецког. Није много времена прошло па је Симон Ђетковић, такође на истом семинару, [1], уопштио резултате Ч. Станојевића анализом једног пребројиво бесконачног скуповног система са пребројиво много непознатих. На том семинару изложио сам и мој први рад [2] из топологије који се односио на релативно отворене и релативно затворене скупе у Hausdorff-овим просторима, но до којег је импулс дошао студијом књиге *Integration* (Princeton University Press, USA, 1947) од J. Mc. Shanea. У мојој књизи *Увод у општу топологију* (види [4]), те сам појмове уопштио на околине просторе. Занимљиво је приметити да се у савременој математичкој теорији система појмови затворености или отворености једног скупа у односу на други користе управо у смислу дефиниција датих у томе раду.

У уводу књиге проф. Курепа наводи да су му у њеној припреми много помогли Павле Папић и Виктор Седмак. Када сам 1954. године био на студијском

бравку у Загребу, упознао сам се и са њима и њиховим докторским тезама које су они годину раније одбранили. Теза В. Седмака [1] односила се на неке примене парцијално уређених скупова, а теза П. Папића била је једна студија својстава псеудо-дистанцијалних простора које је први дефинисао Ђ. Курепа. Био сам импресиониран тим изванредно написаним и лепим, новим прилозима богатим тезама. Ја сам између осталог проучавао односе између простора који се могу дефинисати апстрактним размаком у смислу дефиниција Ђ. Курепе и простора који се могу реконструисати униформним структурама и из те области написао, а у јуну 1955. године изложио и одбранио докторску тезу [9]. Убрзо након тога, када сам постао доцент, довео сам за асистента Душана Аднађевића којему сам сугерисао да проучи тезу В. Седмака и обрати пажњу на неке проблеме које је поставио В. Седмак. Тако је, проучавајући ту област теорије скупова, Д. Аднађевић дошао до нових резултата, написао докторску тезу [1] и одбранио је 1961. године, такође у Загребу.

2. Оригиналан жиг књиге *Теорија скупова* проф. Ђ. Курепе чини онај део њеног садржаја који се односи на парцијално уређене скупове, специјално на разврстано уређење скупова.

Инспирисан биолошким процесом репродукције у органском свету, проф. Курепа је у својој докторској тези, [2], (1935), дефинисао те скупове и тако наоружан и надахнут концепцијом атомизирања, храбро пошао у решавање Суслинова проблема и Канторовог проблема о континууму. Па је тако и у својој књизи *Теорија скупова*, [1] основним теоремом 18.1.2.1 у терминима разврстано уређених скупова дао потребне и довољне услове па да одговор на Суслинов проблем буде позитиван. Слично томе, Короларом 19.1.1 основног двоструког теорема 19.1.1 у терминима разврстаних скупова дао је потребне и довољне услове па да одговор на Канторову хипотезу о континууму буде позитиван. Проблематиком теорије разврстаних и разврстано уређених скупова бавили су се многи аутори, и домаћи и страни. Ја сам такође у мом раду [7] решио један проблем у вези са Курепиним Т-просторима, чији је носилац један разврстано уређен скуп. Овде ћу још подвући само врло интересантне резултате које је Стево Тодорчевић постигао и изложио у својему раду [1], а надовезују се на резултате проф. Курепе и Н. Agonszajn-а у вези са Суслиновим проблемом.

Познато је да се проблемом континуума и проблемом Суслина бавио велики број математичара у свету. Биће занимљиво да на овом месту поменем и име славог Давида Хилберта. Наиме, како наводи у својем раду [1] Frederic Pham, професор универзитета у Ници, Давид Хилберт био је толико убеђен у моћ својих формално-логичких метода у математици да је поверовао у то да се за сваки математички проблем може доказати да је или решив или нерешив. Да би то показао публиковао је један чланак у коме је по његовом мишљењу доказао да је одговор на Канторову хипотезу о континууму позитиван, тј. да је $2^{\aleph_0} = \aleph_1$. Како вели Ф. Пхам, тај чланак до данас није успео да разуме ниједан математичар.

Управо у вези са претходним, Ђ. Курепа ми је дао и прецизније податке.

Наиме на 2. међународном конгресу математичара одржаном у Паризу 1900. године, Д. Хилберт је у својему чувеном предавању навео 23 нерешена математичка проблема који су дали печат математици 20. века. Први од та 23 проблема односио се на континуум R реалних бројева, а тражило се да се докаже Cantor-ова хипотеза да се у R налазе само два вида бесконачности и да се R може добро уредити. Читавих 25 година после тога сам Хилберт објављује у *Mathem. Annalen* 95 (1926), 395–407, чланак *Über das Unendliche*, скицирајући свој доказ Канторове хипотезе. То понавља наредне године у чланку *Die Grundlagen der Mathematik*, *Abhandlungen aus dem math. Seminar der Hamburg'schen Univ.* 6 (1928), 65–85, што је са додацима Hermanna Weyla (стр. 22–24) и Paula Bernaysa (стр. 25–26) изашло као самостално дело под насловом *Die Grundlagen der Mathematik*, *Hamburger Mathematische Einzelschriften*, 5 (Teubner, Leipzig, 1928); изашло је и на стр. 289–312 књиге D. Hilbert, *Grundlagen der Geometrie*, Teubner, Leipzig-Berlin 1930, 7. издање. По мишљењу Ђ. Курепе, његов доказ је погрешан. — Ђ. Курепа је у својој докторској дисертацији [2] заступао становиште да је хипотеза континуума постулат, исто као и одговор на Суслинов проблем, па је зато и увео своју хипотезу гранања о дрветима. Први корак те потврде био је Gödel-ов доказ 1939. година да Канторова хипотеза неће довести до контрадикције ако систем ZF (Zermelo-Fraenkel) није контрадикторан. Тим значајније је Курепино становиште да кардиналан број може бити сваки главни број непробројиве кофиналности (в. D. Kurera, *Sur un principe de la théorie des espaces abstraits*, *CR Acad. Sci.* 256 (Paris, 1933), 655–657). Ту заиста невероватну Курепину хипотезу доказао је W. B. Easton, *Powers of regular cardinals*, *Annals of Math. Logic*, 7 (1970), 139–178. — Други корак о постулатионом карактеру CH (Канторове хипотезе) учинио је P. Cohen 1963. године доказавши и консистентност негације CH (краће означено \neg CH). Са \neg CH означен је позитиван одговор на Канторову хипотезу, а са \neg SH односно \neg SH означен је респективно позитиван или негативан одговор на Суслинов проблем. Курепино становиште о постулатионом карактеру одговара на Суслинов проблем такође је потврђено (T. Jech, 1967, S. Tennenbaum 1968.) за \neg SH, односно R. Solovay & S. Tennenbaum 1971. за \neg SH). Утврђена је непротивуречност за сваки од четири случаја \pm CH \pm SH за \pm (Jech 1967, Tennenbaum 1968), за \neg (Solovay-Tennenbaum, 1971), за \neg (R. B. Jensen 1974). За читаоца ће бити интересантно да погледа и следећа два Курепина рада: 1) *Sur une proposition de la théorie des ensembles*, *C. R. Acad. Sci.* 249 (Paris, 1959), 2698–2699 и 2) *On the exponentiation and logarithms of cardinal numbers*, *Math. Balk.* 8(1978), 147–160.

Једно је сигурно: данас се подесним избором система аксиома уз помоћ математичке логике стварају разни модели теорија скупова¹ (о историјату видети такође мој рад [1]). О једној врсти таквих модела недавно је говорио на Природно-математичком факултету један математичар из Пољске (Wojciech Guzicki, [1]). О моделу који је 1977. године предложио Холанђанин W. Kuuk, [1],

¹ О аксиоматским теоријама скупова као специјалним квантификаторским рачунима првог реда, са више детаља писао је Славиша Б. Преших у књизи *Елементи математичке логике* (вид. његову књигу [1]).

ја сам говорио на Конгресу математичара Југославије одржаном у Будви 1980. године, а о њему сам говорио и у једном предавању које сам на Универзитету у Атини одржао исте године (види мој чланак [3]). Идеја за стварање једног таквог модела за основу савремене математике дошла је из физике, специјално из узајамног „прожимања“ „корпускуларног“ и „ондулаторног“. На пример, и наш познати физичар Драгољуб К. Јовановић у закључку својега чланка [1] из 1951. године, каже: „У току еволуције физичких наука може се запазити да извесна становишта на изглед непоколебива доводе до сасвим супротног становишта. Тако је схватање о континууму довело до дијаметрално супротног дисконтинуума; већ и сам начин третирања континуума помоћу диференцијалних количника носи у себи одраз дисконтинуума. Затим је таласно кретање замишљено у континууму довело до теорије о квантуму — дакле, атомске структуре енергије. Coulomb-ов закон довео је до спецификовања једног дела простора где његова важност престаје. Овај мали простор је можда елемент (атом) физичког простора. Најрад, извесност доводи до неизвесности и то у свим случајевима где се ради о дубокој анализи природних бројева“.

Но на овом месту поменућемо и Руђера Бошковића. Његова филозофија и студија о силама које владају у природи основа су његова рада [1] у коме су, данашњом терминологијом описано, „тачка“ и „непрекидно“ већ за њега узајамно дуално, аксиоматски узети појмови (његови „докази“ „Закона континуитета“ су у ствари, примери и чињенице који га оправдавају и потврђују).

О комплементаристичком моделу за теорију скупова математичари још нису дали последњу реч. Међутим, постоје истраживања у математици за која ниједан од постојећих модела теорије скупова није применљив. Тако, на пример, за истраживања у свом раду [1], Werner Gähler каже: „Као скуповно-теоретска основа не може бити употребљена без даљих претпоставки, ни једна уобичајена аксиоматика — нити Zermelo-Fraenkel-ова, нити она од Neumann-Bernays-Gödel-а нити њена модификација која потиче од Morse-Kelleya“. У сваком случају мислим да би данас нама добро дошла једна књига о скуповима укључујући аксиоматске теорије скупова са уводом у доказе независности. Ово тим пре што већ имамо добру основу за такву књигу, тј. књигу [1] Славише Б.Прешиха, а наши аутори у њиховим радовима често претпостављају познавање савремене теорије скупова. Тако сам и ја чак и у мојој књизи [4] *Увод у општу топологију*, 1961. године, претпоставио да читалац познаје теорију скупова. Тако је исто претпоставио и Славиша Преших у својој књизи *Елементи математичке логике* чак и у четвртом издању из 1983. године. А у својему раду [3], проф. Ђ. Курепа упућује читаоца на књигу К. Кунена [1] која управо третира и питања независности.

3. Други део књиге Теорија скирова проф. Ђ. Курепе односи се на општу топологију. Управо садржина тог дела дала је полазне основе за даља истраживања из области топологије у нас. О томе сам нешто више говорио у мом чланку [8]. Но и ту се, укључујући и моје књиге [4] из 1960. године и [6] из 1974. године, данас далеко одмакло. Да овде поменем само К. Борсукову теорију облика коју је са извесним бројем домаћих и страних математичара

усавршио и усавршава Сибе Мардешић (управо се ових дана у Интернационалном Универзитетском Центру у Дубровнику одржава међународна конференција посвећена теорији облика и геометријској топологији) и категоријални приступ истраживањима у топологији који успешно развијају Horst Herlich и Gerhard Preuss. Управо је ових дана G. Preuss одржао два предавања на Природно-математичком факултету у Београду па је у једном од њих, као нову област даљих истраживања дефинисао тополошке категорије. И у скуповно-теоретској топологији постигло се много као што се може видети, на пример, и из прилога на IV тополошкој конференцији у Дубровнику (вид. о томе мој чланак [8]) или пак из обимног дела *Handbook of Set-Theoretic Topology* (Приручник скуповно теоретске топологије) коју су редиговали K. Kunen и J. Vaughan а публиковала издавачка кућа North-Holland у Холандији 1984. године. У томе делу од укупно 1274 страна налази се 24 рада од којих и два од Стеве Тодорчевића. Један од њих односи се на дрвета и линеарно уређене скупове (*Trees and Linearly Ordered Sets*). Управо на тај рад позива се Ђ. Курепе у својем раду [3]. Да овде даље не говорим о фантастичном „буму“ креативности који данас влада у математици уопште — па посебно и у топологији — у појединим земљама као што су СССР, САД, Индија, Јапан итд., што се може констатовати већ и из летимичног прегледа математичких и ревијалних математичких часописа који се публикују широм света.

Са изузетком Курепиног додатна неких података у вези са Канторовом хипотезом и Суслиновим проблемом, унетих у овај рукопис 12. маја 1988. године, овај рад прочитао сам на Семинару за историју математике Математичког института на дан 19. новембра 1986. године када је обележена 35. годишњица штампања књиге *Теорија скупова* Ђ. Курепе. Усмено сам тада додао да је у међувремену, 14. новембра, на редовном састанку математичког одељења, Жарко Мијајловић одржао занимљиво предавање у коме је дефинисао генералисане кванторе (квантификаторе) и указао на рачун са таквим кванторима, па је једним примером нешто ослабљеног ZF (Zermelo-Fraenkel) система аксиома за теорију скупова, показао како се извесни аксиоматски системи теорије скупова могу приказати као генералисани квантификаторски рачуни. Зато сам слушаоцима скренуо пажњу на то да се и комплементаристички модел за теорију скупова као ослабљен ZF модел вероватно може приказати као подесно дефинисани генералисани кванторски рачун. Наиме, комплементаристички модел за теорију скупова је ослабљен ZF систем, тј. у њему је ослабљен аксиом о партитивном скупу (за сваки скуп E постоји скуп $P(E)$ свих ПРЕБРОЈИВИХ делова скупа E), а ослабљен је и аксиом избора (за сваку ПРЕБРОЈИВУ фамилију непразних дисјунктних скупова постоји скуп формиран тако да се из сваког скупа посматране фамилије узме по једна тачка) (видети мој рад [3]). Слично томе, за математичка разматрања W. Gähler-а у његовом раду [1] из 1985. године, вероватно би се такође могао увести неки адаптирани систем аксиома за теорију скупова који би било могућно приказати као генералисани квантификаторски рачун.

Литература

ADNAĐEVIĆ, D.

- [1] *Dimenzije nekih razvrstanih skupova sa primenama* (doktorska disertacija, 1961, Zagreb)

BOŠKOVIĆ, Ruđer (prevod sa latinskog jezika pripremili Darinka Nevenić-Grabovac i Ernest Stipanić)

- [1] *O zakonu kontinuiteta i njegovim posledicama u odnosu na osnovne elemente materije i njihove sile*, Matematički institut, Klasični naučni spisi, Knjiga 1 (16), 1–170, Beograd, 1975.

COHEN, P. J.

- [1] *Set theory and the continuum hypothesis*, W. A. Benjamin Inc. Reading, Mass. 1966.

ĆETKOVIĆ, S.

- [1] *Rešenje jednog skupovnog sistema od beskonačno mnogo jednačina sa beskonačno mnogo nepoznatih*, Vesnik DMF, NRS, IV, 1–2, Beograd, 1952, pp. 51–59.

GÄHLER, W.

- [1] *Axioms of structures and functor power series*, *Convergence Structures*, Proc. Conf., Bechyne/Czech., 1984, Math. Res. 24, 137–152, (1985).

GÖDEL, K.

- [1] *The consistency of the axiom of choice and the generalized continuum hypothesis*, *Annals of Math. Studies* No. 3, Princeton Univ. Press, 1940.
 [2] *On formally undecidable propositions of principia mathematica and related systems*, prevod na engleski jezik B. Meltzer-a, izd. Oliver & Boyd, Edinburg, 1962.

GUZICKI, W.

- [1] *Generic families and models of set theory ZFC^-* , Institut Matematyki, reprint 1/84, Warszawa, 1984.

HAUSDORFF, F.

- [1] *Grundzüge der Mengenlehre*, Leipzig, 1914.

JOVANOVIĆ, D. K.

- [1] *Princip nezvesnosti — osnov talasne mehanike i predviđanje budućnosti*, Vesnik DMF, NRS, III, 1–2, Beograd, 1951, pp. 1–10.

KELLEY, J. L.

- [1] *General topology*, D. Van Nostrand Comp., Inc., 1955. XIV+1–298, USA.

KUNEN, K.

- [1] *Set theory. An introduction to independence proofs*, North-Holland, 1980, 1-st repr. 1983, XVI+314.

KUREPA, Đ.

- [1] *Teorija skupova*, Školska knjiga, 1951, Zagreb, 22+444.
- [2] *Ensembles ordonnés et ramifiés*, Publ. Math. de l'Univ. de Belgrade, t. IV, 1935, pp. 1–138.
- [3] *A Tree Axiom*, Publ. de l'Inst. Math., tome 38(52), 1985, pp 7–11.

KUYK, W.

- [1] *Complementarity in mathematics*, D. Reidel Publ. Comp., Dodrecht, Holland, 1977.

MAMUZIĆ, Z. P.

- [1] *Povodom knjige Teorija skupova dr Đure Kurepe*, Vesnik DMF, NRS, III, 1–2, Beograd, 1951, pp. 87–94.
- [2] *O relativno zatvorenim i otvorenim skupovima u prostorima Hausdorff-a*, Vesnik DMF, NRS, IV, 1–2, Beograd, 1952, pp. 25–25.
- [3] *On dual concepts and complementarity in mathematics*, ΕΛΕΤΘΕΡΙΑ, 2 (1979), Athens, pp. 413–432.
- [4] *Uvod u opštu topologiju**, „Matematička Biblioteka“, No. 17, 1960, Beograd, ili: *Introduction of general topology*, Noordhoff, 1963, 1–158, Groningen, The Netherlands. На енглески језик превео Leo F. Boron уз помоћ W. J. Pervin-a, J. L. Sieber-a и R. C. Moore-a.
- [5] *Klasična – moderna – konstruktivna matematika*, „Matematička biblioteka“, No. 20, pp. 9–37, Beograd.
- [6] *Koneksni prostori*, Mat. institut, 1974, 1–101, Beograd.
- [7] *Sur la solution d'un problème concernant eT -espaces*, Glasnik mat. fiz. i astr., Zagreb, 11 (1956), pp. 96–103.
- [8] *Povodom četvrte međunarodne konferencije „Topologija i njene primene“*, (Dubrovnik, 30. sept. – 5. okt. 1985), Mat. Vesnik, 38 (1986), pp. 1–11.
- [9] *Apstraktan razmak i uniformne strukture* (doktorska disertacija, 1955, Zagreb).

PAPIĆ, P.

- [1] *Pseudodistancijalni prostori*, (doktorska disertacija, 1953, Zagreb)

PHAM, F.

- [1] *Le mythe formaliste et l'enseignement des mathématiques*, Gazette des mathématiciens, Soc. Math. de France, No. 31, 1986, pp. 53–77.

PREŠIĆ, Slaviša B.

- [1] *Elementi matematičke logike*, „Matematička Biblioteka“, No. 34, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1983, (četvrto izdanje).

SEDMAK, V.

- [1] *Neke primene parcijalno uredenih skupova*, (doktorska disertacija, 1953, Zagreb).

* Друго издање ове књиге, актуелизовано поговором и библиографијом, публиковало је издавачко предузеће „Научна књига“ у Београду (1989. године).

STANOJEVIĆ, Č.

- [1] *O jednom sistemu skupovnih jednačina*, Vesnik DMF, NRS, IV, 3–4, Beograd, 1952, pp. 39–41.

TODORČEVIĆ, S.

- [1] *Stationary sets, trees and continuums*, Publ. de l'Institut Math., Nouvelle série, tome 27 (41) (1981), pp. 249–262.

Драган ТРИФУНОВИЋ

СЕМИНАР ЗА ИСТОРИЈУ МАТЕМАТИЧКИХ И МЕХАНИЧКИХ НАУКА

Од првих дана постојања (мај 1946) Математички институт је нашао и снаге и вољу ка истраживањима на пољу историје математике, механике и астрономије. Поменимо овом приликом добре и веома корисне радове из историје математике Јована Карамате (1902–1987) о резултатима Михаила Петровића, Богдана Гавриловића (1864–1947) о диференцијалним једначинама Пол Пенлевеа, Николе Салтикова (1866–1961) о Марину Геталдићу, Декарту, Поенкареу, Антона Билимовића (1879–1970) о Галилеју и др. Свакако, да је у овој области најбитније, што је Математички институт веома рано почео да објављује класичне списе из математичких наука у критичком облику. Тако је Математички институт још далеке 1949. године (до 1957) издао Еуклидове *Елементе* у преводу и са коментарима професора Антона Билимовића. Списи, као што су Хилбертови *Основе геометрије* из 1957. године и Лобачевскова *Геометријска испитивања из теорије паралелних линија* из 1951. године у преводу и са коментарима професора Бранислава Петронијевића (1875–1954), показали су у нашој среди, да се без проучавања класика не може кретати напред у многим гранама математике.

У оваквом трајном опредељењу, а највише из културолошких становишта које поседује и има математика и механика, у децембру 1981. Научно веће Математичког института у Београду донело је одлуку о оснивању, тј. покретању рада сталног *Семинара за историју математичких и механичких наука*. За руководиоца Семинара постављен је др Драган Трифуновић, ред. проф. Универзитета. Прва седница Семинара одржана је 16. децембра 1981. године, а 225. седница 30. маја 1989.

Потпун редослед семинара

У хронолошком редоследу овде износимо садржаје свих седница Семинара, а то значи: редни број седнице, име аутора, назив саопштења, датум одржавања седнице и напомена по потреби.

1. *Д. Трифуновић*: Библиографија српске математичке књиге (16.12.1981)
2. *Д. Трифуновић*: Порекло бинарног система бројева (6.1.1982)
3. *Т. Анђелић*: Једна погрешна употреба појма материје (17.1.1982)
4. *Д. Витас*: Терминологија у рачунарству (24.2.1982)
5. *Т. Анђелић*: Развитак механичких наука код Срба (17.3.1982)
6. *Ђ. Курепа*: Нека запажања о мојој докторској дисертацији (24.3.1982)
- *7. *Д. Трифуновић*: Појава графостатике у нашој науци (31.3.1982)
8. *Т. Анђелић*: Разговор о књизи мемоара Милутина Миланковића (14.4.1982)
9. *Д. Трифуновић*: Нека питања терминологије (21.4.1982)
- *10. *Д. Трифуновић*: Прилог методологији историје математике (28.4.1982)
11. *Д. Цветковић*: Теорија графова од Ојлера до данас (19.5.1982)
12. *Р. Ђорђевић*: Математичар Сима М. Марковић — његова епистемолошка и методолошка схватања (26.5.1982)
13. *Д. Трифуновић*: Прилог методологији историје математике — II (9.6.1982)
14. *Д. Трифуновић*: Теорија релативности код Срба (16.6.1982)
15. *Д. Трифуновић*: Прилози проучавању историје математичке симболике — I (23.6.1982)
16. *Д. Трифуновић*: Класични списи и поновљена издања (6.10.1982)
- *17. *Т. Анђелић*: Клуб математичара између два рата (13.10.1982).
- *18. *Д. Трифуновић*: Математичар Димитрије Нешић (20.10.1982)
19. Слободне теме (27.10.1982)
20. *М. Мужејевећ*: Био-библиографија Милутина Миланковића (3.11.1982)
21. *С. Милић*: О Лајбницевој монадологији (10.11.1982)
- *22. *В. Вујичић*: Механичке науке новијег времена код нас (17.11.1982)
23. *Р. Дацић*: О делу Милоша Радојчића (24.11.1982) — одложено
- *24. *Р. Дацић*: О делу Милоша Радојчића (1.12.1982)
25. *Р. Ђорђевић*: О методолошким схватањима Косте Стојановића (8.12.1982)
26. *С. Милић*: О Лајбницевој монадологији (15.12.1982) — наставак
27. *М. Стојаковић*: Алгебра Ал-Кхваризма (22.12.1982)
28. *Д. Трифуновић*: Поменик наших математичара (29.12.1982).
29. *Т. Анђелић*: Живот и дело Антона Билимовића (2.3.1983).
30. *Н. Пантић*: Научни скуп о Миланковићевој теорији у САД (9.3.1983)
31. *М. Лeko*: Поводом јубилеја академика Татомира П. Анђелића (16.3.1983)
32. *З. Херков*: Од система римских мјера до средњеевропског система старих мјера (23.3.1983)

Знаком (*) обележавамо саопштење са Семинара које је објављено — штампано.

33. *Д. Трифуновић*: Скица за студију о Љубомиру Клерићу (30.3.1983)
34. *Ђ. Курепа*: О једном основном ставу, комбинаторне математике (6.4.1984)
35. *Р. Живаљевић*: Инфинитезимале у радовима савремене математике (13.4.1983)
36. *Е. Стипанић*: Приказ књиге Жарка Дедића „Историја наука код Хрвата“ (20.4.1983)
37. *М. Цекић*: Лајбницова монадологија и математика (27.4.1983)
38. *Т. Анђелић*: Моја сећања на Брану Петронијевића (4.5.1983)
39. *Д. Трифуновић, Д. Адамовић, С. Милић*: Разговори о математици у делу Бранислава Петронијевића (22.5.1983)
40. *Т. Анђелић*: Проблем трију тела у делу Бране Петронијевића (18.5.1983)
41. *А. Стојковић*: Над изворима о Браниславу Петронијевићу (25.5.1983)
42. *М. Лeko*: Петронијевићево виђење закона централног кретања (1.6.1983)
- *43. *Р. Дацић*: Негација негације у Марковим математичким рукописима (8.6.1983)
44. *Д. Трифуновић*: Смесице из историје математике (21.9.1983).
45. *Д. Адамовић, С. Милић*: Математика у делу Бранислава Петронијевића (28.9.1983)
46. *Љ. Протић*: Бројни размаци Михаила Петровића и веза са интервалном математиком (5.10.1983)
- *47. *Ђ. Карапанџић*: О животу и делу Николе Н. Салтикова (19.10.1983)
48. *Р. Дацић*: Неке допуне о делу Милоша Радојичића (26.10.1983).
49. *Ђ. Курепа*: Једно размишљање о мојој првој написаној радњи (2.11.1983)
50. *Т. Анђелић*: Моја прва математичка расправа (9.11.1983)
51. Свечана академија поводом 200-годишњице од смрти Леонарда Ојлера (1707—1783) (11.11.1983)
52. Слободне теме (23.11.1983)
53. *Д. Трифуновић*: Студијски боравак у Москви (11.1.1984)
54. *Д. Трифуновић*: Историја механике на МГУ у Москви (18.1.1984)
55. *Д. Трифуновић*: О најновијој књизи Т. П. Анђелића „Увод у астродинамику“ (25.1.1984)
56. *Р. Ђорђевић*: Коареово тумачење Њутнових методолошких схватања (22.2.1984)
57. *Д. Трифуновић*: О неким појавама у нашој историји наука (29.2.1984)
- *58. *С. Пешић*: О једној историјској чињеници у развоју појма реалног броја (7.3.1984)
- *59. *М. Марковић*: Појам научног закона (14.3.1984)
60. *Ђ. Курепа*: Живот и дело Анри Поенкареа — Поводом 130-годишњице од рођења (21.3.1984)

61. *С. Вујошевић*: Поводом 30-годишњице смрти Тјуринга (А. М. Turing, 1912–1954) (28.3.1984)
- *62. *Б. Поповић*: Потреба проучавања пракибернетске стране дела Михаила Петровића (4.4.1984)
63. *Р. Ђорђевић*: О појму хипотезе у науци (11.4.1984)
64. *М. Цекић*: Принцип економије мишљења у науци (18.4.1984)
65. Слободне теме (25.4.1984)
- *66. *Љ. Трговчевић*: Научници Србије и стварање Југословенске државе (9.5.1984)
67. *С. Фемпл*: Студије математике на Београдском универзитету између два рата (16.5.1984)
68. *Д. Адамовић*: Уводно предавање о научном раду Јована Карамате (23.5.1984)
69. *М. Божић*: Квантна логика (30.5.1984)
- *70. *С. Преших*: Проблем постојања у математици (6.6.1984)
- *71. *Д. Трифуновић, Д. Адамовић*: О једној светогорској математичкој расправи (13.6.1984)
72. *С. Фемпл*: Прорачуни у Миланковићевој теорији (3.10.1984)
73. *Н. Пантић*: Најновија инострана дела о Милутину Миланковићу (10.10.1984)
74. *Д. Трифуновић*: Једно другачије гледање на личност Милутина Миланковића (17.10.1984)
75. *Т. Анђелић*: Живот и дело Ивана Арновљевића (24.10.1984)
76. *Д. Витас*: Историја аутоматског управљања (31.10.1984)
77. *Б. Павловић*: Филозофија природе без математике (7.11.1984) — одложено
78. *Д. Адамовић*: Научно дело Јована Карамате — наставак (14.11.1984)
79. Разговор о научном делу Јована Карамате (21.11.1984)
- *80. *Д. Трифуновић, Д. Адамовић*: О једној светогорској математичкој расправи (28.11.1984) — поновљено
81. *Д. Трифуновић*: Једно запажање о Диофантовој „Аритметици“ (5.12.1984)
82. *Р. Ђорђевић*: Интуиција у математици (12.12.1984)
83. *А. Стојковић*: Карактер појмова (19.12.1984)
84. *Р. Димитрић*: Математика, апстракција и реалност (26.12.1984)
85. *Д. Трифуновић*: Једно другачије гледање на личност Милутина Миланковића (9.1.1985) — наставак
86. *С. Књазев-Адамовић*: Марксистичке критике теорије одраза (16.1.1985)
- *87. *Д. Трифуновић*: Историја математике у Бугарској (13.2.1985) — Студијски боравак у Софији по позиву

88. *З. Шами*: Саопштење поводом 320-годишњице од смрти П. Ферма (20.2.1985)
89. Казивање о животу и раду проф. др. Тадије Ж. Пејовића (27.2.1985)
- * 90. *Т. Анђелић*: Личност Алберта Ајнштајна и неке њене особености (6.3.1985) — Годишњице Ајнштајна
91. *Ђ. Курепа*: Сусрет са Ајнштајном (13.3.1985)
92. *И. Лукачевић*: О теорији релативности и неким њеним модификацијама (20.3.1985)
93. *С. Борн*: О Алберту Ајнштајну лично (27.3.1985) — одложено
94. *Ж. Мијаловић*: Џорџ Бул и Булова алгебра (3.4.1985) — Поводом 170-годишњице рођења G. Boole-a (1815–1864)
- * 95. *Д. Трифуновић*: О једном резултату Анри Поенкареа у теорији функција (10.4.1985)
96. *Т. Анђелић*: Развитак појма вектора код нас и у свету (17.4.1985)
97. *Д. Адамовић*: Продукти једнаки збиру својих чинилаца (24.4.1985) — одложено
98. *Ж. Митровић*: Развој интервалне математике (8.5.1985)
99. *С. Прешић*: Настанак и развитак математичке логике код нас (15.5.1985)
100. *Д. Трифуновић*: О будућој књизи „Математика у српском народу“ (22.5.1985)
101. *Б. Боричић*: Из историје аксиоме избора (29.5.1985)
102. *Г. Бабић*: О старим математичким методама — Метода лажног решења (5.6.1985)
- * 103. *В. Андрић*: Марксов матурски рад из математике (12.6.1985)
104. *Д. Трифуновић*: Кинеска математика (чињенице и анализа) (19.6.1985)
- * 105. *Б. Јовановић*: Рачунска флуидична диода Николе Тесле (2.10.1985)
106. Разговор са проф. др. Ђуром Курепом о нашој математици између два рата и после II светског рата (9.10.1985)
107. *Ч. Станојевић*: Далекосежни облици Питагорине теореме у савременој анализи (16.10.1985)
108. *Д. Трифуновић*: Ђорђе Станојевић, професор и ректор Универзитета у Београду (23.10.1985)
- * 109. *М. Првановић*: Настанак и развитак неевклидске геометрије (30.10.1985)
110. *В. Милошевић*: Настанак и развитак теорије вероватноће (6.11.1985)
111. Посета музејима града Београда (13.11.1985)
112. Разговор са академиком Татомиром П. Анђелићем о нашој математици између два рата и после II светског рата (20.11.1985)
113. Разговор са проф. др. Драгославом С. Митриновићем о нашој математици између два рата и после II светског рата (27.11.1985)
114. *С. Јаблан*: Геометрија у преднаучном периоду математике (4.12.1985)

115. *Д. Трифуновић*: Појам броја у преднаучном периоду (11.12.1985)
116. *Б. Глигорић*: Развој теорије механизма и машина у нашој земљи (18.12.1985)
117. Слободне теме (25.12.1985)
118. *Д. Трифуновић*: Методе истраживања у старој математици (8.1.1986)
- * 119. *М. Чанак*: Неки проблеми математичке теорије музике (15.1.1986)
120. *А. Стојковић*: Филозофија математичких наука код Срба (22.1.1986)
121. Стотридесет година од смрти Н. И. Лобачевског (1792—1856) (20.1.1986)
122. *Б. Вуличевић*: О једном алгоритму за дељење (5.2.1986)
123. *А. Трифони*: Развитак криптографије и удео математичара у том развиту (12.2.1986)
124. Разговор са проф. др. Станимиром Фемплом о нашој математици између два рата и после II светског рата (19.2.1986)
125. *С. Вујшевић*: Универзални математички објекти (26.2.1986)
126. *М. Перовић*: Ерлангенски програм Феликса Клајна и његов утицај на развој математике (5.3.1986) - одложено.
127. *М. Ушћумлић*: Један поглед на развитак кибернетике (12.3.1986)
128. *С. Ђетковић*: Синтеза, уопштење и решење неких старих проблема (19.3.1986)
129. Обележавање 150-годишњице рођења математичара Димитрија Нешића (1836—1904) (26.3.1986)
130. Слободне теме (29.3.1986)
- * 131. *Д. Трифуновић*: Математика код Вука (2.4.1986)
132. *В. Милошевић*: Милан Андоновић, писац првог српског уџбеника из теорије вероватноће (9.4.1986)
133. *М. Ушћумлић*: Један поглед на развитак кибернетике — II (16.4.1986)
134. *Р. Ђорђевић*: Елементи Адамарове филозофије математике (23.4.1986)
135. *П. Миличић*: Историја једног функционала (30.4.1986)
136. *М. Цекић*: Галилејево заснивање математичке природне науке (7.5.1986)
- * 137. *М. Перовић*: Ерлангенски програм Феликса Клајна и његов утицај на развој математике (14.5.1986)
138. *Д. Гостушки*: Уметност и математика (21.5.1986) — одложено
139. *М. Чанак*: Питагора — оснивач математичке теорије музике (28.5.1986)
140. *Д. Трифуновић*: Прво саопштење о математичким наукама у Византији и Средњовековној Србији (4.6.1986)
141. *Д. Адамовић*: О једном резултату у IX књизи Еуклидових „Елемената“ (11.6.1986)
142. *Д. Трифуновић*: Поменик о Еудоксу (18.6.1986)

143. *Д. Трифуновић*: Смесице из наше историје математике (25.6.1986)
144. Слободне теме (3.9.1986)
145. *Б. Вуличевић*: О методи *regula-falsi* (10.9.1986)
- * 146. *А. Трифони*: Допринос Михаила Петровића криптографији (17.9.1986)
147. *М. Чанак*: О геометрији контра-простора и примени у другим наукама (24.9.1986)
- * 148. *З. Мамузић*: О књизи „Теорија скупова“ од професора Ђ. Курепе (поводом 35-годишњице од излажења ове књиге) (1.10.1986)
149. *В. Девиде*: Старо и ново у математици (8.10.1986) — одложено
150. *М. Ушћумлић*: Појединости из живота и рада Норберта Винера I (15.10.1986)
151. *С. Ђетковић*: О својствима функције ${}^n P(x)$ (22.10.1986)
152. *С. Поповић*: Доприноси Владимира Варињака теорији релативности (29.10.1986) — одложено
- * 153. *Д. Трифуновић*: Математичко дело Симе Марковића (5.11.1986)
154. *А. Стојковић*: О Сими Марковићу као епистемологу (12.11.1986)
155. *Д. Пешић*: Друштвено-политички погледи на свет Симе Марковића (19.11.1986) — одложено
156. *М. Марић*: Развитак појма линије (26.11.1986)
157. *А. Николић*: Лајбницов бинарни запис реалног броја (3.12.1986)
158. *С. Поповић*: Миланковићеви радови о теорији релативности (10.12.1986)
159. *С. Ђетковић*: Уопштење и једноставно решење старог проблема (17.12.1986)
160. *С. Богдановић*: Појава и развитак семигрупа у Југославији (24.12.1986) — одложено
161. *В. Милошевић*: Из аксиоматизације теорије вероватноће (1.4.1987)
162. *Д. Трифуновић*: Прва објављена историја математике у Југославији (8.4.1987)
163. *С. Књазев-Адамовић*: Хегел и логика (15.4.1987)
164. *И. Лазаревић*: Развој појма сплајна (22.4.1987)
165. *Д. Трифуновић*: Поводом 220-годишњице од прве математичке књиге код Срба (29.4.1987)
166. *Д. Трифуновић*: Математика 17. века (6.5.1987)
167. *Ђ. Курепе*: Декарт и његов аналитички метод (поводом 350-годишњице Декартове „Геометрије“) (13.5.1987)
- * 168. *М. Лeko*: Нека запажања о Њутновим законима механике (поводом 300-годишњице Њутнових „Принципија“) (20.5.1987)
169. *Б. Чекелија*: Пети постулат у делима наших математичара (27.5.1987)
170. Настава историје математике (3.6.1987)

171. Љ. Вуковић: Диофантова Аритметика (10.6.1987)
172. Д. Трифуновић: Живот и дело Косте Стојановића (поводом 120-годишњице рођења научника 1867–1921) (17.6.1986)
173. Смесице из историје математике (2.9.1987)
174. Д. Трифуновић: Са студијског боравка у Чехословачкој (9.9.1987)
175. Д. Трифуновић: Прилог једном истраживању професора Драгољуба Марковића (16.9.1987) — одложено
176. В. Трбуховић: О неким резултатима математике у праисторији (23.9.1987) — одложено
177. С. Драговић: Логика Љубомира Недића (30.9.1987)
178. С. Преших: Математичка логика код нас (7.10.1987)
179. С. Књазев-Адамовић: Хегел и логика — II део (14.10.1987)
180. М. Арсенијевић: Синкатегорематски и категорематски појам бесконачности кроз историју математике (21.10.1987)
181. Ђ. Курепа: Математика у делу Руђера Бошковића (28.10.1987)
182. Б. Аничин: Закон централног кретања код Њутна — Силе сталног кретања (4.11.1987)
183. Б. Аничин: Закони централног кретања код Њутна — Полигоналне путање (11.11.1987)
184. Д. Трифуновић: Степена функција код Њутна (18.11.1987) — одложено
185. М. Дејић: Математика у религиозним књигама (25.11.1987)
186. Д. Трифуновић: Казивање о нашим првим математичарима I (6.4.1988)
187. Д. Трифуновић: Казивања о нашим првим математичарима II (13.4.1988)
188. Д. Трифуновић: Студијски боравак у Чехословачкој (20.4.1988)
189. Д. Трифуновић: Карактеристике Београдске математичке школе — појам посрбљавана (27.4.1988)
190. Договор о теми „Математика у српском народу“ (4.5.1988).
191. М. Чанак: Увод у математичку теорију музике (11.5.1988)
192. М. Дејић: Математика у религиозним књигама II (18.5.1988)
193. Ђ. Курепа: Једна заостала студија о Универзитету у Београду (25.5.1988).
194. Т. Анђелић: Физичко дело Манојла Јанковића из 1787. године (1.6.1988)
195. М. Ушћумлић: Норберт Винер, живот и дело (8.6.1988)
196. Д. Трифуновић: Како укључити историју математике у наставу (15.6.1988)
197. Т. Анђелић: О звању асистента код нас (14.9.1988)
198. Д. Трифуновић: Нешто непознато о Михаилу Петровићу (21.9.1988)
199. Д. Адамовић: *Seminaire de philosophie et mathématiques, Paris* (28.9.1988)
200. Д. Трифуновић: О једној најновијој филозофској књизи (5.10.1988)
- * 201. С. Јаблан: Историјат теорије антисиметрије (12.10.1988)

202. Обележавање 85-годишњице живота и рада академика Татомира Анђелића (19.10.1988)
203. *М. Ушћумлић*: Норберт Винар — II део (26.10.1988) — одложено
204. *Д. Трифуновић*: Нека запажања о изложби из историје наука у Галерији САНУ (6.12.1988)
205. *В. Андрић*: Математика у делу Аврама Мразовића (13.12.1988)
206. *М. Чанак*: Неки правци историјског развоја верижних разломака (20.12.1988)
207. *Б. Павловић*: Конгрес математичара и природњака у Београду 1904. године (27.12.1988)
- * 208. *Д. Трифуновић*: Епистолије Милутина Миланковића (10.1.1989)
209. Програм о делу „Математика у српском народу“ (17.1.1989)
210. *Д. Трифуновић*: Приказ књиге „Путевима развитка математике“ (7.2.1989)
- * 211. *Д. Трифуновић*: Корени наше науке (14.2.1989)
212. *Д. Трифуновић*: Прилози научној биографији Н. Н. Салтикова (21.1.1989)
213. *Д. Адамовић*: О двама иностраним књигама које излажу теорију Јована Карамате о регуларним променљивим (28.2.1989)
214. *Ђ. Курепа*: Реч о Кошију (Поводом 200-годишњице рођења А. Л. Cauchy-а, 1789–1857) (7.3.1989)
215. *Р. Ђорђевић*: Нека Адамарова схватања у математици (14.3.1989)
216. Реч о Картану (Поводом 120-годишњице Ё. Cartan-а, 1869–1951) (21.3.1989) — одложено
217. Гост семинара (28.3.1989)
218. *Д. Трифуновић*: Упознавање са Адамаром (4.4.1989)
219. *Д. Трифуновић*: Наставници математике на Математичком факултету у Београду од 1838. до 1947. године (11.4.1989)
220. *А. Трифони*: Тјуринг и разбијање немачке шифарске машине (18.4.1989)
221. *Р. Жарковић*: Марин Геталдић, реститутор Аполонијевог дела „О додирима“ (25.4.1989)
222. *Б. Зарић*: Математика на Вишој педагошкој школи у Београду (9.5.1989)
223. *В. Трбуховић*: Геометрија у преднаучним периоду (16.5.1989)
224. *Р. Пешић*: Економско-математички списи Косте Стојановића (23.5.1989)
225. *З. Стокић*: Принцип најмањег дејства (Поводом 200-годишњице Лагранжевог дела (30.5.1989)

Значи, од 16. децембра 1981. када је саопштен први рад на првој седници Семинара, па до 30. маја 1989. године одржано је 225 седница Семинара за историју математичких и механичких наука.

Аутори

На Семинару је излагало своје радове 74 аутора чија имена доносимо у азбучном следу са бројем одржаних саопштења на Семинару у загради.

- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| Александар Николић (1) | Љубинка Трговчевић (1) |
| Александар Трифони (3) | Љубомир Вуковић (1) |
| Андрија Стојковић (4) | Љубомир Протић (1) |
| Божидар Поповић (1) | Марко Леко (3) |
| Божидар Аничин (2) | Милан Божић (1) |
| Борис Чекелија (1) | Милева Првановић (1) |
| Бранимир Јовановић (1) | Милица Мужејевић (1) |
| Бранислав Боричић (1) | Милош Арсенијевић (1) |
| Бранко Вулићевић (2) | Милош Чанак (5) |
| Бранко Глигорић (1) | Мирко Дејић (2) |
| ○ Бранко (†) Павловић (1) | Мирко (†) Стојаковић (1) |
| Будимир Павловић (1) | Миодраг Матић (1) |
| Будислав Зарић (1) | Миодраг Перовић (1) |
| Вељко Вујичић (1) | Миодраг Цекић (3) |
| ○ Владимир Девиде (1) | Михаило Марковић (1) |
| Владислав Милошевић (3) | Момчило Ушћумлић (5) |
| Војислав Андрић (2) | Никола Пантић (2) |
| Војислав Трбуховић (2) | Павле Миличић (1) |
| Гордана Бабић (1) | Раде Дацић (4) |
| ○ Десанка Пешић (1) | Раде Живаљевић (1) |
| Драган Трифуновић (56) | Радмила Жарковић (1) |
| Драгослав Митриновић (1) | Радмило Пешић (1) |
| Драгош Цветковић (1) | Радомир Димитрић (1) |
| ○ Драгутин Гостушки (1) | Радомир Ђорђевић (7) |
| Душан Адамовић (10) | ○ С.Борн (1) |
| Душан Витас (2) | Светлана Књазев (3) |
| Ђорђе Карапанџић (1) | Светозар Милић (4) |
| Ђуро Курепа (9) | Симон Драговић (1) |
| Ернест Стипанић (1) | Симон Ђетковић (3) |
| Жарко Мијаиловић (1) | Славик Јаблан (2) |
| Жарко Митровић (1) | Славиша Прешић (4) |
| Златко Мамузић (1) | Слободан Вујошевић (2) |
| Златко Херков (1) | ○ Слободан Поповић (2) |
| Зоран Стокић (1) | Станимир Фемпл (2) |
| Зоран Шама (1) | ○ Стојан Богдановић (1) |
| Илија Лазаревић (1) | Татомир Анђелић (13) |
| Илија Лукачевић (1) | Часлав Станојевић (1) |

Знак (○) има значење да наведени аутор није саопштио свој рад на семинару.

Међу овим ауторима било је 9 академика, 40 професора универзитета, 8 асистената и доцената, 7 постдипломаца из историје математике и 10 других научних радника.

Историјске годишњице

Као што је то уобичајено у делатности историчара наука, Семинар је обележио неколико важних годишњица у општој историји математике, као и у националној историји математике.

Доносимо потпун списак одржаних годишњица на Семинару, а тиме и у Математичком институту у Београду.

1. 200-годишњица од смрти Леонарда Ојлера (1707–1783)
2. 40-годишњица од смрти Михаила Петровића (1868–1943)
3. 130-годишњица од рођења Анри Поенкареа (1854–1912)
4. 30-годишњица од смрти А. Тјуринга (1912–1954)
5. 320-годишњица од смрти П. Ферма (1601–1665)
6. 80-годишњица од настанка специјалне теорије релативности и 30-годишњица од смрти Алберта Ајнштајна (1879–1955)
7. 80-годишњица рођења академика др. Татомира Анђелића (1803–1983)
8. 170-годишњица од рођења Ц. Була (1815–1864).
9. 100-годишњица од првог доктората математичких наука код Срба (1885–1985) -
10. 130-годишњица од смрти Н. И. Лобачевског (1792–1856)
11. 150-годишњица од рођења Димитрија Нешића (1836–1904)
12. 200-годишњица од рођења Вука Караџића (1787–1864)
13. 35-годишњица књиге Ђ. Курепе „Теорија скупова“
14. 220-годишњица од прве математичке књиге код Срба
15. 350-годишњице Декартове „Геометрије“ (1637–1987)
16. 300-годишњица Њутнових „Принципија“
17. 120-годишњица рођења Косте Стојановића (1867–1921)
18. 150-годишњица Универзитета у Београду (1838–1988)
19. 200-годишњица од рођења А. Кошија (1789–1857)
20. 120-годишњица од рођења Е. Картана (1869–1951)

Класификација саопштења

Изнета саопштења на 225 седница Семинара за историју математичких и механичких наука расподелили смо у следеће области:

Историја математике

1, 2, 4, 6, 10, 11, 13, 15, 18, 21, 23, 24, 26, 27, 28, 34, 35, 39, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 58, 60, 61, 62, 68, 69, 70, 71, 72, 78, 79, 80, 81, 84, 88, 89, 94, 95, 97, 98,

99, 101, 102, 103, 104, 105, 107, 109, 110, 114, 115, 118, 121, 122, 123, 125, 126, 127, 128, 129, 131, 132, 133, 135, 137, 140, 141, 142, 143, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 153, 156, 157, 159, 160, 161, 162, 164, 165, 166, 167, 169, 170, 171, 172, 175, 176, 177, 178, 181, 184, 185, 186, 187, 189, 192, 195, 196, 198, 201, 203, 205, 206, 211, 212, 213, 214, 216, 218, 219, 220, 221, 222, 223.

Историја механике

3, 5, 7, 14, 20, 22, 29, 33, 40, 42, 55, 75, 76, 90, 92, 93, 96, 116, 152, 158, 168, 182, 183, 194, 225.

Филозофија математике

12, 25, 37, 41, 43, 56, 59, 63, 64, 77, 82, 83, 86, 120, 134, 136, 154, 163, 179, 180, 200, 215.

Опште теме

8, 9, 16, 17, 19, 30, 31, 32, 36, 38, 41, 44, 52, 53, 54, 57, 65, 66, 67, 73, 74, 85, 87, 91, 100, 106, 108, 11, 112, 113, 117, 119, 124, 130, 138, 139, 144, 155, 173, 174, 188, 190, 191, 193, 197, 199, 202, 204, 207, 208, 209, 210, 217, 224.

Учесници у раду семинара

Као стални семинар Математичког института, Семинар за историју математичких и механичких наука спада у ред веома посећених. За ово време на 225 седница Семинара било је укупно 4375 учесника. У просеку око 20 учесника по седници. Било је седница Семинара и са по 40 до 50 учесника, као и седница са 10 до 15 учесника.

Учесници Семинара су махом професори универзитета са београдских и новосадских факултета, неколико академика и других научних радника. Запажено је присуство млађих сталних посетиоца Семинара. То су махом постдипломци, специјалисти из историје математике и други.

Остале делатности

Неоспоран је закључак, да је у делатност овог сталног Семинара Математичког института уложен огроман труд.

Поред исказаних резултата, Семинар је покренуо и неколико важних делатности за нашу науку. Ево тих потхвата које је Научно веће Математичког института прихватило и одобрило.

1^о Математички институт је добио својство оснивача *Вукове задужбине* и биће му трајно уклесано име на стубу ове Задужбине.

2^о У оквиру посебне теме у Семинару се ради на обимном делу „Математика у Српском народу“ које ће у обиму двеју књига бити објављено до пред крај овог века.

PAPERS ON HISTORY OF MATHEMATICS AND MECHANICS

– Summary –

In this book we present a few papers on general history of mathematics, as well as some texts from the national history of mathematics. Academician *Mileva Prvanović* exposed the origins and development of non-euclidean geometries, and professor *Miodrag Perović* exposed details about the Felix Klein's *Erlangen program*. Academician *Milosav Marjanović* writes about the well-known professor of the Belgrade University *Tadija Pejović* (1892–1982), and dr *Rade Dacić* about many unknown details from the work of professor *Miloš Radojčić* (1903–1975). Professor *Dragan Trifunović* explores the history of computer science in our country from the end of the last century, and professor *Zlatko Mamuzić* writes about the book "Set Theory" ("Teorija skupova") (1951) by professor *Djuro Kurepa*.

In a somewhat longer report professor *Veljko Vujičić* gives many details in the development of mechanical sciences in Belgrade in the last fifty years.

In a special appendix professor *Dragan Trifunović* describes the work of the regular "Seminar for the history of mathematical and mechanical sciences" in the Mathematical institute which began to work in 1981.

Contributions in this book are exposed in the following order:

- M. Marjanović: *Professor Tadija Ž. Pejović* (p. 7)
- M. Prvanović: *Invention and development of the non-euclidean geometries* (p. 13)
- M. Perović: *Felix Klein's "Erlangen program" and its influence on the development of mathematics* (p. 29)
- R. Dacić: *About the work of Miloš Radojčić* (p. 39)
- D. Trifunović: *Mathematical instruments constructed by Ljubomir Klerić* (p. 65)
- V. Vujičić: *Institutional development of the teaching of mechanics and mechanical science in Belgrade* (p. 85)
- Z. Mamuzić: *The thirty fifth anniversary of the book "Set Theory" by professor Djuro Kurepa* (p. 107)
- D. Trifunović: *Seminar for the history of mathematical and mechanical sciences* (p. 126)

БЕЛЕШКА О АУТОРИМА

- др Вељко А. ВУЈИЧИЋ (1929), дипломирао механику на Природно-математичком факултету у Београду, доктор је механичких наука, редовни професор Математичког факултета Природно-математичких факултета у Београду.
- др Раде ДАЦИЋ (1933), дипломирао математику на Природно-математичком факултету у Београду, доктор је математичких наука, научни саветник у Математичком институту у Београду.
- др Милосав МАРЈАНОВИЋ (1931), дипломирао математику на Природно-математичком факултету у Београду, доктор је математичких наука, редовни професор Математичког факултета Природно-математичких факултета у Београду, дописни је члан Српске академије наука и уметности.
- др Златко П. МАМУЗИЋ (1915), дипломирао математику на Филозофском факултету у Београду, доктор је математичких наука, редовни професор Машинског факултета у Београду.
- др Миодраг ПЕРОВИЋ (1947), дипломирао математику на Природно-математичком факултету у Београду и дипломирао на Машинском факултету у Београду, доктор је математичких наука, ванредни професор Природно-математичког факултета у Титограду.
- др Милева ПРВАНОВИЋ, дипломирала математику на Природно-математичком факултету у Београду, доктор је математичких наука, редовни професор Природно-математичког факултета у Новом Саду, редовни је члан Војвођанске академије наука и уметности.
- др Драган ТРИФУНОВИЋ (1931), дипломирао математику на Природно-математичком факултету у Београду, доктор је математичких наука, редовни професор Шумарског факултета у Београду.