

# Mašinsko učenje - Unakrsna validacija. Ocena modela.

Tatjana Jakšić Krüger

[tatjana@turing.mi.sanu.ac.rs](mailto:tatjana@turing.mi.sanu.ac.rs)

- Formalizacija učenja.
- Pomeraj (eng. bias) i varijansa (eng. variance).
- Polinomijalna regresija.

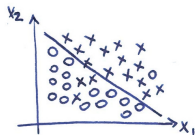
## Cilj za danas



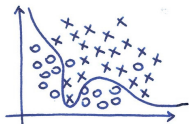
- Preobučavanje kod problema klasifikacije.
- Unakrsna validacija.
- Ocena modela.

# Overfitting and regularization

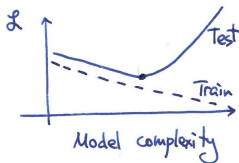
Overfitting, bias–variance tradeoff, regularization (ridge/lasso) — all these concepts still apply.



High bias



High variance



- Ideja je penalizacija velikih koeficijenata.
- Funkciju rizika možemo zapisati kao:

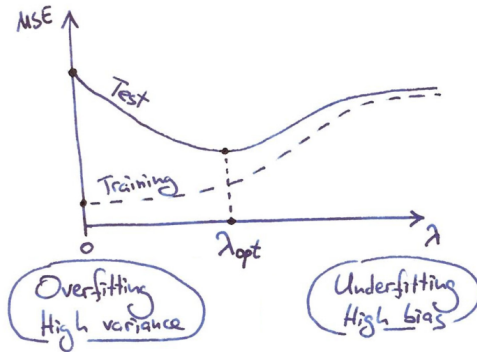
$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \|X\theta - \mathbf{y}\|^2 + \lambda R(\theta), \lambda > 0,$$

pri čemu je  $\lambda R(\theta)$  poznat kao *penali* (penalty term), a  $\lambda$  kao parametar regularizacije.

- Konveksne funkcije  $R(\theta)$ :
  - $R(\theta) = \|\theta\|^2 = \sum_i \theta_i^2$  - Ridge
  - $R(\theta) = \|\theta\|_1 = \sum_i |\theta_i|$  - Lasso
  - $R(\theta) = \lambda_1 \|\theta\|_1 + \lambda_2 \|\theta\|^2$  - elastic net

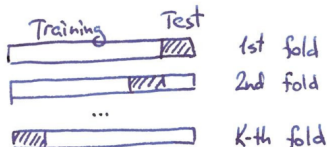
## Izbor modela

- Svodi se na izbor za  $\lambda$ .



## Unakrsna validacija

- Često ulazni skup podataka nije dovoljno veliki za podelu trening/test. U tom slučaju se koristi metod unakrsne validacije (cross-validation).



- k-unakrsna validacija. Početni skup se podeli na  $k$  delova i generišu  $k$  trening/test para skupova. Nad svakim parom se odredi najbolje  $\lambda$ .
- Ukupna greška na kraju svih  $k$  tura se računa kao prosečna greška.

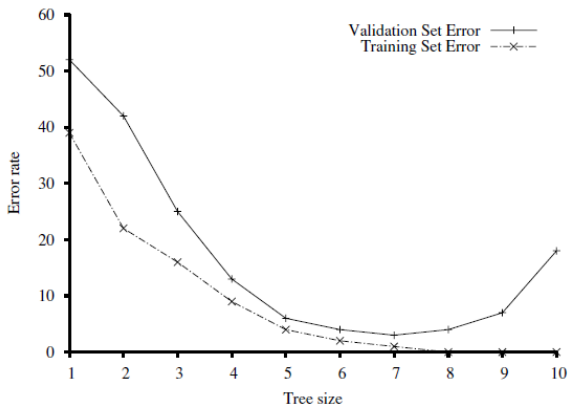
## Primer rezultata dobijenih 10-fold validacijom

| <i>Fold</i> | <i>Naive Bayes</i> | <i>Decision tree</i> | <i>Nearest neighbour</i> |
|-------------|--------------------|----------------------|--------------------------|
| 1           | 0.6809             | 0.7524               | 0.7164                   |
| 2           | 0.7017             | 0.8964               | 0.8883                   |
| 3           | 0.7012             | 0.6803               | 0.8410                   |
| 4           | 0.6913             | 0.9102               | 0.6825                   |
| 5           | 0.6333             | 0.7758               | 0.7599                   |
| 6           | 0.6415             | 0.8154               | 0.8479                   |
| 7           | 0.7216             | 0.6224               | 0.7012                   |
| 8           | 0.7214             | 0.7585               | 0.4959                   |
| 9           | 0.6578             | 0.9380               | 0.9279                   |
| 10          | 0.7865             | 0.7524               | 0.7455                   |
| avg         | 0.6937             | 0.7902               | 0.7606                   |
| stdev       | 0.0448             | 0.1014               | 0.1248                   |

Izvor: <https://imi.pmf.kg.ac.rs/moodle/course/view.php?id=474>



## Odabir modela sa najboljim parametrima



Izvor: <https://imi.pmf.kg.ac.rs/moodle/course/view.php?id=474>

## „Ostavi-jednog-van“ unakrsna validacija

- **Leave-one-out cross-validation** je  $n$ -unakrsna validacija, gde je  $n$  broj primera u trening skupu.
- Jedan po jedan primer „ostavljamo sa strane“ a učimo model na svim ostalim primerima.
- Tačnost modela se ocenjuje na primeru koji je ostavljen.
- Greška modela se izračunava kao prosečna vrednost greške na svih  $n$  primera.



Hvala na pažnji.  
Molim vas pitajte sve šta  
vas interesuje.